

· 经 / 济 / 科 / 学 / 译 / 丛 ·

Mathematics for Economics

(Third Edition)

经济数学

(第三版)

迈克尔·霍伊 (Michael Hoy)

约翰·利弗诺 (John Livernois)

克里斯·麦克纳 (Chris McKenna)

著

雷·里斯 (Ray Rees)

萨纳西斯·斯坦格斯 (Thanasis Stengos)

 中国人民大学出版社

· 经 / 济 / 科 / 学 / 译 / 丛 ·

Mathematics for Economics

(Third Edition)

经济数学

(第三版)

迈克尔·霍伊 (Michael Hoy)

约翰·利弗诺 (John Livernois)

克里斯·麦克纳 (Chris McKenna)

著

雷·里斯 (Ray Rees)

萨纳西斯·斯坦格斯 (Thanasis Stengos)

张 伟 范 舟 顾晓波 等 译

中国人民大学出版社

· 北京 ·

图书在版编目 (CIP) 数据

经济数学: 第3版/(加) 霍伊等著; 张伟等译. —北京: 中国人民大学出版社, 2015.7
(经济科学译丛)

ISBN 978-7-300-21674-4

I. ①经… II. ①霍… ②张… III. ①经济数学 IV. ①F224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2015) 第 153315 号

经济科学译丛

经济数学 (第三版)

迈克尔·霍伊 约翰·利弗诺 克里斯·麦克纳 著

雷·里斯 萨纳西斯·斯坦格斯

张伟 范舟 顾晓波 等 译

Jingjishuxue

出版发行 中国人民大学出版社

社 址 北京中关村大街 31 号

邮政编码 100080

电 话 010-62511242 (总编室)

010-62511770 (质管部)

010-82501766 (邮购部)

010-62514148 (门市部)

010-62515195 (发行公司)

010-62515275 (盗版举报)

网 址 <http://www.crup.com.cn>

<http://www.ttrnet.com> (人大教研网)

经 销 新华书店

印 刷 涿州市星河印刷有限公司

规 格 185mm×260mm 16 开本

版 次 2015 年 7 月第 1 版

印 张 47.5 插页 2

印 次 2015 年 7 月第 1 次印刷

字 数 1 003 000

定 价 88.00 元

版权所有 侵权必究

印装差错 负责调换

《经济科学译丛》编辑委员会

学术顾问 高鸿业 王传纶 胡代光

范家骧 朱绍文 吴易风

主 编 陈岱孙

副主编 梁 晶 海 闻

编 委 (按姓氏笔画排序)

王一江 王利民 王逸舟

贝多广 平新乔 白重恩

刘 伟 朱 玲 许成钢

张宇燕 张维迎 李 扬

李晓西 李稻葵 杨小凯

汪丁丁 易 纲 林毅夫

金 碚 姚开建 徐 宽

钱颖一 高培勇 梁小民

盛 洪 樊 纲

《经济科学译丛》总序

中国是一个文明古国，有着几千年的辉煌历史。近百年来，中国由盛而衰，一度成为世界上最贫穷、落后的国家之一。1949年中国共产党领导的革命，把中国从饥饿、贫困、被欺侮、被奴役的境地中解放出来。1978年以来的改革开放，使中国真正走上了通向繁荣富强的道路。

中国改革开放的目标是建立一个有效的社会主义市场经济体制，加速发展经济，提高人民生活水平。但是，要完成这一历史使命绝非易事，我们不仅需要从自己的实践中总结教训，也要从别人的实践中获取经验，还要用理论来指导我们的改革。市场经济虽然对我们这个共和国来说是全新的，但市场经济的运行在发达国家已有几百年的历史，市场经济的理论亦在不断发展完善，并形成了一个现代经济学理论体系。虽然许多经济学名著出自西方学者之手，研究的是西方国家的经济问题，但他们归纳出来的许多经济学理论反映的是人类社会的普遍行为，这些理论是全人类的共同财富。要想迅速稳定地改革和发展我国的经济，我们必须学习和借鉴世界各国包括西方国家在内的先进经济学的理论与知识。

本着这一目的，我们组织翻译了这套经济学教科书系列。这套译丛的特点是：第一，全面系统。除了经济学、宏观经济学、微观经济学等基本原理之外，这套译丛还包括了产业组织理论、国际经济学、发展经济学、货币金融学、公共财政、劳动经济学、计量经济学等重要领域。第二，简明通俗。与经济学的经典名著不同，这套丛书都是国外大学通用的经济学教科书，大部分都已发行了几版或十几版。作者尽可能地用简明通俗的语言来阐述深奥的经济学原理，并附有案

例与习题，对于初学者来说，更容易理解与掌握。

经济学是一门社会科学，许多基本原理的应用受各种不同的社会、政治或经济体制的影响，许多经济学理论是建立在一定的假设条件上的，假设条件不同，结论也就不一定成立。因此，正确理解掌握经济分析的方法而不是生搬硬套某些不同条件下产生的结论，才是我们学习当代经济学的正确方法。

本套译丛于1995年春由中国人民大学出版社发起筹备并成立了由许多经济学专家学者组织的编辑委员会。中国留美经济学会的许多学者参与了原著的推荐工作。中国人民大学出版社向所有原著的出版社购买了翻译版权。北京大学、中国人民大学、复旦大学以及中国社会科学院的许多专家教授参与了翻译工作。前任策划编辑梁晶女士为本套译丛的出版作出了重要贡献，在此表示衷心的感谢。在中国经济体制转轨的历史时期，我们把这套译丛献给读者，希望为中国经济的深入改革与发展作出贡献。

《经济科学译丛》编辑委员会

序言

对经济学家而言，写数学方面的专著所遇到的一个主要的挑战是如何选取合适的数学主题并清晰地表述出来，另外一个挑战是如何令人信服地说明这些主题在解决经济问题方面的用处，以激发经济学专业的学生的学习热情，而这一切都必须以不损害数学本身的严密性和精确性为前提。

数学的发展脉络和经济学的脉络——通过市场模型和一般均衡从研究单个消费者和单个厂商的行为发展到宏观经济学的理论模型——之间存在着差异，于是问题就产生了。经济学基本的构成模块，即建立在有约束条件最优化模型下的消费者行为和厂商行为分析从数学角度而言已经成熟。我们沿着数学发展的脉络有选择地进行讲述，在对集合、数、函数等基本原理解作一回顾之后，我们就来研究极限，接下来研究一元函数微积分学、线性代数、多元函数微积分学，最后是动态模型。我们的目标是使学生充分理解数学，我们认为这种理解对于培养学生解决经济分析问题的能力和信心是必需的，我们有意识地尽量避免“烹饪说明书”式的讲述。

我们试图通过一系列此类书籍中常用的例子和经济分析方法来培养学生解决问题的技巧和学习的热情，尽管我们所讲述的内容及讲述的次序是由数学发展脉络决定的，而不是由经济学课程决定的，但是最后学生将达到大学经济数学教学大纲的要求。

诸多人士在我们写作此书过程中给予了大力帮助，在此谨表谢意。以下诸位审阅了原稿，并提出了许多有益的改进意见，我们在书中采纳了其中的很多建议：

理查德·安德森
保罗·安格林
沃尔特·博塞特
陈智琦
彼得·库格林
斯瓦潘·达斯古普塔
埃里克·戴维斯
阿兰·德塞帕
理查德·福尔斯
伊恩·欧文
罗杰·莱瑟姆
马诚虎
凯瑟琳·施耐德
保罗·西格斯托姆
詹姆斯·A·斯蒂芬森
王儒渠
史蒂芬·威廉姆斯

得州农工大学
圭尔夫大学
滑铁卢大学
卡尔顿大学
马里兰大学科利奇帕克分校
达尔豪西大学
卡尔顿大学
亚利桑那州立大学
犹他大学
康克迪亚大学
约克大学
麦吉尔大学
波士顿大学
密歇根州立大学
艾奥瓦州立大学
女皇大学
伊利诺伊大学

本书不同阶段的原稿曾在威尔夫大学的课堂上试用，我们向对完善原稿给予大力合作的学生们表示感谢，我们向路易斯·格雷尼尔表示感谢，他指导学生予以协助。我们对马塞厄斯·波尔布、马塞厄斯·基夫曼、马库斯·韦恩、埃里克·科尔格、蒂纳·法博、厄休拉·巴克曼以及安德烈亚斯·瓦尔德穆特在准备练习答案和课本注释方面给予的帮助表示感谢。

许多用过本书第一版的读者也给出了大量有益的建议，我们对此表示感谢。我们要特别感谢南希·鲍文的诸多贡献。

目 录

第 I 篇 引言和基本原理

第 1 章 引言	3
1.1 何为经济模型	3
1.2 如何利用本书	7
1.3 结束语	8
第 2 章 基本原理回顾	9
2.1 集合和子集	9
2.2 数	17
2.3 n 维实数空间的点集合的一些性质	23
2.4 函数	31
本章小结	44
第 3 章 数列、级数和极限	47
3.1 数列的定义	47
3.2 数列的极限	50
3.3 现值计算	53

3.4 数列的特征	60
3.5 级数	63
本章小结	72

第Ⅱ篇 单变量微积分和最优化

第4章 函数的连续性	77
4.1 一元函数的连续性	77
4.2 连续函数和不连续函数的经济运用	84
本章小结	93
第5章 一元函数的导数和微分	96
5.1 切线的定义	97
5.2 导数和微分的定义	102
5.3 可微的条件	107
5.4 微分法则	112
5.5 凹函数和凸函数的高阶导数	133
5.6 泰勒公式和中值定理	141
本章小结	145
第6章 一元函数的最优化	147
6.1 无约束最大最小值的必要条件	148
6.2 二阶条件	159
6.3 一个区间上的最优化	166
本章小结	173

第Ⅲ篇 线性代数

第7章 线性方程组	179
7.1 求解线性方程组	180
7.2 n 元线性方程组	191
本章小结	201
第8章 矩阵	204
8.1 基本概念	204
8.2 矩阵的基本运算	209
8.3 矩阵转置	220
8.4 几种特殊的矩阵	224

本章小结	227
第 9 章 行列式和逆矩阵	229
9.1 逆矩阵的定义	229
9.2 3×3 矩阵的行列式和逆矩阵	241
9.3 $n \times n$ 矩阵的逆矩阵及其性质	246
9.4 克莱姆法则	250
本章小结	261
第 10 章 线性代数前沿	264
10.1 向量空间	264
10.2 特征值问题	277
10.3 二次型	286
本章小结	292

第 IV 篇 多元计算

第 11 章 n 个变量函数的计算	297
11.1 偏微分	297
11.2 二阶偏导数	308
11.3 一阶全微分	314
11.4 曲率：凹性和凸性	329
11.5 函数的其他性质和经济应用	340
11.6 泰勒级数展开	350
本章小结	353
第 12 章 n 个变量函数的最优化	356
12.1 一阶条件	357
12.2 二阶条件	364
12.3 对变量的直接约束	370
本章小结	376
第 13 章 约束最优化	378
13.1 约束问题和求解方法	379
13.2 有约束条件的最优化的二阶条件	388
13.3 存在性、唯一性和解的刻画	391
本章小结	395

第 14 章 比较静态	397
14.1 比较静态分析介绍	398
14.2 一般性的比较静态分析	406
14.3 包络定理	416
本章小结	422
第 15 章 凹规划和库恩-塔克条件	425
15.1 凹规划问题	425
15.2 多个变量和约束	431
本章小结	434

第 V 篇 积分和动态方法

第 16 章 积分	439
16.1 不定积分	439
16.2 黎曼 (定) 积分	445
16.3 积分的性质	455
16.4 广义积分	462
16.5 积分方法	468
本章小结	473
第 17 章 动态经济数学	476
17.1 动态模型	477
本章小结	482
第 18 章 一阶线性差分方程	484
18.1 一阶线性自治差分方程	484
18.2 一般一阶线性差分方程	494
本章小结	498
第 19 章 一阶非线性差分方程	501
19.1 相图和定性分析	501
19.2 循环和混沌	507
本章小结	511
第 20 章 二阶线性差分方程	514
20.1 二阶线性自治差分方程	514
20.2 可变项二阶线性差分方程	533
本章小结	536

第 21 章 一阶线性微分方程	538
21.1 自治方程	538
21.2 非自治方程	549
本章小结	554
第 22 章 一阶非线性微分方程	556
22.1 自治方程和定性分析	556
22.2 两种特殊形式的一阶非线性微分方程	563
本章小结	565
第 23 章 二阶线性微分方程	567
23.1 二阶线性自治微分方程	567
23.2 可变项二阶线性微分方程	581
本章小结	585
第 24 章 微分和差分方程组	587
24.1 线性微分方程组	587
24.2 稳定性分析和线性相图	603
24.3 线性差分方程组	619
本章小结	629
第 25 章 最优控制理论	632
25.1 最大值原理	635
25.2 贴现最优化问题	643
25.3 关于 $x(T)$ 的其他边界条件	651
25.4 无穷时间水平问题	662
25.5 对控制变量的约束	671
25.6 自由终结时间问题 (T 不固定)	678
本章小结	684
答案	687
术语表	733

· 经济数学 (第三版) · 经济科学译丛 · 经济数学 (第三版) · 经济科学译丛 · 经济数学 (第三版)

第 I 篇

引言和 基本原理

- ⊙ 第1章 引言
- ⊙ 第2章 基本原理回顾
- ⊙ 第3章 数列、级数和极限

第 1 章 引 言

自经济学作为一门学科出现起，数学在探索和说明经济学理论方面就发挥着重要作用。^[1] 不仅因为许多经济概念是可量化的（如价格、产品数量、货币量），而且数学可以帮助我们探索这些数量之间的关系。这些关系反映在经济模型中，而这些模型又是本书的关键主题之一。数学精确、严格并且能够清晰地处理复杂系统，这使得数学在分析经济问题时有很高的价值。

本书涵盖了许多数学方法，并且概述了如何通过这些方法来解决众多经济问题。但是，经济学中的数学模型有一些共性和惯例，在本书一开始要加以总结。尽管具体的模型有其自身特性，但是建模过程中的一些基本原则是值得说明的。

1.1 何为经济模型

通常来说，模型是一种表达。因此，一个模型在一些方面与其初始模型有所不同，如规模、细节数量或者复杂程度，而同时又保留了其初始模型更广泛

[1] 早期比较著名的对经济学进行数学方面的拓展的著作包括：A. Cournot, *Récherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses* (1838), W. S. Jevons, *The Theory of Political Economy* (1874), L. Walras, *Eléments d'économie politique pure* (1874), A. Marshall, *Principles of Economics* (1890), and V. Pareto, *Cours d'économie politique* (1896) .

或最显著的重要方面。经济模型也如此，尽管不像飞机模型，我们的模型没有具体形式。我们把经济模型看成经济变量的数学关系集合。知道如何将一个经济问题的重要方面简单抽象化是经济学家正式训练的一部分。模型必须是有说服力的，且能够解决研究人员所提出的问题。我们现在开始介绍经济模型的关键特征。

数量、重要程度和关系

我们将以如何衡量经济学中的事物作为开始。数字代表数量，最终使得数学作为经济模型的工具。例如，当我们谈论市场活动时，我们关心交易数量和交易发生的价格，无论“数量”是指汽车、面包、理发、股份还是国库券。这些事物拥有基数，这意味着我们可以赋予所观察到的数量一个确定值。基数是绝对值，但并非总是为了比较。序数也是一个数字属性，但仅指事物的顺序。这两个数字概念差异可以通过下面两句话来解释。

1. 去年，经济增长率为3%。
2. 去年的经济产出比前年高。

这两句话都表达了数量信息。第一句话表达了产出变化的基数属性。我们可以衡量其变化并赋予一个确定值。第二句话是关于去年经济活动的一个序数表达。去年的产出比前年高。这当然是第一句话隐含的意思，但第二句话无法推出第一句话。

但是，基数和序数有着很大差异，因为我们可以基于事物的质而非量特征来确定其排序。大部分关于偏好的描述都是序数意义上的，如“品牌A和品牌B比起来，我更喜欢品牌A，而品牌B和品牌C比起来，我更喜欢品牌B”就是一句关于主观评价三个品牌的序数描述。如果我们用较大的数代表更喜欢的品牌，我们就可以用数字3表示品牌A、数字2表示品牌B、数字1表示品牌C。但是，在没有其他信息的情况下，也同样可以用数字10、8和0来表示。这句话可能提供了有用的信息，产生了某些逻辑和数学结果，但这就不是关于数量的描述了。

变量和参数

当我们开始搭建经济模型时，就会知道我们无法解释所有事情。问题中的一些事物可以被视为既定的或者数据。这些是模型中的外生变量和参数。外生变量将会由模型解释。下面举一个简单例子解释一下。

假设我们正尝试确定市场中同质商品的均衡价格和数量。我们假设一些商品的需求量可以表示为

$$q^D = a - bp + cy \quad (1.1)$$

这是一个简单的线性需求函数。商品价格 p 每上升1美元，商品的需求量就减少 b 单位，收入每增加1美元，商品需求量就增加 c 单位。这样就得到一条简单的需求曲线，根据市场信息可以知道此需求曲线就是如此简单。现在假设商品的供