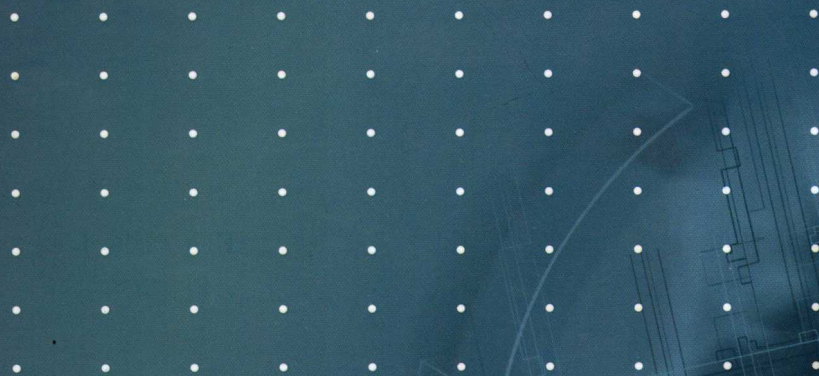


教育部高等学校电子电气基础课程教学指导分委员会推荐教材

数字电路与系统设计

■ 孙万蓉 主编

■ 孙万蓉 任爱锋 周端 初秀琴 董瑞军 编著



高等教育出版社

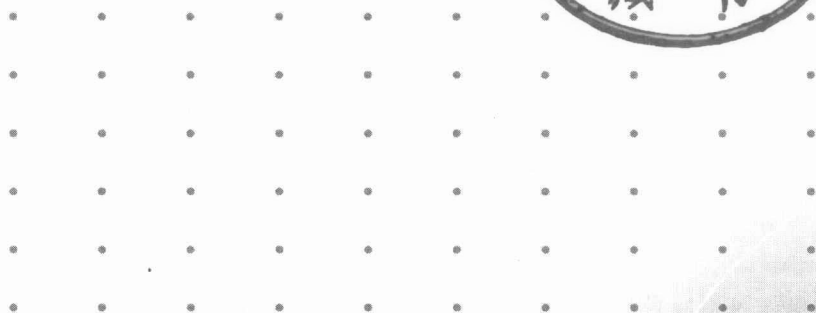
教育部高等学校电子电气基础课程教学指导分委员会推荐教材

数字电路与系统设计

SHUZI DIANLU YU XITONG SHEJI

■ 孙万蓉 主编

■ 孙万蓉 任爱锋 周端 初秀琴 董瑞军 编著



高等教育出版社·北京

内容简介

全书共 10 章,主要内容有:数制与编码、逻辑代数基础、组合逻辑电路、触发器、时序逻辑电路的分析和设计、脉冲波形的产生与整形、集成逻辑门、存储器和可编程逻辑器件、数模和模数转换器、VHDL 硬件描述语言及数字系统设计实例。各章均选用了较多的典型实例,且 VHDL 设计实例给出了仿真波形。每章最后均有相当数量的习题,第 10 章后的系统设计大作业有益于锻炼读者联系实际、综合应用 EDA 设计的能力。

本书可作为高等学校电子信息类、自动化专业“数字电路”课程的基本教材和教学参考书,也可作为相关工程技术人员的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

数字电路与系统设计/孙万蓉主编;孙万蓉等编著

--北京:高等教育出版社,2015.6

ISBN 978-7-04-042661-8

I. ①数… II. ①孙… III. ①数字电路-系统设计-高等学校-教材 IV. ①TN79

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 093753 号

策划编辑 吴陈滨
插图绘制 黄建英

责任编辑 王楠
责任校对 刘春萍

封面设计 赵阳
责任印制 赵义民

版式设计 范晓红

出版发行 高等教育出版社
社址 北京市西城区德外大街 4 号
邮政编码 100120
印刷 北京天来印务有限公司
开本 787mm×1092mm 1/16
印张 20.5
字数 480 千字
购书热线 010-58581118

咨询电话 400-810-0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.landaco.com>
<http://www.landaco.com.cn>
版次 2015 年 6 月第 1 版
印次 2015 年 6 月第 1 次印刷
定 价 30.00 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换
版权所有 侵权必究
物料号 42661-00

序 一

由教育部高等学校电子电气基础课程教学指导分委员会推荐,西安电子科技大学与高等教育出版社联合策划的这套电子信息类专业基础课程系列教材即将陆续出版发行,我很高兴,这是我国高校电子信息类教材建设工作的一个新举措!

本系列教材的编写基于西安电子科技大学的电子信息办学特色和长期的教学经验积累。学校从1931年诞生于江西瑞金的中央军委无线电学校,到1949年张家口的军委工校和20世纪60年代的“西军电”,80年代的西北电讯工程学院,到现在的西安电子科技大学,一直致力于为国家和军队培养电子信息方面的高级专业人才,是国内最早建立信息论、信息系统工程、雷达、微波天线、电子机械、电子对抗等专业的高校之一,形成了鲜明的电子与信息学科特色与优势。本系列教材由学校众多知名教授担任主编,他们长期从事电子信息专业基础课教学和研究,努力继承和发扬学校在电子信息类专业基础课教学方面的经验和特色,并结合最新的科技进展组织和编写了系列教材。

大家知道,培养高素质的电子信息专门人才的前提,是要加强基础课程建设,尤其是数理基础和专业技术基础,要打造一个高水平的专业基础课程平台;本系列教材正是瞄准这一目标,从电路分析、信号与系统、模电(低频,高频)、数电、电磁场等专业基础课,到通信原理、雷达原理、软件技术基础、微波技术与天线等技术基础课,构成了一个知识面宽阔的电子信息类专业基础课教材体系。

本系列教材在编写时强调了如下几点,也可看做是本系列教材的特色:

(1) 本系列教材自成体系,以西安电子科技大学的优势学科和特色专业为依托,覆盖了学校电子信息类专业的主干专业基础课程,知识结构系统完整,内容精练,具有先进性、系统性、完整性等特点。

(2) 本系列教材由学校知名教授、专家(包括国家级教学名师、教育部相关教指委委员、学科带头人等)担任主编,他们具有较丰富的教学和科研经验,保证了该系列教材的编写质量。

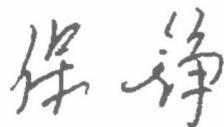
(3) 本系列教材具有很好的基础,大部分教材都是在原有教材的基础上进行修订,在此基础上增加先进的内容和新的方法,而部分原有教材是国家“九五”、“十五”、“十一五”国家级规划教材和普通高等教育精品教材,获得过省部级优秀教材奖。

(4) 本系列教材对应的本科生课程大部分是国家级精品课程或省级精品课程,课程建设和教材建设十分注重基础理论知识与实际工程应用之间的紧密结合,注重对学生的分析问题和解决问题能力的培养。

电子信息领域是一个发展异常迅速的领域,新的需求不断产生,新技术不断涌现,电子信息产品迅速更新并广泛应用于社会的各个方面,从而对IT人才培养提出了更高的要求,

反映在课程建设和教材建设上,就是要有前瞻性,并不断强化基础、不断适应新技术和新要求,就是要通过教学改革与创新,不断提高教学质量,进而促进人才培养质量的全面提升。

希望本系列教材能在这方面产生一些积极的促进作用,并在实践中不断改进和提高,为国家培养出更多优秀的电子信息高级专业人才做出贡献!



2012年5月于西安

序 二

自1999年以来,我国高等教育的规模发生了历史性变化,开始进入大众化的发展阶段。高等院校从生源基础知识水平、课程设置、教学目的到培养目标都趋于多元化,原有教材类型和种类较少的现状已经难以满足不同类型高等院校培养不同类型人才的需求。而在本科教育中,基础课程建设是保证和提高教学质量的关键。为此,“教育部高等学校电子电气基础课程教学指导分委员会”与高等教育出版社合作,以教育部高等学校电子电气基础课程教学指导分委员会最新制定的《电子电气基础课程教学基本要求》、电子信息科学类与电气信息类各教学指导分委员会最新制定的专业规范以及《全国工程教育专业认证标准(试行)》为依据,共同组织制订了“电子信息科学类与电气信息类专业平台课程教材规划”。

这套规划教材的制订和编写遵循了以下几点原则:

1. 尊重历史,将高等教育出版社经过半个多世纪的积淀所形成的名家名作、精品教材纳入规划。这些教材经过数十年的教学实践检验,具有很好的教学适用性。此次规划将依据新的《电子电气基础课程教学基本要求》以及电气信息学科领域的最新发展,对教材内容进行修订。

2. 突出分类指导,突出不同类型院校工程教育的特点。大众化教育阶段,不同类型院校的人才培养目标定位不同,应当根据不同类型院校学生的特点组织编写与之相适应的教材。鼓励有编写基础的一般院校和应用型本科院校经过2~3年的试用,形成适用于本层次教学的教材。

3. 理论知识与实际应用相结合。提倡在教材编写中把理论知识与在实际生产和生活中的应用紧密结合,着重培养学生的工程实践能力和创新能力,以适应社会对工程教育人才的要求。

4. 数字化的多媒体资源与纸质教材内容相结合。在教育部“加快教育信息化进程”的倡导下,提倡利用多样化、立体化的信息技术手段(如动画、视频等),将课程教学内容展现给学习者,以加深他们对知识的理解,达到更好的教学效果。

教材建设是一项长期、艰巨的工程。我们将本着成熟一批出版一批的指导思想,把这项工作扎实持续地推进下去,为电子信息科学类与电气信息类专业基础课程建设一批基础扎实、教学适用性强、体现时代气息的规划教材,为提高高等教育教学质量,深化高等教育教学改革做出应有的贡献。

教育部高等学校电子电气基础课程教学指导分委员会主任委员

2010年12月

前 言

本书是为了适应数字技术新的发展方向和教学改革,总结西安电子科技大学“数字电路与系统设计”课程多年教学和数字电子技术教材的经验编写而成。

2004年我校“数字电路与系统设计”课程被评为国家级精品课程,2012年参加了国家精品课程共享建设。课程团队的教师跟随电子信息技术、计算机技术等领域的最新发展,不断地在教学内容、方法和手段以及教材等方面进行了一系列的改革与实践,对不同的专业和学生,形成了“数字电路与系统设计”课程独具特色的教学体系,具有突出的优点。

数字集成器件、数字技术的迅速发展,特别是EDA技术和可编程逻辑器件的普及对数字系统硬件设计产生了很大的影响,它改变了设计思想,利用EDA工具,通过芯片的设计来实现数字系统的设计。现代数字系统设计多采用自顶向下的方法:它按照系统的功能(“顶”),“向下”将系统功能由大到小进行分解,直到用基本逻辑功能模块来实现。

在研究和学习国内外同类教材优点的基础上,结合多年科研、教学经验编写的本教材具有以下特点:(1)重心从强调“功能模块设计”转换到“数字系统设计”;(2)在不削弱基础的前提下,压缩分立元件的内容,加强集成电路的内容,强调以中、大规模集成电路为基础的系统级分析、设计方法;(3)增加、强调新技术和新方法,如可编程逻辑器件、硬件描述语言、EDA等现代数字系统设计技术;(4)增加了数字电路与微处理器和数字信号处理的融合;(5)增加满足高速、高精度要求的流水线型A/D转换器及其应用的介绍;(6)强调实际应用和数字系统设计,给出数字系统设计仿真实例。

本书把集成逻辑门相关内容放在第7章,与第8章存储器和可编程逻辑器件紧密联系,从小规模内部电路到大规模可编程逻辑器件,这样安排易于学生理解与比较。

本书可分成两部分进行教学,即基础理论部分(第1章到第9章)和EDA部分(第10章),基础理论部分需要48~60学时,EDA部分需要10~20学时。

本书第5、6、9章由孙万蓉编写,第1、8章由任爱锋编写,第2、7章由周端编写,第10章由初秀琴编写,第3、4章由董瑞军编写。本书在编写过程中得到孙肖子教授和杨颂华教授的支持和帮助,蔡惟铮教授在百忙之中审阅了书稿,并提出了许多宝贵意见。在此,特向所有帮助过我们的老师表示衷心的感谢。

由于作者水平和时间有限,书中错误与疏漏之处在所难免,敬请同行及广大读者批评指正。作者邮箱:sunwanrong@xidian.edu.cn。

编 者

2015年4月

郑重声明

高等教育出版社依法对本书享有专有出版权。任何未经许可的复制、销售行为均违反《中华人民共和国著作权法》，其行为人将承担相应的民事责任和行政责任；构成犯罪的，将被依法追究刑事责任。为了维护市场秩序，保护读者的合法权益，避免读者误用盗版书造成不良后果，我社将配合行政执法部门和司法机关对违法犯罪的单位和个人进行严厉打击。社会各界人士如发现上述侵权行为，希望及时举报，本社将奖励举报有功人员。

反盗版举报电话 (010)58581897 58582371 58581879

反盗版举报传真 (010)82086060

反盗版举报邮箱 dd@hep.com.cn

通信地址 北京市西城区德外大街4号 高等教育出版社法务部

邮政编码 100120

目 录

第 1 章 数制与编码	1	2.5 逻辑函数的化简方法	32
1.1 数字逻辑电路概述	1	2.5.1 代数化简法	32
1.2 数制	3	2.5.2 卡诺图化简法	34
1.2.1 进位计数制	3	2.5.3 无关项逻辑函数及其化简	40
1.2.2 几种常用的数制	3	本章小结	42
1.2.3 不同进位计数制之间的转换	5	习题 2	42
1.3 编码	8	第 3 章 组合逻辑电路	46
1.3.1 二-十进制编码(BCD 码)	8	3.1 组合逻辑电路分析	46
1.3.2 可靠性编码	9	3.2 组合逻辑电路设计	49
1.3.3 字符代码	11	3.2.1 组合逻辑电路设计举例	49
1.4 带符号数的表示及运算	11	3.2.2 多输出组合逻辑电路的设计	51
本章小结	14	3.3 常用中规模组合逻辑器件及其应用	53
习题 1	14	3.3.1 译码器	53
第 2 章 逻辑代数基础	16	3.3.2 编码器	61
2.1 逻辑代数的基本运算	16	3.3.3 数据选择器	64
2.1.1 逻辑函数的概念	16	3.3.4 加法器	70
2.1.2 三种基本逻辑运算	17	3.3.5 数值比较器	72
2.2 逻辑代数的公式和规则	18	3.4 组合逻辑电路中的竞争与冒险	72
2.2.1 逻辑代数公式	18	3.4.1 竞争与冒险	72
2.2.2 化简公式	19	3.4.2 冒险的判别	73
2.2.3 三个重要规则	21	3.4.3 冒险的消除	74
2.3 复合逻辑和逻辑门	22	本章小结	75
2.3.1 常用复合逻辑运算和复合门	22	习题 3	75
2.3.2 常用逻辑门的等效符号	24	第 4 章 触发器	80
2.3.3 集电极开路门和三态逻辑门	25	4.1 基本 RS 触发器	80
2.4 逻辑函数表达式的常用形式	26	4.1.1 基本 RS 触发器的构成及工作原理	80
2.4.1 实现逻辑函数表达式的常用形式	26		
2.4.2 逻辑函数的两种标准形式	29		

4.1.2 基本 RS 触发器的描述方法	81	5.6.2 集成移位寄存器构成移位型计数器	139
4.1.3 基本 RS 触发器的应用举例	83	5.7 中规模时序电路的综合应用	143
4.2 钟控触发器	83	5.7.1 序列信号检测器	143
4.2.1 常用钟控触发器	83	5.7.2 序列信号发生器	144
4.2.2 钟控触发器存在的空翻现象	86	5.7.3 简单数字滤波电路设计	149
4.3 主从触发器和边沿触发器	87	本章小结	152
4.3.1 主从触发器	87	习题 5	153
4.3.2 边沿触发器	89	第 6 章 脉冲波形的产生与整形	158
4.4 触发器的逻辑符号及时序图	90	6.1 555 定时器及其应用	158
4.4.1 触发器的逻辑符号	90	6.1.1 555 定时器的结构与功能	158
4.4.2 触发器的时序图	91	6.1.2 555 定时器的典型应用	160
本章小结	94	6.2 集成单稳态触发器	166
习题 4	94	6.3 石英晶体振荡器	167
第 5 章 时序逻辑电路的分析和设计	97	6.3.1 石英晶体	168
5.1 时序逻辑电路的基本概念	97	6.3.2 逻辑门构成的晶体振荡电路	168
5.1.1 时序逻辑电路的结构	97	6.3.3 集成晶体振荡器	169
5.1.2 时序逻辑电路的分类	98	本章小结	170
5.2 同步时序逻辑电路的分析	99	习题 6	171
5.2.1 同步时序逻辑电路的一般分析过程	99	第 7 章 集成逻辑门	174
5.2.2 同步时序逻辑电路的分析举例	100	7.1 数字集成电路的分类	174
5.3 异步时序逻辑电路的分析方法	107	7.2 TTL 集成逻辑门	175
5.4 同步时序逻辑电路的设计方法	109	7.2.1 TTL 与非门的工作原理	175
5.4.1 建立原始状态图或状态表	112	7.2.2 TTL 与非门的特性与参数	176
5.4.2 状态化简	116	7.2.3 TTL 集成电路系列	180
5.4.3 状态分配	118	7.2.4 集电极开路门和三态门	181
5.4.4 同步时序逻辑电路的设计举例	119	7.3 CMOS 集成逻辑门	185
5.5 集成计数器	124	7.3.1 CMOS 反相器	185
5.5.1 常用集成计数器	125	7.3.2 CMOS 逻辑门	187
5.5.2 任意模值计数器	129	7.3.3 CMOS 传输门	187
5.5.3 分频器与计数器的关系	135	7.3.4 CMOS 集成电路系列	188
5.6 集成寄存器	136	7.4 集成门电路使用中的实际问题	189
5.6.1 寄存器和移位寄存器	136	7.4.1 TTL 电路与 CMOS 电路的接口	189
		7.4.2 CMOS 电路使用注意事项	189

7.4.3 输入、输出端与外接电阻	190	本章小结	252
本章小结	191	习题 9	252
习题 7	192		
第 8 章 存储器和可编程逻辑器件 ..	195	第 10 章 VHDL 硬件描述语言及	
8.1 半导体存储器概述	195	数字系统设计实例	254
8.2 只读存储器(ROM)	196	10.1 概述	254
8.2.1 ROM 的结构及其工作原理	196	10.2 VHDL 程序基本结构	255
8.2.2 ROM 的分类	197	10.2.1 实体	256
8.2.3 ROM 的应用	201	10.2.2 结构体	257
8.3 随机存取存储器(RAM)	207	10.2.3 库和程序包	258
8.3.1 RAM 的结构	207	10.2.4 配置	260
8.3.2 RAM 的存储单元电路	208	10.3 VHDL 的基本语法	260
8.3.3 集成 RAM	210	10.3.1 数据对象	260
8.3.4 存储器容量的扩展	215	10.3.2 数据类型	261
8.4 可编程逻辑器件	217	10.3.3 运算操作符	263
8.4.1 低密度可编程逻辑器件	217	10.4 VHDL 的主要描述语句	265
8.4.2 现场可编程门阵列(FPGA)	226	10.4.1 并行描述语句	265
8.4.3 可编程逻辑器件的开发过程 ..	231	10.4.2 顺序描述语句	268
本章小结	233	10.5 数字电路的 VHDL 描述	
习题 8	234	实例	277
第 9 章 数模和模数转换器	237	10.5.1 组合逻辑电路的 VHDL	
9.1 概述	237	描述方法	277
9.1.1 A/D 转换器的主要技术指标 ..	238	10.5.2 时序逻辑电路的 VHDL	
9.1.2 D/A 转换器的主要技术指标 ..	239	描述方法	280
9.2 数模转换器及其应用	240	10.5.3 有限状态机的 VHDL 设计	285
9.2.1 D/A 转换器的基本工作原理 ..	240	10.6 数字系统设计	290
9.2.2 并行输入 8 位 DAC0832	241	10.6.1 数字系统设计方法	290
9.2.3 串行输入 16 位 DAC8551	243	10.6.2 数字系统设计实例	291
9.3 A/D 转换器	244	本章小结	308
9.3.1 A/D 转换器的基本工作原理 ..	244	习题 10	309
9.3.2 并行输出 8 位 A/D 转换器		数字系统设计大作业	310
ADC0809	249		
9.3.3 串行输出 12 位 A/D 转换器		附录 常用 74 系列数字集成电路分类	
ADS7886	251	索引表	312
		参考文献	315

第 1 章 数制与编码

数字系统的基本功能是对数字信息进行加工和处理,如数的运算、传输和变换等,因此我们首先要对数的基本特征有所了解。

本章从常用的十进制数开始,分析推导各种不同数制的表示方法以及各种数制之间的转换方法,并着重讨论数字计算机和其他数字设备中广泛采用的二进制数,最后介绍几种常用的编码。

1.1 数字逻辑电路概述

自然界的各种物理量可分为模拟量和数字量两大类。模拟量在时间上是连续取值的,在幅值上也是连续变化的。表示模拟量的信号称为模拟信号。处理模拟信号电子电路称为模拟电路。数字量是一系列时间离散、数值也离散的物理量。表示数字量的信号称为数字信号。处理数字信号电子电路称为数字电路。模拟信号波形和数字信号波形分别如图 1-1-1(a)和(b)所示。

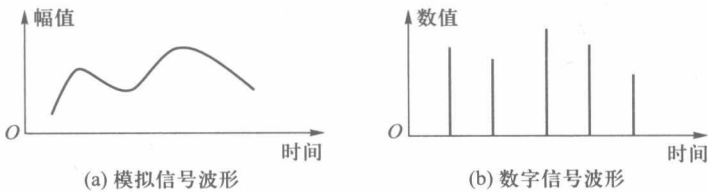


图 1-1-1 模拟信号与数字信号波形

与模拟信号直接反映自然界中真实物理量的变化不同,数字信号是通过某种编码间接地反映实际物理量的变化。模拟量用数字 0、1 编码表示的过程称为模拟量的数字化。数字

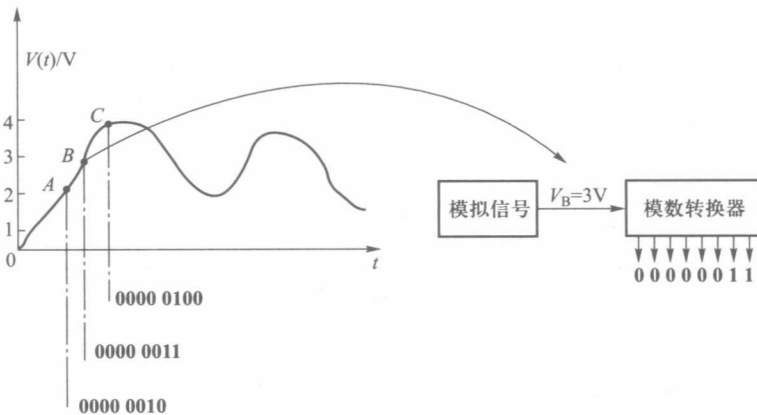


图 1-1-2 模拟信号的数字化

化过程如图 1-1-2 所示,例如把 B 点的模拟电压 3V 用 8 位二进制数 **00000011** 来表示,把模拟信号转换为数字信号的器件称为模数转换器(有关模数转换器的概念将在第 9 章介绍)。

由于长时间以来人们已经习惯用数字表示各种物理量的大小,而且随着数字计算机的广泛应用,为了充分发挥计算机在信号处理方面的强大功能,常常把模拟信号表示的物理量转换为与之对应的数字信号,送往数字计算机进行处理,然后再根据需要,将处理结果的数字信号转换为与之对应的模拟信号输出。

数字电路的一般框图如图 1-1-3 所示,它有 n 个输入 X_1, X_2, \dots, X_n 和 m 个输出 F_1, F_2, \dots, F_m ,此外还有一个定时信号,即时钟脉冲信号 $Clock$ 。每个输入 X_i 和输出 F_j 都是时间和数值上离散的二值信号,可用数字 **0** 和 **1** 来表示。在数字电路和数字系统中,可以用 **0** 和 **1** 组成的数码(二进制数码)表示数量的大小,也可以用 **0** 和 **1** 表示两种不同的逻辑状态。当用 **0** 和 **1** 表示客观事物的两种对立状态时,它不表示数值,而表示逻辑 **0** 和逻辑 **1**,这两种对立的逻辑状态称为二值数字逻辑或简称为数字逻辑。数字电路的输出与输入之间满足一定的逻辑关系,因而数字电路也称为逻辑电路。

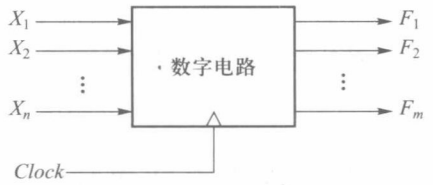


图 1-1-3 数字电路的一般框图

数字电路中的电子器件都工作在开关状态,电路的输出只有高、低两个电平,因而很容易实现二值数字逻辑。在分析实际电路时,逻辑高电平和逻辑低电平都对应一定的电压范围,不同系列的数字集成电路,其输入、输出为高电平或低电平时所对应的电压范围是不同的。一般用逻辑高电平(或接电源电压)表示逻辑 **1** 和二进制数的 **1**,用逻辑低电平(或接地)表示逻辑 **0** 和二进制数的 **0**。在数字电路中,当用高电平表示逻辑 **1**,用低电平表示逻辑 **0** 时称为正逻辑;当用低电平表示逻辑 **1**,用高电平表示逻辑 **0** 时称为负逻辑。通常情况下数字电路使用正逻辑。

数字电路的输入、输出逻辑电平随时间变化的波形称为数字波形。数字波形有两种类型:一种是电位型,另一种是脉冲型(或称归零型)。在波形图中,一定的时间间隔 T 称为 1 位(1 bit)或一拍。电位型的数字波形在一拍时间内用高电平表示 **1**,用低电平表示 **0**;脉冲型的数字波形则在一拍时间内以脉冲有无来表示 **1** 和 **0**。图 1-1-4 所示为 **01001101100** 数字信号的电位型和脉冲型两种波形表示,其中图 1-1-4(a)为电位型的数字波形,图 1-1-4(b)是脉冲型的数字波形。

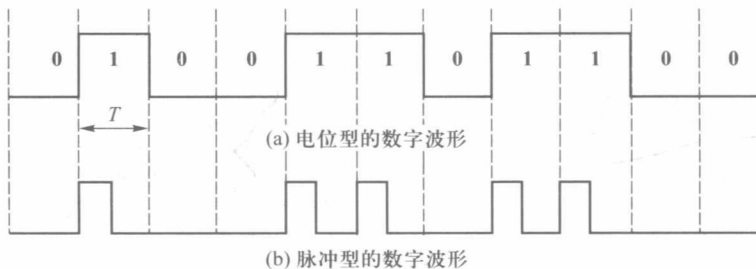


图 1-1-4 数字信号的两波形表示

数字电路和数字系统的输入、输出逻辑关系(功能或行为)通常可以用文字、真值表、逻辑函数表达式、逻辑电路图、时序图、状态图、状态表等多种形式进行描述。此外,还可以采

用硬件描述语言(Hardware Description Language, HDL)进行描述,各种描述形式将在后续章节中介绍。

数字电路系统只能处理用二进制数表示的数字信号,而人们习惯用的十进制数不能被数字电路系统接收。因此,在人与数字电路系统交换信息时,需要把十进制数转换成二进制数,当数字系统运行结束时,为了便于人们阅读,又需要将二进制数转换成十进制数,所以为了便于信息交换和传输,我们需要研究各种数制之间的转换及不同的编码方式。

1.2 数制

1.2.1 进位计数制

人们在长期的生产生活实践中发明和积累了多种不同的计数方法,既可以用不同的数码(例如5、6、7等)表示不同数量的大小,又可以用不同的数码表示不同的事物或同一事物的不同状态。而随着需要表示的数量的增加,仅用1位数码表示数量的大小往往会不够用,因而常常采用多位数码来表示(例如25、36等)。在多位数码中,每一位的构成和从低位向高位进位的规则称为进位计数制(简称数制)。数字系统中常用的进位计数制有十进制、二进制和十六进制,有时也会用到八进制。每一种进位计数制都有一组特定的数码、符号,例如我们熟悉的十进制数有10个数码,二进制数只有2个数码,而十六进制数有16个数码等。每种进位计数制中允许使用的数码总数称为基数(Base)或底数(Radix)。

在任何一种进位计数制中,任何一个数都由整数和小数两部分组成,并且具有两种书写形式:位置记数法和多项式表示法。

1.2.2 几种常用的数制

1. 十进制数(Decimal)

十进制数具有以下特点:

- (1) 具有10个不同的数码0、1、2、…、9和一个小数点(.)。
- (2) 多位数中低位和相邻高位之间的进位规则是“逢十进一”。

若干个数码并列在一起可以表示一个十进制数。例如在625.76这个数中,小数点左边第一位的5代表个位,它的数值为5,即 5×10^0 ;小数点左边第二位的2代表十位,它的数值为 2×10^1 ;小数点左边第三位的6代表百位,它的数值为 6×10^2 ;小数点右边第一位的值为 7×10^{-1} ;小数点右边第二位的值为 6×10^{-2} 。可见,数码处于不同的位置,代表的数值是不同的。这里 10^2 、 10^1 、 10^0 、 10^{-1} 、 10^{-2} 称为“权”或“位权”,即十进制数中各位的权是基数10的幂(即10的各次方),各位数码所表示的值等于该数码与权的乘积。因此,一个多位数表示的数制等于每一位数码乘以它的位权后相加。例如625.76可表示为

$$(625.76)_{10} = 6 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 5 \times 10^0 + 7 \times 10^{-1} + 6 \times 10^{-2}$$

上式等号左边称为位置记数法或并列表示法,等号右边称为多项式表示法或按权展开法。

通常对于任何一个十进制数 $(N)_{10}$,都可以用位置记数法和多项式表示法写为

$$\begin{aligned} (N)_{10} &= a_{n-1}a_{n-2} \cdots a_1a_0 \cdot a_{-1}a_{-2} \cdots a_{-m} \\ &= a_{n-1} \times 10^{n-1} + a_{n-2} \times 10^{n-2} + \cdots + a_1 \times 10^1 + a_0 \times 10^0 + a_{-1} \times 10^{-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & +a_{-2} \times 10^{-2} + \cdots + a_{-m} \times 10^{-m} \\
 & = \sum_{i=-m}^{n-1} a_i \times 10^i \quad (1-2-1)
 \end{aligned}$$

式中, n 代表整数位数, m 代表小数位数, a_i ($-m \leq i \leq n-1$) 表示第 i 位数码, 它可以是 0、1、2、3、 \cdots 、9 中的任意一个, 10^i 为第 i 位数码的权值。 $(N)_{10}$ 下脚注 10 表示括号内的数是十进制数, 有时也用下脚注 D 表示, 例如

$$(625.76)_D = (625.76)_{10}$$

上述十进制数的表示方法也可以推广到任意进制数。对于一个基数为 R ($R \geq 2$) 的 R 位计数制, 数 $(N)_R$ 可以写为

$$\begin{aligned}
 (N)_R & = a_{n-1} a_{n-2} \cdots a_1 a_0 \cdot a_{-1} a_{-2} \cdots a_{-m} \\
 & = a_{n-1} \times R^{n-1} + a_{n-2} \times R^{n-2} + \cdots + a_1 \times R^1 + a_0 \times R^0 + a_{-1} \times R^{-1} \\
 & \quad + a_{-2} \times R^{-2} + \cdots + a_{-m} \times R^{-m} \\
 & = \sum_{i=-m}^{n-1} a_i R^i \quad (1-2-2)
 \end{aligned}$$

式中, n 代表整数位数, m 代表小数位数, a_i ($-m \leq i \leq n-1$) 为第 i 位数码, 它可以是 0、1、 \cdots 、 $(R-1)$ 个不同数码中的任何一个, R^i 为第 i 位数码的权值。

2. 二进制数(Binary)

二进制的进位规则是“逢二进一”, 其基数 $R=2$, 每位数码的取值只能是 0 或 1, 每位的权是 2 的幂。凡是大于 1 的数都需要用多位数表示。表 1-2-1 列出了二进制位数、权和十进制数的对应关系。

表 1-2-1 二进制位数、权和十进制数的对应关系

二进制整数位	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
权	2^{12}	2^{11}	2^{10}	2^9	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
(十进制表示)	4 096	2 048	1 024	512	256	128	64	32	16	8	4	2	1
二进制小数位	-1		-2		-3		-4		-5		-6		
权	2^{-1}		2^{-2}		2^{-3}		2^{-4}		2^{-5}		2^{-6}		
(十进制表示)	0.5		0.25		0.125		0.062 5		0.031 25		0.015 625		

任何一个二进制数 $(N)_2$, 根据式(1-2-2), 取 $R=2$, 可表示为

$$\begin{aligned}
 (N)_2 & = a_{n-1} a_{n-2} \cdots a_1 a_0 \cdot a_{-1} a_{-2} \cdots a_{-m} \\
 & = a_{n-1} \times 2^{n-1} + a_{n-2} \times 2^{n-2} + \cdots + a_1 \times 2^1 + a_0 \times 2^0 + a_{-1} \times 2^{-1} \\
 & \quad + a_{-2} \times 2^{-2} + \cdots + a_{-m} \times 2^{-m} \\
 & = \sum_{i=-m}^{n-1} a_i 2^i \quad (1-2-3)
 \end{aligned}$$

把式(1-2-3)中二进制数按权展开的表达式, 按十进制数的乘法和加法运算, 即得到它所表示的十进制数的大小。例如

$$(1101.101)_2 = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1} + 0 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3} = (13.625)_{10}$$

式中的下脚注 2 表示括号中的数是二进制数, 也可以用 B 作为下脚注, 例如:

$$(1001110.1011)_B = (1001110.1011)_2$$

二进制数具有以下特点:

(1) 因为它只有 0、1 两个数码,在数字电路中利用一个具有两个稳定状态且能相互转换的开关器件就可以表示 1 位二进制数,因此采用二进制数的电路易于实现,且工作稳定可靠。

(2) 二进制数的算术运算和十进制数的算术运算规则相似,不同的是二进制数是“逢二进一”和“借一当二”,而不是“逢十进一”和“借一当十”。

例如:

加法运算	减法运算	乘法运算	除法运算
$\begin{array}{r} 1101.01 \\ + 1001.11 \\ \hline 10111.00 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1101.01 \\ - 1001.11 \\ \hline 0011.10 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1101 \\ \times 110 \\ \hline 0000 \\ 1101 \\ 1101 \\ \hline 1001110 \end{array}$	$\begin{array}{r} 101 \cdots \text{商} \\ 101 \overline{) 11011} \\ \underline{101} \\ 111 \\ \underline{101} \\ 10 \cdots \text{余数} \end{array}$

与十进制数相比,一个数若用二进制数表示要比相应的十进制数的位数长得多。为了能方便地与二进制转换且便于书写,通常采用八进制和十六进制作为二进制的缩写方式。

3. 八进制数(Octal)

八进制数的进位规则是“逢八进一”,其基数 $R=8$,采用的数码是 0、1、2、3、4、5、6、7,每位的权是 8 的幂。任何一个八进制数 $(N)_8$ 可以根据式(1-2-2),取 $R=8$,表示为

$$(N)_8 = \sum_{i=-m}^{n-1} a_i 8^i \quad (1-2-4)$$

例如

$$(673.5)_8 = 6 \times 8^2 + 7 \times 8^1 + 3 \times 8^0 + 5 \times 8^{-1} = (443.625)_{10}$$

式中的下脚注 8 表示括号中的数是八进制数,也可以用 O 作为下脚注。

4. 十六进制数(Hexadecimal)

十六进制数的特点是:

(1) 采用的 16 个数码为 0、1、2、…、9、A、B、C、D、E、F。符号 A~F 分别代表十进制数的 10~15,即 A 表示十进制数 10,B 表示 11,C 表示 12,D 表示 13,E 表示 14,F 表示 15。

(2) 进位规则是“逢十六进一”,基数 $R=16$,每位的权是 16 的幂。

任何一个十六进制数 $(N)_{16}$,可以根据式(1-2-2),取 $R=16$,表示为

$$(N)_{16} = \sum_{i=-m}^{n-1} a_i 16^i \quad (1-2-5)$$

例如

$$\begin{aligned} (5AC.B2)_{16} &= 5 \times 16^2 + 10 \times 16^1 + 12 \times 16^0 + 11 \times 16^{-1} + 2 \times 16^{-2} \\ &\approx (1\ 452.6875)_{10} \end{aligned}$$

式中的下脚注 16 表示括号中的数是十六进制数,也可以用 H 作为下脚注。

1.2.3 不同进位计数制之间的转换

1. 二进制数与十进制数之间的转换

(1) 二进制数转换成十进制数——按权展开法

二进制数转换成十进制数时,只要将二进制数按式(1-2-3)写成按权展开的多项式,然

后将各项按十进制规则进行运算,便可得到等值的十进制数。例如:

$$\begin{aligned} (11001.011)_2 &= 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 0 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3} \\ &= (25.375)_{10} \end{aligned}$$

同理,若将任意进制数转换为等值的十进制数,只需将数 $(N)_R$ 写成按权展开的多项式,并按十进制规则进行运算,便可求得相应的十进制数 $(N)_{10}$ 。

(2) 十进制数转换成二进制数

十进制数转换为二进制数时,由于整数的转换方法和小数的转换方法不同,需要对其整数部分和小数部分分别进行转换。

① 整数转换——除 2 取余法

假设十进制整数是 $(N)_{10}$,转换后等值的 n 位二进制整数为 $(b_{n-1}b_{n-2}\cdots b_1b_0)_2$,则按照转换前后相等的原则,可写成

$$\begin{aligned} (N)_{10} &= b_{n-1} \times 2^{n-1} + b_{n-2} \times 2^{n-2} + \cdots + b_1 \times 2^1 + b_0 \times 2^0 \\ &= 2(b_{n-1} \times 2^{n-2} + b_{n-2} \times 2^{n-3} + \cdots + b_2 \times 2^1 + b_1) + b_0 \\ &= 2Q_1 + b_0 \end{aligned} \quad (1-2-6)$$

上式表明,若将 $(N)_{10}$ 除以 2,则得到的商为 $Q_1 = (b_{n-1} \times 2^{n-2} + b_{n-2} \times 2^{n-3} + \cdots + b_2 \times 2^1 + b_1)$,余数为 b_0 。

同理,又可以将商 Q_1 写成

$$\begin{aligned} Q_1 &= 2(b_{n-1} \times 2^{n-3} + b_{n-2} \times 2^{n-4} + \cdots + b_2) + b_1 \\ &= 2Q_2 + b_1 \end{aligned} \quad (1-2-7)$$

即将 Q_1 除以 2,则得到的商为 $Q_2 = (b_{n-1} \times 2^{n-3} + b_{n-2} \times 2^{n-4} + \cdots + b_2)$,余数为 b_1 。

重复上述过程,反复地将每次得到的商再除以 2,求得余数,直至得到的商等于 0 为止,由此可得转换后的二进制整数的每一位数码 $b_0, b_1, \cdots, b_{n-1}$ 。

例如,将 $(76)_{10}$ 转换为二进制数,可按照如下步骤进行。

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 75} \quad \text{余数} \\ 2 \overline{) 37} \text{-----} 1=b_0 \\ 2 \overline{) 18} \text{-----} 0=b_1 \\ 2 \overline{) 9} \text{-----} 1=b_2 \\ 2 \overline{) 4} \text{-----} 0=b_3 \\ 2 \overline{) 2} \text{-----} 0=b_4 \\ 2 \overline{) 1} \text{-----} 1=b_5 \\ 0 \text{-----} 1=b_6 \end{array}$$

$$(76)_{10} = (1001011)_2$$

② 小数转换——乘 2 取整法

若将十进制的小数 $(N)_{10}$ 转换为等值的二进制小数 $(0.b_{-1}b_{-2}\cdots b_{-m})_2$,则可写成

$$(N)_{10} = b_{-1} \times 2^{-1} + b_{-2} \times 2^{-2} + \cdots + b_{-m} \times 2^{-m} \quad (1-2-8)$$

将上式两边同时乘以 2,便得到

$$\begin{aligned} 2(N)_{10} &= b_{-1} + (b_{-2} \times 2^{-1} + \cdots + b_{-m} \times 2^{-m+1}) \\ &= b_{-1} + F_1 \end{aligned} \quad (1-2-9)$$

可见, $2(N)_{10}$ 乘积的整数部分为 b_{-1} ,小数部分为 F_1 。若将 $2(N)_{10}$ 乘积的小数部分 F_1 再乘以 2,则有