

院士数学讲座专辑

张景中 王鹏远◎著

少年



数学实验

——张景中院士、王鹏远先生
献给数学爱好者的礼物



中国少年儿童新闻出版总社
中国少年儿童出版社

少年 数学实验

——张景中院士、王鹏远先生
献给数学爱好者的礼物

张景中 王鹏远◎著



中国少年儿童新闻出版总社
中国少年儿童出版社

北京

图书在版编目 (C I P) 数据

少年数学实验 / 张景中, 王鹏远著. ——北京: 中国少年儿童出版社, 2012.10

(中国科普名家名作·院士数学讲座专辑)

ISBN 978-7-5148-0824-7

I. ①少… II. ①张… ②王… III. ①数学—少年读物 IV. ①O1-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2012) 第 221872 号



中国科协繁荣科普创作资助计划资助创作

SHAONIAN SHUXUE SHIYAN

(中国科普名家名作·院士数学讲座专辑)



出版发行: 中国少年儿童新闻出版总社

中国少年儿童出版社

出版人: 李学谦

执行出版人: 赵恒峰

丛书策划: 薛晓哲

特约编辑: 方运加

责任编辑: 常 乐

装帧设计: 缪 惟 刘豪亮

著 者: 张景中

王鹏远

责任校对: 杨 宏

责任编辑: 杨顺利

社 址: 北京市朝阳区建国门外大街丙 12 号

邮政编码: 100022

总 编 室: 010-57526071

传 真: 010-57526075

发 行 部: 010-57526568

h t t p: //www.ccppg.com.cn

E-mail: zhs@ccppg.com.cn

印刷: 河北新华第一印刷有限责任公司

开本: 880mm × 1230mm 1/32

印张: 13.5

2012 年 10 月第 1 版

2012 年 10 月河北第 1 次印刷

字数: 210 千字

印数: 8000 册

ISBN 978-7-5148-0824-7

定价: 30.00 元

图书若有印装问题, 请随时向印务部退换。(010-57526539)

前 言

《少年数学实验》是一本帮助广大初中同学学习数学的新鲜有趣的读物。它不仅可供读者阅读，还可利用电脑软件供读者通过动手实验去发现数学、深刻理解数学、感受数学的美和接受数学思想的熏陶。

理想的数学学习本来应该是充满乐趣的、生动活泼的和富有个性的数学活动过程。除了接受式学习外，亲自动手实践和自主探究同样是数学学习的重要方式。观察、实验、猜想是发现数学的重要手段，而计算、推理、验证和证明则可以判断、巩固和发展数学发现的成果，以上这些构成了丰富多彩的数学活动。

对于数学实验，其实同学们并不陌生，例如通过剪纸和拼图发现三角形内角和定理和勾股定理，通过画图和测量发现三角形中线交点的性质……近年来，由于信息技术的迅速发展和电脑的普及，数学实验从内容到形式焕然一新，有了质的飞跃，对数学活动产生了深刻影响，电脑在数学教育中的应用，

得到越来越广泛的认可。国内外不少高等学校开设的数学实验课,受到学生普遍欢迎;国内供高校使用的数学实验教材,已有多多种出版。

近年来,在国内的中小学开展一些数学实验活动的想法和做法,引起了多方面的兴趣。有的中小学教育软件命名为“数学实验室”,有的中学数学教材里设置了“数学实验”栏目,有些学校还开设了实实在在的数学实验室。在教育部新近发布的《全日制义务教育数学课程标准》中两次提到数学实验室并指出:有条件的学校可以建立“数学实验室”供学生使用,以拓宽他们的学习领域,培养他们的实践能力,发展其个性品质与创新精神,促进不同的学生在数学上得到不同的发展。

我们编写本书,就是为中学的数学实验活动提供资源,让信息技术的进步更多惠及广大同学,使他们的数学活动变得更加丰富有趣,抽象的数学可以变得更易理解,同时使得他们有更多自己“做”数学、探究数学的机会。我们相信本书能达到上述目的,有助于丰富和改进同学们的数学学习。

全书分两大部分。第一部分:漫游数学百花园,第二部分:电脑解题空间。漫游数学百花园包括10节,浏览一下目录就会发现书中选择的材料与当前初中数学学习的内容密切相关,

例如平移、旋转、对称、相似……但却似乎又是在讲述来源于生活中的有趣故事。平日给人以严肃面孔的数学瞬间变得亲切生动了。而当读者真正深入阅读，将会有一种漫步数学百花园的感觉：体会如何用一双数学的慧眼观察世界，如何从数学的角度发现和提出问题，如何毫无拘束地直观猜想继而进行实验验证和计算推理。这当中动手实验是最引人入胜的：如在计算机上观察小鸡吃米、一排飞鸟、正方形车轮的转动，还可在计算机上打台球和亲手制作一群雪人、变速齿轮、动态的方孔钻头……还是课堂学过的那些内容，但现在的感觉大不一样了。第二部分电脑解题空间包括4节：三角形、四边形、一次函数和二次函数，这里的题目多是同学们关心的热点问题。学习数学离不开解题，但如何解题却大有学问。著名数学家、数学教育家波利亚的《怎样解题》就是专门教学生解题的一本名著。这里的电脑解题空间作为一种新的尝试相信会对同学解题有很大帮助，电脑解题并非用电脑替代人脑解题，而是借助计算机的数学实验和动态演示启迪和拓广解题思路。欢迎读者准备好纸笔来这里体验一种不同的感觉。

下面给读者提出阅读建议，阅读本书有三种不同的方法：

第一种，看书的同时也在计算机上打开对应课件，从图形的运动和变化中发现规律，寻求解决问题的思路；

第二种，结合书中数学问题和操作说明，力争自己动手在计算机上作图计算，制作相应的动态文档；

第三种，仅仅看书的内容和插图，不用计算机。

对于书中的多数内容，我们建议有条件的读者采用第一种方法，打开计算机看一看，用鼠标拖一拖，做做实验。动态的画面比静态的插图包含了更多的信息，提供了更多的启迪。做实验好像要花些时间，但能够促进你数学思维能力的发展，使你更快地看出问题的实质，更容易找到解决问题的途径，甚至发现新的现象和问题、触发创造的灵感。所谓磨刀不误砍柴工，总的来说，做实验能够提高学习数学的效率，使你更早地不需实验就能达到对某些数学问题和数学知识的深刻理解和融会贯通。

如果你希望学一些计算机操作知识和技能，或希望自己能够对更多的数学问题或其他科学问题在计算机上做实验，那就采用第二种方法，自己动手在计算机上作图计算，而不必完全依赖现成的课件。授人以鱼不如授人以渔，给你现成的课件不如教你自己做课件。

如果你暂时没有条件使用计算机，或对书中某个问题已经十分清楚，或者看看插图就清楚了，就不必打开计算机做实验。实验是为了不实验。数学讲究理性，讲究抽象，讲究把动

态的过程归结为静态的逻辑，讲究把生动的图像浓缩为简短的符号。如果你对一个问题的数学理解比较透彻，就能从符号里看出图像，从静态的插图想象出动态的过程。在你的头脑中就能完成数学实验，也就是能够做思想实验，就不需要对这个问题的物质实验了。幼儿园的阿姨用篮子里的苹果教小朋友认识1、2、3，这是数学实验；小朋友大了，做数学问题不再需要数苹果了，这就是通过实验达到了不必实验的境界。大数学家陈省身说他做数学从来不用计算机，就是因为他已经达到不必实验的境界，他所关心的数学问题在他头脑中已经很具体很鲜明很生动了。

本书使用的数学软件是我国自主开发的《超级画板》。《超级画板》很容易上手，其操作方式与数学思想密切相关，学习使用《超级画板》的过程，也是提高数学思考水平的学习过程。

书中有些章节提出了进一步思考的问题，欢迎小读者在独立思考的基础上写出有关的小论文，请你的老师审阅后推荐给我们，我们将择优在本书再版时发表，并给予奖品以资鼓励。

本书可供中学生独立自学或在教师家长指导下学习，也可以作为中学数学教师和信息技术课教师的教学参考资料，还可以作为数学实验校本课程的教材蓝本。

如果你是数学教师,学会使用《超级画板》可以节省你在教学活动中的时间和精力,让计算机代替你做一些重复性机械性劳动,而让自己更多地做些创造性的教书育人的工作;恰当地使用《超级画板》,能够使你创新教学思路,改进教学方法,讲起课来更为生动、更能激发学生的兴趣和思考的欲望。

书中有 35 条操作说明,其中特别说明了用《超级画板》免费版本操作的方法。这些操作说明分别插在各节有关内容前面,在书的附录中有索引备查。本书所用的软件和课件可以在中少在线网站 (www.ccppg.com.cn) 或思米教育网站 (www.thinkme.cn) 免费下载。在互联网上,容易找到大量的能用《超级画板》打开的课件。

为中学读者写数学实验方面的书是一个新的尝试,错误不当之处欢迎批评指正。

张景中 (zjz2271@163.com)

王鹏远 (wangpy01@163.com)

2012 年 9 月

目 录

SHAONIANSHUXUESHIYAN

Contents

软件安装	1
------------	---

第一部分 漫游数学百花园

01 跟你的眼睛开个小玩笑	4
02 从小河上漂浮的树叶谈平移	14
03 打台球照镜子与轴对称	31
04 从小鸡吃米、风车与钟表说旋转	48
05 自行车中的数学	75
06 铺地板的学问	96
07 漫话相似	119
08 两个点如何相加	155
09 从面积到正弦	184
10 从正方体谈起	220

第二部分 电脑解题空间

11 电脑帮你解题-三角形	249
12 电脑帮你解题-四边形	286

小
学
数
学
百
花
园

目 录

Contents SHAONIANSHUXUESHIYAN

13	电脑帮你解题-一次函数	323
14	电脑帮你解题-二次函数	350
	附录 1	406
	附录 2	409

小学
数学
练习
材料
目录

软件安装

【操作说明 0-1】 安装启动《超级画板》和打开课件。

进入思米教育网 (www. thinkme. cn) 或中少在线网 (www. ccppg. com. cn), 在主页上可看到图标“少年数学实验”。点击进入可以下载“少年数学实验配套资源”压缩文档, 把它解压后, 里面有动态数学软件《超级画板》和《立体几何》的免费版本以及“少年数学实验课件和方便面”三个文件夹。先启动超级画板, 用超级画板可以打开“少年数学实验课件和方便面”里面与本书各节对应的课件, 课件编号和名称与书的小节目录一致。每一个课件有若干页面, 用超级画板的翻页图标或计算机的上下翻页键可以自由选看。

这份超级画板软件不用安装, 把它复制到你的硬盘上即可运行。打开软件的文件夹, 就能看到有一个文件 MathZjz. exe 的图标 (图 0-1)。



MathZjz

图 0-1 超级画板图标

用鼠标左键双击它, 就可以启动超级画板。为了以后的使

用方便,你可以按下右键把这个图标拖到桌面上,创建一个快捷方式图标。以后只要双击这个快捷方式图标,就可以启动超级画板了。启动后屏幕画面上部如图0-2。

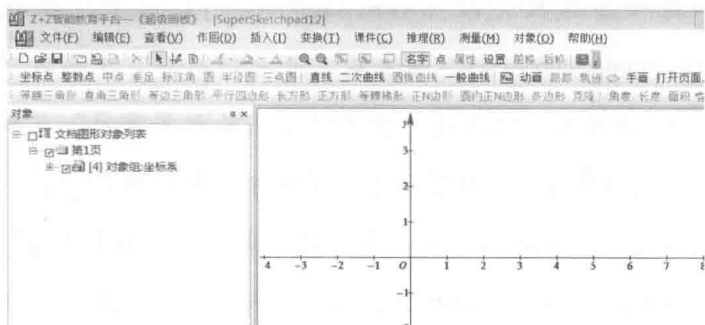


图0-2 超级画板界面

画有一个坐标系的大窗口是展示课件或我们写字画图的地方,简称“作图区”。作图区左方有一个较小的窗口,窗口左上角有“对象”两字。这个窗口叫做“图形对象工作区”。

图形对象工作区里已经有几行字了。其中有一行是这样的:

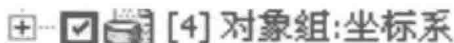


图0-3 图形对象工作区里一行

单击带钩的小方框,钩不见了,作图区里的坐标系也消失了。再单击这个小方框,钩又有了,坐标系又出现了。

再单击带+号的小方框,+号立刻变成了-号。同时,这一行变成了下面的5行:

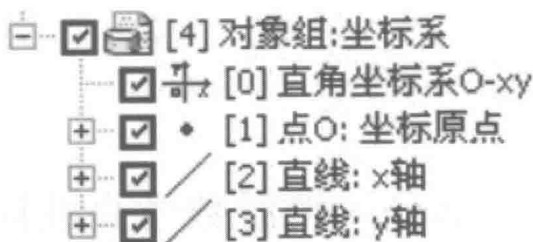


图 0-4 一行变成了 5 行

每行前面都有带钩的小方框。单击第一行的带钩的小方框，5 个钩就都消失了。当然，如我们所料，作图区的坐标系也隐藏了。再单击它，隐藏的东西又显示出来。分别单击下面的几个钩，就知道它们都有什么作用了。

注意到这几行前面有数字 [0] [1] [2] [3]，就明白了数字 [4] 的来历。原来，坐标系是一个对象组，它由 0 号对象、1 号对象、2 号对象和 3 号对象组成。顺序排下来，它就是 4 号对象了。这样把对象编号编组，为今后的操作带来不少方便。

单击“对象组”所在一行前面的 - 号，它变回 + 号，5 行又变成一行。在作图区画图写字时，超级画板会自动地把你创造的新对象进行编号，记录到对象工作区。

执行菜单命令“文件 | 打开”或直接单击上方自左向右的第 2 个图标按钮，即“打开文件”的按钮，打开“少年数学实验课件和方便面”文件夹，即可选择打开所要用的文件。

第一部分 漫游数学百花园

01 跟你的眼睛开个小玩笑

世界是客观存在的. 公园里的小桥流水, 亭台水榭, 花草树木, 这一切都是客观存在的. 小桥亭台的形状大小不会因为是你看还是我看而有所变化, 但花园的美景却只能经过我们的感知而被欣赏. 我们通过感官才能得到外部世界的信息, 而视觉是人们认识外部世界最重要的途径.

现在的问题是, 我们的眼睛总可靠吗? 它提供的外部世界的视觉信息总准确吗? 让我们先进行一个小测试.

【实验 1-1】 下面这张图 (图 1-1) 中 AB 和 BC 哪条线段长?

你的第一反应可能和我一样, 感到 AB 比 BC 长.

如何检验自己的感觉是否正确呢? 你会想到各种方法. 例如用刻度尺度量一下. 结果你可能发现 AB 比 BC 还短一点! 因为两条线段相差无几, 也许是测量得不够精确? 有没有其他

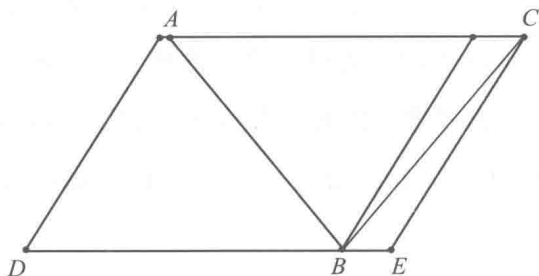
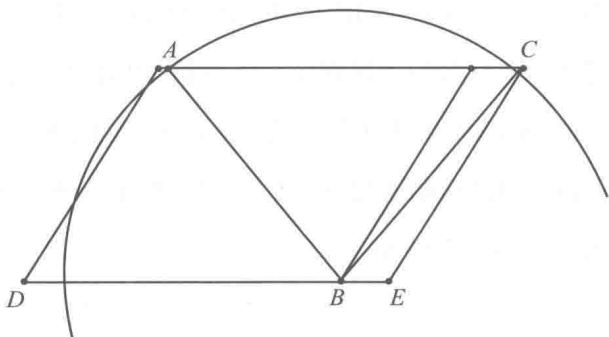
1-1 AB 长还是 BC 长?

图 1-1 哪条线段长

更可靠的检验方法呢?除了刻度尺,文具盒里还有圆规.以 B 为圆心过 A 作个圆看看,结果如下图(图1-2), C 在圆外.看来确实 AB 比 BC 还短.这个测试跟我们的眼睛开了个小玩笑!

图 1-2 结果 C 在圆外

英国著名的生物学家、进化论的奠基人达尔文有一句幽默的名言：“大自然是一有机会就要说谎的。”所以我们要正确地认识世界，不能只凭直观的感觉，有时还需要设计实验。用尺测量线段的长就是在进行实验，以 B 为圆心过 A 作个圆也是实验，用实验可以纠正直观可能产生的错觉。

你可能感到纳闷，怎么上面的图一眼看去会觉得 AB 比 BC 长呢？其实这里是“障眼”法，是图中那个平行四边形干扰了我们对两条线段的观察。把它隐藏掉就能看出庐山真面目了。

打开课件“01 跟你的眼睛开个小玩笑”，看第 1 页“1-1 AB 长还是 BC 长？”。用鼠标单击上面的按钮“1”，平行四边形消失了，就能看出 AB 比 BC 短（如图 1-3）。再单击同一个按钮，平行四边形出现了，就觉得 AB 比 BC 长！两次观察都是自己的眼睛看出来的，凭什么说平行四边形消失了看到的是真相？用鼠标单击按钮“2”，圆出现了（如图 1-2），这说明确实是 AB 比 BC 短。