

科學技術用書

基本網路分析學

INTRODUCTORY NETWORK THEORY

AMAR G. BOSE

KENNETH N. STEVENS

MASSACHUSETTS INSTITUTE OF TECHNOLOGY

Department of Electrical Engineering

鍾祥鳳譯著

復漢出版社印行

譯 序

這本書是由曾任教於麻省理工學院電機系的二位名教授—AMAR . G . BOSE 和 KENNETH . N . STEVENS 所著 “INTRODULATORY NETWORK THEORY” 翻譯過來的。他們寫這本書的原意，就是要幫助讀者很完整且合乎邏輯的建立一些基本的，有關網路的觀念。雖然，電學上的進步和發現，各種電路設計日新月異，有些研究會成為落伍和不必須，但基礎仍是人人都應具備的。筆者認為這本書的確能以很正確的途徑，引導讀者建立各種基本觀念。而讀中文本，或許能更快，更直接的了解。是以利用公餘時間，將這本一再反覆研讀過的教科書譯出，希望讀者們能一看就即可了悟，能夠縮短時間與精力，以建立完整之網路基礎。

依筆者研習本書的體驗，除了課文的揣摩領悟外，習題也是一個重點。在習題中有許多正文未及敘述的觀念，有部份更能使正文所述之觀念更形昭彰的。

本書只要稍具微積分基礎的讀者都可以看得懂。大專學校相關科系採作教本，或推選為參考書均甚適合；對於不打算致力於學電的人，或許這本書能提供一些基礎的電學知識。對於致力於學電者，則更能因本書、咀嚼、體會，得以奠定更進一步研究的跳階。

倉卒付梓，未臻理想的地方，必定不少，尚祈讀者不吝指正。也歡迎多來信賜教和討論。

鍾 祥 鳳

基本網路分析學/目次

譯 序

第一章 網路模型和平衡方程式 The Network Model and Equilibrium

Equations	1
-----------------	---

§ 前言.....	1
-----------	---

§ 網路零件.....	2
-------------	---

§ 電源.....	3
-----------	---

§ 網路的基本平衡方程式.....	4
-------------------	---

§ 幾種簡單網路平衡方程式之解.....	13
----------------------	----

第二章 指數信號和線性微分方程式 Exponential Signals and Linear

Differential Equations	26
------------------------------	----

§ 前言.....	26
-----------	----

§ 複數.....	27
-----------	----

§ 指數函數.....	33
-------------	----

§ 單位級函數；由 $t = 0$ 開始之信號.....	35
------------------------------	----

§ 常數係數線性微分方程式之解.....	36
----------------------	----

§ 線性運算和線性系統.....	46
------------------	----

§ 線性微分方程式的性質.....	48
-------------------	----

§ 線性微分方程式（常數係數）式右為各微分項之和時的解.....	51
----------------------------------	----

§ 衝量和其他的奇函數.....	52
------------------	----

第三章 網路對突然加入之激發所引起的響應

Response of Networks to Suddenly Applied Excitations	56
--	----

§ 網路原為靜止時一般之解法.....	56
---------------------	----

§ 以觀察法求網路受階梯函數激發時之響應.....	66
---------------------------	----

§ 受階梯激發時之起始狀況.....	66
--------------------	----

§ 由奇函數重疊而成之一般函數.....	71
----------------------	----

§ 網路受二個以上之電源激發時之情形；重疊性質.....	78
------------------------------	----

§ 網路不原為靜止時之響應	79
§ 含開關之網路	83

第四章 特加積分；RLC 網路之穩定狀態響應

The Particular Integral Steady-state Response of RLC Networks	86
§ 特別積分及其為解之主值的條件	86
§ 系統函數	88
§ 利用系統函數求網路之響應	96
§ 向量圖	101
§ 頻率響應	104
§ 系統函數的極點和零點	104
§ 共振	108
§ 阻抗和自然頻率間之關係	117
§ 由已知零・極點圖形形成其網路的方法；附屬電源	126
§ 大小和頻率之標度	132

第五章 網路之一般平衡方程式 General Equilibrium Equations for

Networks	138
§ 線性獨立	139
§ 獨立支線電流；枝和環	139
§ 環路法	142
§ 結法	149
§ 網路含電源時之平衡方程式	154
§ 網路之自然頻率	161

第六章 接頭網路 Networks with Terminals 165

§ n - 接頭網路之平衡方程式	165
§ n 對接頭網路之平衡方程式	169
§ 幾種具有二接頭以上裝置的特性	173

第七章 網路定理 Network Theorems 177

§ 戴維寧定理	177
§ 泰利琮定理	181
§ 互易關係	183

§ RLC 網路響應之唯一性	191
§ RLC 網路策動點阻抗的性質	192

第八章 能量和功率 Energy and Power194

§ 能量和功率之定義	194
§ 能量不減	194
§ RLC 網路之能量和功率	195
§ 正弦穩定狀態之能量和功率	198
§ 向量功率	206
§ 能量和阻抗	207

電學名詞中英對照 210

第一章 網路模型和平衡方程式

The Network Model and Equilibrium Equations

§前言

相信諸位在初中或高中，老師講到「氣體分子」一章的時候，也許把氣體分子比喻成撞球枱桌上的彈子。而氣體分子在容器內碰撞拆散等運動的情形就好似諸多彈子在球桌面上活動著一般。這種比喻雖不能說是完全正確，但也可說已恰到好處。事實上，氣體分子微不可見，如借用彈子一例，則我們就可稍稍想像氣體分子運動的情形。這種比喻在物理學上來說就稱之為「模型」。(*model*)。對於各種物理現象，各種問題，我們一方面受能力的限制，二方面也由於如需要描述得愈精確其複雜性也就增多。所以物理上的問題有何者是能一成不變完完全全的分析出來呢？就好如上例氣體分子在一容器內運動一樣，如果我們借用彈子在枱桌面碰撞的模型，就可對一完全無從想像的現象有了某種概念。科學家們常將自然界的問題用一簡化而相似的假設來說明，來研究。於是，有了「模型」的學說。研究問題之前，即先研究這模型。如果我們假設的模型是很合理的話，則我們對這模型分析的結果，也將可說明或預料由這模型所代表之自然界現象或問題的。

網路理論就是研究幾種電學上的裝置 (*devices*) 連結在一起時所產生的物理現象。這些電學裝置可被認為由一組接頭連結著。而電流和電壓即存在其間，但電流和電壓必須受一「約束」之限制。此約束就是克希荷夫 (*kirchoff*) 的二個定律。

為得到實際網路問題的相似答案，我們可由下列二步驟來分別考慮：

- 1 我們把這物理裝置假設成一組在其間有同樣之電壓—電流約束的基本零件的組合。
- 2 我們將這些基本零件比照原物理裝置之方式連結。並假定克希荷夫定律限制了這些零件中電壓電流之關係。

於是，我們可造出一物理模型。這模型裏需應用克希荷夫定律。也由這定律，我們可求得各零件間之電壓和電流。而所求得之電壓、電流即很相近於實際網路中所相對之電壓和電流。

當然，沒有一種物理裝置其電壓及電流間之關係是和所假設模型者完全一樣的。舉例來說，對一實際電阻，其電壓 v 在適當的範圍內是和流過其間之電流 i 成直線比例關係。但如 v ， i 均很大時，圖形上的 $v-i$ 關係也許就不再為直線了。所

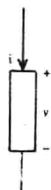
以在限制的範圍內，這裝置的 $v-i$ 關係就能想成和我們即將談及的理想電阻一樣，即 “ $\frac{v}{i} = \text{常數}$ ”（此式對理想電阻恆成立）。有些時候，如頻率很高時，這物理裝置前後二接頭的電流不一樣。這種情形，就無法以理想中的任何二接頭基本零件來做為它的模型了。因為理想的二接頭零件，流入及流出各接頭之電流恆相同。另外，如物理裝置電流—電壓之時間導數（即 $\frac{dv}{dt}$, $\frac{di}{dt}$ ）侷限在一定範圍內亦可用所謂之理想電感或電容或這些零件之組合來做為其模型。一般電源也可用理想電源做為模型。

網路理論就是研究這些模型—由理想零件和理想電源連結而成的模型。研究其間電壓電流的關係和分佈情形。

§網路零件 Network elements

不少電學裝置之模型可認為是由一個或多個「二接頭」零件組合而成。每個零件都有電壓 $v(t)$ 和電流 $i(t)$ 。實際上，電壓 $v(t)$ 係取於原裝置接頭之間，電流 $i(t)$ 則係流經這裝置之間者。在這裝置的模型——即網路模型裏，我們可如圖 1-1，將一二接頭零件之電壓和電流用簡單的符號表示。電壓存在於零件之二接頭間，電流則為流經這零件者。由圖上也可看出從零件一端接頭流入之電流必等於他端接頭流出之電流。這零件之 $v(t)$, $i(t)$ 間有個約束，即一般所稱為這零件的 $v-i$ 特性。為方便起見，我們常用箭頭表示電流方向，如實際電流方向和箭頭方向一致則電流之值為正，反之則為負。同理，相對電壓如在「+」的接頭比「-」的接頭端要高，則稱此電壓為正值，反之則為負值。一般，電流箭頭的方向常指向電壓「+」的接頭。所以只要知道電流箭頭之方向或電壓「+」的接頭其中之一即可。但各位需注意，這些方向均為參考方向，並不就是零件實際上電壓電流之方向。它僅提供了我們在敘述時一個便利而已。

圖 1-1 網路之二接頭零件



束，即一般所稱為這零件的 $v-i$ 特性。為方便起見，我們常用箭頭表示電流方向，如實際電流方向和箭頭方向一致則電流之值為正，反之則為負。同理，相對電壓如在「+」的接頭比「-」的接頭端要高，則稱此電壓為正值，反之則為負值。一般，電流箭頭的方向常指向電壓「+」的接頭。所以只要知道電流箭頭之方向或電壓「+」的接頭其中之一即可。但各位需注意，這些方向均為參考方向，並不就是零件實際上電壓電流之方向。它僅提供了我們在敘述時一個便利而已。

把電學上裝置假設成模型時，有三種基本零件是經常在模型中用到的。如圖 1-2 所示。電阻零件之電壓和電流成一線性比例。比例常數即稱為零件之電阻。電感零件中，其電壓—電流特性是：

$$v = L \frac{di}{dt} \quad (1-1)$$

式中 L 即為這零件之電感。兩邊積分可求得電流之積分式

$$i(t) = \frac{1}{L} \int_{t_0}^t v(\tau) d\tau + i(t_0) \quad (1-2)$$

式中 t_0 代表任一瞬間，至於第三種電容零件之 $v-i$ 特性為

$$i = C \frac{dv}{dt} \quad (1-3)$$

式中 C 即為這零件之電容。兩邊積分，可得

$$v(t) = \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(\tau) d\tau + v(t_0) \quad (1-4)$$

式中 t_0 代表任一瞬間

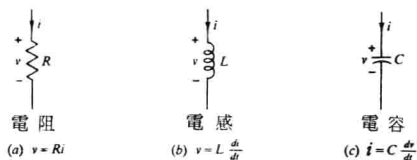


圖 1-2 三種基本的網路零件

§ 電源 Sources

一般網路之激發電源可用兩種理想電源來做為模型：即電壓電源和電流電源。如同上述之零件，從電源一端流入的電流等於另一端流出的電流。但是這兩種理想電源和零件不同，其 $v-i$ 之間並沒什麼約束。即 v, i 是獨立的，而零件之 $v-i$ 間則有約束存在。

理想電壓電源兩端接頭間電壓不受其中電流大小的影響。圖 1-3 (a) 為通常用來代表的符號。 v_s 即為這理想電源的電壓值。當 v_s 不隨時間改變時一即為一常數 V_s 時，我們常用圖 1-3 (b) 符號代表。電壓電源兩端電壓和其中電流之關係可以圖 1-4 表示。如 $v_s = 0$ ，則電源兩端電壓在任何時間恆為零，此種情形電源即相當於短路，也可以短路替代。短路之定義即為「無論有否電流流經其間，其電壓值恆等於 0。」

電流電源所流經其間之電流和兩端電壓無關。圖 1-5 為通常所用以代表電流值為 i_s 之電流電源的符號。而圖 1-6 則說明了這電流電源的 $v-i$ 間關係。如電流值 i_s 為 0 時即 $i = 0$ 則並無電流流經其間。此情形電源相當於一斷路，可以斷路替代。斷路之定義即為「無論有否電壓存在，恆無電流流經其間。」

4 基本網路分析學

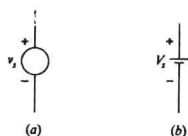


圖 1-3 電壓電源

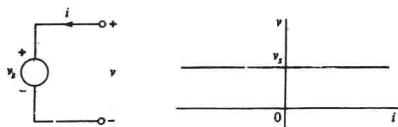


圖 1-4 電壓電源 $v-i$ 間關係



圖 1-5 電流電源

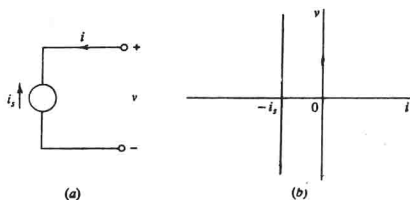


圖 1-6 電流電源 $v-i$ 間關係

§ 網路的基本平衡方程式

Basic equilibrium equation for networks

任何零件和電源所連結而成者即謂之網路。網路中的電壓和電流必須滿足三種形式的約束。第一是各零件本身的 $v-i$ 關係。這些關係只和零件本身有關而和零件間連結情形無關。另外二種約束則和零件、電源間連結情形有關而與各零件本身毫無牽連。其一為有關網路中各電流間之約束，稱為克希荷夫電流定律 (KCL)；其二為有關網路中各電壓間之約束，稱為克希荷夫電壓定律 (KVL)。

第二章中，為更容易分析一般網路我們將介紹一種複數時間函數。目前所定義網路的基本方程式，各位須注意，它們不僅適用於實際時間函數（如 $v(t)$ ， $i(t)$ 為 $\cos t$ ， $1+t^2$ ……等）；也適用於複數時間函數（如 $v(t)$ ， $i(t)$ 為 e^{jt} ， $2+jt$ ……等）。當然，我們所實驗量得之電壓電流均為實數。應用複數時間函數以求解，只是為了方便，所得結果也只有實數部份才具有真正物理意義。

克希荷夫二定律 Kirchhoff's laws

「克希荷夫電流定律」一網路中，流入任一連結點之所有電流值之代數和為 0。（或流出電流值代數和為 0）。所謂連結點，即為網路中各零件或電源共同用來做為一接頭的點。圖 1-7 中，如應用此定律，在點 P，可得

$$i_1 + (-i_2) + (-i_3) + (-i_4) = 0 \quad (1-5)$$

由 KCL 以及流入和流出任何零件之電流值恆相等這個事實，諸位可證明，對網路

中任一封閉面，所流入之總電流值代數和亦必為 0。

「克希荷夫電壓定律」一網路中，任一閉合路徑之電壓降代數和恆為零。（或閉合路徑中電壓值的總和為零）。如圖 1-8 閉合路徑 $abcd$ 中，以 a 為起點， a 至 b 之電壓降為 v_1 （當然 v_1 之值可能為正或負）， b 至 c 之電壓降為 $-v_2$ ， c 至 d 為 v_3 ， d 至 a 為 v_4 ，則應用此定律可得

$$v_1 - v_2 + v_3 + v_4 = 0 \quad (1-6)$$

亦即 $v_1 - v_2 = -v_4 - v_3 \quad (1-7)$

式 (1-7) 說明了由 abc 路徑，從 a 至 c 電壓降之代數和等於由 adc 路徑從 a 到 c 電壓降之代數和。

同理可推論，如網路中各閉合路徑均滿足 KVL ，則網路中任意二點間之電壓降，無論其計算之路徑為何，所得之代數和恆相等。所以，由 KVL ，我們可定義兩點間之電壓即為連結這兩點之任一閉路電壓降之和。

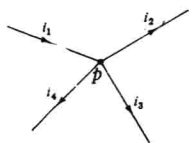


圖 1-7 應用 KCL 於點 p

【習題 1-1】

對網路中的一部份如圖 1-9 所示者，試用 KCL 證明流入這斜線所包圍的封閉面之電流和為 0。

【習題 1-2】

如圖 1-10，一網路 N 有 n 個接頭分別接到 N 中的一個連結點。電流 $i_1, i_2, \dots, i_n$ 係由 N 和另一外界網路連結所產生的。由習題 1-1 可知，每一零件或電源其二端接頭之 KCL 方程式必含有本身電流之項，利用這結果以及 KCL 在 N 中任一連結點成立之事實，證明 $i_1 + i_2 + \dots + i_n = 0$

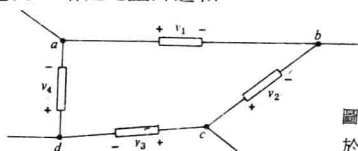


圖 1-8 應用 KVL 於一閉合路徑

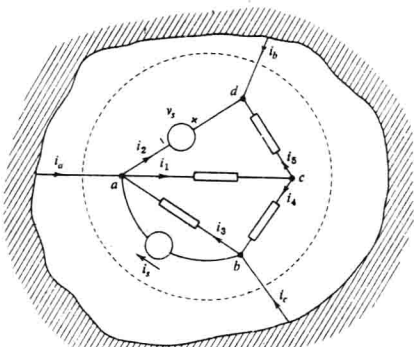


圖 1-9 封閉面之 KCL

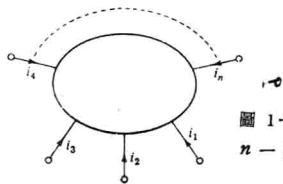


圖 1-10
 n —接頭網路

6 基本網路分析學

【習題 1-3】

a. 圖 1-11 所示為一二接頭網路 N_1 。此網路與另一網路由 1, 2 二接頭連結。所產生之電流為 i_1, i_2 。利用習題 1-2 之結果，說明 i_1 恆等於 i_2 。

b. 在圖 1-12 (a) 中， i_1, i_2, i_3, i_4 間有何關係？

c. 在圖 1-12 (b) 中， N_1 和 N_2, N_3 連結。 i_1, i_2 間有何關係？

d. (c) 之結果可否應用於圖 1-12 (a) 中之 i_1 和 i_2 ？為什麼？

【習題 1-4】

試說明如網路中有 n 個連結點，則只須應用 KCL 於其中 $n-1$ 個連結點，另有一點之 KCL 方程式可由此 $(n-1)$ 個方程式中求得，由此推論 KCL 在 n 個連結點均成立。

【習題 1-5】

a. 試說明在圖 1-13 中，如三閉合路徑 A, B, C ， KVL 均成立，則對網路中其他閉合路徑 KVL 亦均成立。（如 $abchefga$ 或 $cdehgabc \dots$ ）。

b. 所謂「平面網路」即網路中各零件均不相互交叉地連結於一平面上之網路。試應用(a)之結果，說明任一平面網路之閉合路徑，只要沒有任何零件或電源與此路徑相交，則 KVL 恆能成立。

【習題 1-6】

a. 寫出圖 1-14 網路所有 KCL 和 KVL 方程式。

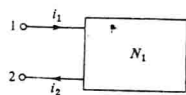
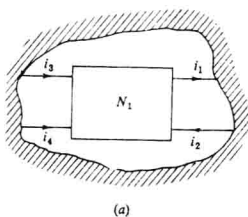
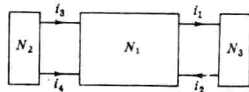


圖 1-11 二接頭網路



(a)



(b)

圖 1-12 四接頭網路的二種連結法

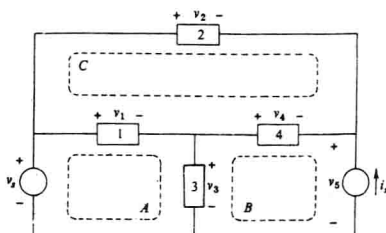


圖 1-13 KVL 之應用

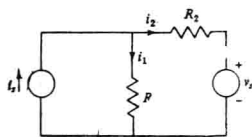


圖 1-14

b. 由(a), 求 i , $\circ$

基本網路 The basic network

如前所述, 網路中電壓電流間有三種約束: (一)各零件本身的 $v-i$ 關係 (二)電壓間之 KVL (三)電流間之 KCL 。所以在網路模型裏, 由以上三種約束我們可建立一組支配網路電壓電流之方程式。(亦即對各零件有 $v-i$ 關係; 對各閉合路徑有 KVL ; 對各連結點有 KCL)。但如了解各電源及零件之性質以及它們的連結情形對網路響應之影響後, 以上按步就班由三個步驟建立平衡方程式之步驟就顯得冗長不需要如此了。為進一步了解電源和零件在網路平衡方程式中所擔任的角色, 我們可首先研究當網路中所有電壓電源和電流電源均置為 0 時之 KCL 和 KVL 方程式。這些方程式當然須利用各零件之 $v-i$ 關係。我們將可看出, 如此所得之 KVL 和 KCL 方程式在電源重新加入後只要適當地修正, 即可說明原網路中所有電壓和電流之關係, 方程式個數根本不須增加。

例如圖 1-15 之網路, 將所有電源置為 0 後 (即將電壓電源短路, 電流電源斷路), 則得圖 1-16。

把原網路中所有電源全置為 0 後所得之新網路如圖 1-16 稱為基本網路。基本網路在網路理論的研究中相當重要。其零件將稱為支線 (branch); 而各支線賴以連結之端點稱為波節或結 (nodes), 亦即所有能以短路連結之點所形成的集合。如為一平面網路, 則其基本網路之閉合路徑, 如不包含其他閉合路徑時稱為網目 (mesh)。如圖 1-16 中, $abea$ 之路徑可稱為一網目, 但 $abcea$ 則因包含 $abea$, 不為一網目。

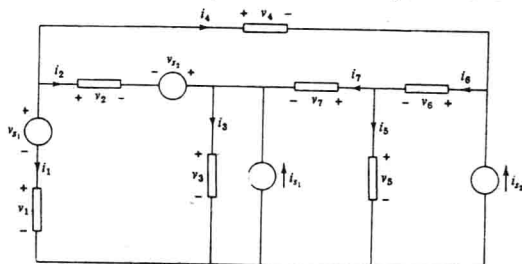


圖 1-15 含電流和電壓電源之網路

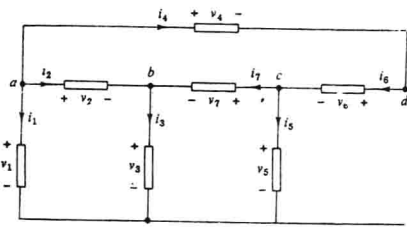


圖 1-16 將圖 1-15 中電源置為 0 後所得之網路
——基本網路

KVL 和 KCL 方程式之建立 Formulation of KVL and KCL equations

圖 1-16 基本網路中, 結 b 之 KCL 方程式為

$$i_2 - i_3 + i_7 = 0$$

(1-8)

8 基本網路分析學

其他各結 a, e, d 也可同樣立出 KCL 方程式，對網目 $abea$ ，其 KVL 方程式為

$$v_2 + v_3 - v_1 = 0 \quad (1-9)$$

其他各網目 $abcda, bcecb$ 亦可同樣立出 KVL 方程式。

現在，把電源重新加入圖 1-16，或為原圖 1-15 之網路。以比較二者之 KVL 和 KCL 方程式。

首先考慮 KVL 方程式，在電源重新加入後，基本網路中任一網目在新網路中必可找到一相對的閉合路徑。在此路徑中，可能有電壓電源。但不可能有電流電源。由於有電壓電源，故原網目之 KVL 方程式必須加入一電源項。但除了這電源值外，各零件代表電壓降之各項均沒改變。如圖 1-16 中，電壓電源重新加入後，原來之網目 $abea$ 變為圖 1-15 中之閉合路徑 $a'b'e'a'$ ，所以式 (1-9) KVL 方程式也就該修正為

$$v_2 - v_{s2} + v_3 - v_1 - v_{s1} = 0 \quad (1-10)$$

將有關電源之項移至等式右邊，可得

$$v_2 + v_3 - v_1 = v_{s2} + v_{s1} \quad (1-11)$$

上式左邊和式 (1-9) 完全相同。只是右邊加上電源項而已。電流電源重新加入後，除了和基本網路中各網目對應之閉合路徑外，還增加了一些新的。所以，似乎對這些新的閉合路徑還要設立 KVL 方程式。假定這些電流電源在同一時間加入基本網路中。因為電流電源 i -間並無約束。即如圖 1-15 電流電源 i_{s1} 加入後，順著電流箭頭方向之電壓降應和 $e'-b'$ 間電壓降相等即 $-v_3$ 。如對經由零件一，二和電壓電源 v_{s1} ， v_{s2} 及電流電源 i_{s1} 之閉路路徑取其 KVL 方程式，電流電源間電壓以 $-v_3$ 表之，則所得方程式和式 (1-10) 完全相同，所以電流電源的加入並未產生新的 KVL 方程式，只不過決定其兩端電壓值（如 i_{s1} 之 $v = -v_3$ ）而已。所以原網路之 KVL 方程式只須寫出和其基本網路相關者即可。

其次考慮 KCL 方程式。對基本網路中任一結均可找得一包含此結的封閉面。使流經該結的電流亦均流經此封閉面且相等。當電源重新加入後，我們可在新網路中求得和基本網路之結或封閉面相對之結和封閉面。如在圖 1-16 中與 a, b, c, d, e 五個結所對應之封閉面即如圖 1-17 虛線部份所示者。其所截電流數目也許要比基本網路封閉面所截者多，因為電流電源重新加入了，式 (1-8) 係對基本網路中 b 結亦即包含 b 之封閉面所取 KCL 方程式。在圖 1-17 所對應之封閉面中， KCL 方程式變為：

$$i_2 - i_3 + i_{s1} + i_7 = 0 \quad (1-12)$$

把電源項移至等式右邊，得

$$i_2 - i_3 + i_7 = -i_{s1} \quad (1-13)$$

所以當電流電源加入後，只是將原基本網路之 KCL 方程式右邊加入電流電源之項而已。至於電壓電源之加入，對 KCL 方程式並無影響。如圖 1-17 中，電源 v_{i2} 加入後流經其間的電流和短路時一樣，仍為 i_2 ，對此封閉面之 KCL 方程式毫無影響。只是可藉以得知流經其間之電流而已。

所以我們只要先建立基本網路的 KCL 和 KVL 方程式，然後考慮電源重新加入時所應做的修正，即將有關電源項移至等式右邊，左邊仍可保留不變。實際作業時，我們可簡化第一步驟，不必先建立基本網路之平衡方程式。一旦基本網路提供適當的閉合路徑和封閉面後，即可直接寫出實際網路之 KCL 和 KVL 方程式。這些方程式加上所有各零件本身之 $v-i$ 關係式後即表示了這網路中所有電壓和電流的約束。也就是這網路的平衡方程式。

剩下的問題即為基本網路中如何選擇封閉面和閉合路徑以保證能滿足網路的克希荷夫定律呢？如為平面網路時，由習題 1-5 各位可知只要對每個網目建立 KVL 方程式，則所有基本網路的 KVL 都能滿足。同理，由習題 1-4 各位也已知對一含 n 個結之基本網路只要建立其中 $n-1$ 個結之 KCL 方程式即可滿足網路中所有之 KCL 。故欲建立網路之克希荷夫定律方程式時，只須建立相對於其基本網路中每一網目之閉合路徑的 KVL 方程式和相對於基本網路中 $n-1$ 個結之封閉面之 KCL 方程式即可。

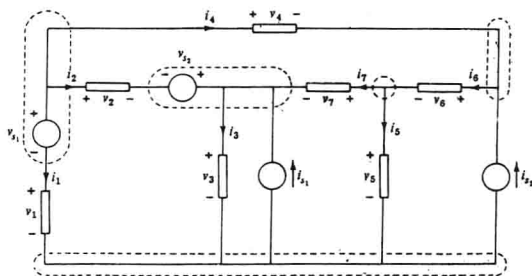


圖 1-17 由圖 1-16 各結 (a, b, c, d, e) 所對之封閉面

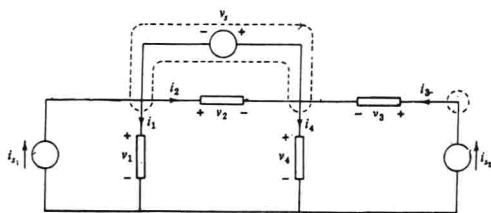


圖 1-18

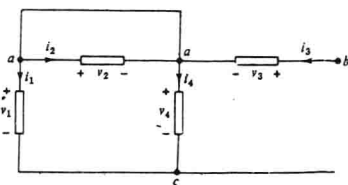


圖 1-19 圖 1-18 之基本網路

10 基本網路分析學

例如圖 1-18 之網路，當電壓電源和電流電源全置為 0 後則得圖 1-19 之基本網路。由支線和結之定義，圖 1-19 中二個 a 點其實為同一個結。故基本網路中有三結 (a, b, c)；二個網目。所以我們只須建立二 KVL 方程式和二 KCL 方程式。在圖 1-18 網路中取相對於二網目閉合路徑之 KVL 方程式：即

$$V_2 = -V_4 \quad (1-14)$$

$$\text{及 } -V_1 + V_2 + V_4 = 0 \quad (1-15)$$

取相對於 a, b 二結封閉面之 KCL 方程式，即：

$$i_1 - i_3 + i_4 = i_{s1} \quad (1-16)$$

$$\text{及 } i_3 = i_{s2} \quad (1-17)$$

上列四方程式再加上各零件本身之 $v-i$ 關係式就足以說明圖 1-18 網路中所有電壓和電流的約束了。各位也可看出，式 (1-14) 至 (1-17) 四式中等式左邊實和基本網路者完全一樣，只是等式右邊加入一些電源項而已。

如有幾個網路當電源均置為 0 後，得到一相同之基本網路。則其所相對之 KVL 方程式和 KCL 方程式各等式之左邊，亦都相同。此類網路有很多相似之特性，以後將會有更進一步之討論。

【習題 1-7】

a. (1)求圖 1-20 (a) 網路之基本網路。

(2)求相對於基本網路中各網目之閉合路徑。

(3)求相對於基本網路中各結之封閉面。

b. 同(a)，但網路為圖 1-20

(b) 所示者。

c. 同(b)，但網路為圖 1-20

(c) 所示。

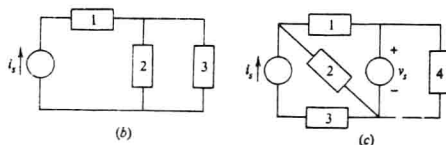
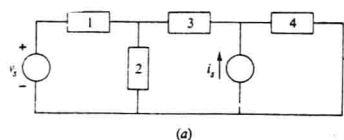


圖 1-20 求基本網路 (習題 1-7)

【習題 1-8】

a. 求圖 1-21 網路之基本網路。

b. 參考(a)，寫出圖 1-21 網路足以說明所有電壓及電流

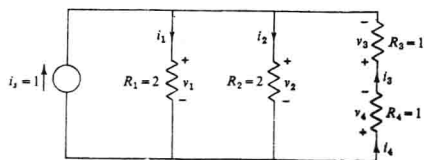


圖 1-21

約束之 KCL 和 KVL 方程式以及零件之 $v-i$ 關係式，並加以註明。

c. 由以上之方程式，解出所有零件之電壓和電流。

(圖中，電流、電壓、電阻之單位分別為安培、伏特、歐姆。1 伏特 = 1 安培 $\times$ 1 歐姆。)

【習題 1-9】

求圖 1-22 網路中之 v 和 i 。

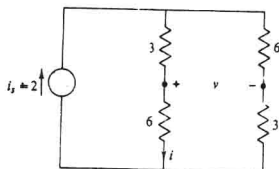


圖 1-22

【習題 1-10】

求圖 1-23 網路中之 v 和 i 。

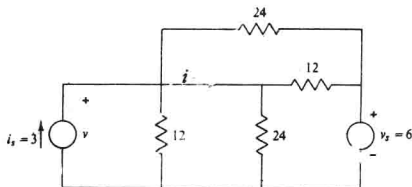


圖 1-23

【習題 1-11】

某網路有一電流電源，三零件和未知其值的電壓電源。但其基本網路有三個結。而網路和其中二結相對封閉面之 KCL 方程式為：

$$i_1 + i_2 - i_s = 0$$

$$\text{及 } -i_2 - i_3 + i_s = 0$$

式中 i_1 ， i_2 ， i_3 為流經三零件之電流。 i_s 為電流電源之電流值。這二 KCL 方程式為進入二封閉面電流值之和。

- 寫出和第三個結對應之封閉面的 KCL 方程式。
- 作一基本網路，使其中三個結之 KCL 方程式和題中網路之基本網路者相同。
- 試求電流電源在網路中的位置。
- 試求電壓電源在網路中可能的位址。
- 由(d)，設電壓電源值均為 0，寫出網路之 KVL 方程式。
- 如三零件均為 1 歐姆之電阻， i_1 ， i_2 ， i_3 皆為 1 安培。求 i_s 之值及電壓電源之位址使能滿足以上之 KCL 和 KVL 方程式。

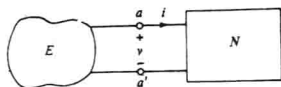


圖 1-24 二接頭網路 N
和外界網路 E 連結

二接頭網路之平衡方程式

Formulation of equilibrium for two-terminal network

有很多情形，網路中的一部分常以二接頭和其他部份連結。此種結構之電壓電流間有很特殊之關係，在網路理論中相當重要。

圖 1-24 即為此種型式之網路結構。二接頭網路 N 經由 a ， a' 二接頭與外界網路 E 連結。設 a ， a' 間之電壓為 v ，從 a 流入 N 之電流為 i 。則由習題 1-3 可知切由 a 流入 N 之電流值應等於由 a' 流出 N 之電流值。但電壓 v 和電流 i 之間以及其本身有何另外之約束呢？當然，如 N 為一電壓電源或電流電源時，則 v ， i 二者間，並沒約束存在。

假定 KCL ， KVL 以及各零件之 $v-i$ 關係均已應用於由 E 和 N 組成之全網路中。為方便起見，選定接頭 a' 為建立 KCL 方程式時所省略之唯一個結。 E 和 N 所組成之全網路的 KCL 和 KVL 方程式中，如有包含 E 和 N 之間電壓及電流各項，可以 i 代表所有 E 中流入接頭 a （即流入 N ）之電流和；以 v 代表 E 中從 a 到 a' 任何路徑之電壓降。如此，必可得一組只含 N 中各電壓、電流變數之方程式（加上二接頭間電壓 v 和電流 i 二變數），這些方程式即為此二接頭網路 N 之平衡方程式。

當然實際解題時用不着如此麻煩。

即如圖 1-25 網路，其平衡方程式可由下列步驟直接求出，不需參考與它連接之外界網路。

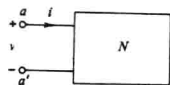


圖 1-25

1 在 N 中，按照我們前所規定寫出各 KVL 方程式，但多設立一經由 N 中零件和 a ， a' 二接頭間所構成假想閉合路徑之 KVL 方程式。 a ， a' 間電壓為 v 。

2 在 N 中，亦按規定寫出各封閉面之 KCL 方程式。（通常係省略包含 a' 端之封閉面，不須設立方程式。包含 a 端之封閉面，由 a 流入電流值為 i 。）

3 寫出 N 中各種零件本身的 $v-i$ 關係式。