

四川省省属高校民族预科统编教材
高等学校民族预科规划教材

数 学 (第2版)

SHUXUE

何丽亚 江海洋 谢 燕 ◎ 主编



西南交通大学出版社

四川省省属高校民族预科统编教材

高等学校民族预科规划教材

数 学

(第二版)

主 编	何丽亚	江海洋	谢 燕
副主编	文琼瑶	陈 芳	陈 新
	湛悦斌	敬连顺	蒲永锋

西南交通大学出版社

· 成 都 ·

图书在版编目 (C I P) 数据

数学 /何丽亚, 江海洋, 谢燕主编. —2 版. —成都: 西南交通大学出版社, 2015.8
四川省省属高校民族预科统编教材 高等学校民族预科规划教材
ISBN 978-7-5643-4066-7

I. ①数… II. ①何… ②江… ③谢… III. ①数学 - 高等学校 - 教材 IV. ①01

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2015) 第 170105 号

四川省省属高校民族预科统编教材
高等学校民族预科规划教材

数 学
(第二版)

主编 何丽亚 江海洋 谢 燕

*

责任编辑 张宝华

封面设计 严春艳

西南交通大学出版社出版发行

(四川省成都市金牛区交大路 146 号 邮政编码: 610031 发行部电话: 028-87600564)

<http://press.swjtu.edu.cn>

成都中铁二局永经堂印务有限责任公司印刷

*

成品尺寸: 185 mm × 260 mm 印张: 22.25

字数: 553 千字

2015 年 8 月第 2 版 2015 年 8 月第 3 次印刷

ISBN 978-7-5643-4066-7

定价: 54.00 元

图书如有印装质量问题 本社负责退换
版权所有 盗版必究 举报电话: 028-87600562

第二版前言

为了适应少数民族预科教育改革发展的新形势、新要求，进一步提高少数民族预科教学质量，针对四川省省属高等学校民族预科统编教材《数学》出版两年来，师生在使用过程中提出的宝贵意见与建议，我们原编写人员对该教材进行了系统的修改和编写，同时吸收了该领域中许多新的研究成果。本书中带（*）号的内容可供学生选学。

参加本版编写的人员：蒲永锋编写第一章；谢燕编写第二章；陈芳编写第三章；湛悦斌编写第四章，文琼瑶编写第五章，江海洋编写第六章；耿道霞编写第七章，陈新编写第八章；敬连顺编写第九章；何丽亚负责制订编写提纲和全书统稿、并编写第十章和本预专预试卷及答案；李世光、陈宗元参与编写。

四川省属高等学校民族预科

《数学》教材编写组

2015年5月

前 言

少数民族预科教育，是民族高等教育的重要组成部分，是高等教育的特殊层次。举办民族预科教育，是党的民族政策的重要体现，是为民族地区培养少数民族人才的特殊措施，是少数民族学生步入高等学校继续深造的阶梯。少数民族预科教育，应根据少数民族学生的特点，采取特殊措施，着重提高文化基础知识，加强基本技能训练，使学生在德、智、体方面都得到进一步提高，为进入本、专科阶段学习奠定基础。为进一步提高少数民族预科教学质量，根据教育部《普通高等学校少数民族预科班、民族班管理办法（试行）》《普通高等学校少数民族预科（数学）教学大纲》的要求，结合少数民族预科教育的特点及民族预科学生的实际，以及结合四川民族学院、西昌学院、阿坝师专民族预科数学教学团队的工作实践和编者多年从事民族预科教学的经验，我们组织编写了这套四川省省属高校民族预科统编教材、高等学校少数民族预科规划教材的数学学科部分，可供少数民族本科预科、专科预科和其他预科学生使用，带（*）号的内容可选学。

本教材重视数学基础知识的掌握、基本技能的训练，注意了高中内容与大学教学内容的过渡与衔接，加大了高等数学在教材中的比例。期望学生通过预科数学的学习，能够提高其分析问题和解决问题的能力，为将来的学习夯实基础。教师可根据各层次预科的目标要求和学生的实际情况选用或要求学生自学。

本书由何丽亚担任第一主编，负责制订编写提纲和全书统稿，并编写第十章、本科预科和专科预科试卷及答案；江海洋担任第二主编，编写第六章；谢燕担任第三主编，编写第二章。文琼瑶担任副主编，编写第五章；陈芳担任副主编，编写第三章；陈新担任副主编，编写第八章；谌悦斌担任副主编，编写第四章；敬连顺担任副主编，编写第九章；蒲永锋担任副主编，编写第一章；耿道霞编写第七章；李世光、陈宗元参与编写。本教材的编写和出版得到了四川民族学院、西昌学院、阿坝师专学校领导关怀以及西南交大出版社的大力支持，在此谨致谢意！

由于我们的水平和经验有限，加之时间仓促，书中难免存在疏漏和不妥之处，希望广大读者提出批评与指正。

民族预科《数学》教材编写组

2013年5月

目 录

第一章 集合与简易逻辑	1
第一节 集 合	1
习题 1-1-1	3
习题 1-1-2	5
习题 1-1-3	7
*第二节 简易逻辑	8
习题 1-2-1	10
习题 1-2-2	13
小 结	14
复习题一	15
第二章 式	17
第一节 整式的加、减法与乘法	17
习题 2-1	22
第二节 恒等变形与待定系数法	22
习题 2-2	25
第三节 分 式	25
习题 2-3	32
第四节 部分分式	33
习题 2-4	38
第五节 根 式	39
习题 2-5	43
第六节 零指数、负指数与分数指数幂	44
习题 2-6	47
小 结	48
复习题二	50
第三章 方程与不等式	52
第一节 一元二次方程	52
习题 3-1	55
第二节 分式方程与无理方程	56
习题 3-2	57
第三节 二元二次方程组	58
习题 3-3	62
第四节 不等式的性质	63
习题 3-4	65
第五节 解不等式	67
习题 3-5	73

小 结	74
复习题三	75
第四章 函 数	77
第一节 函数的概念和性质	77
习题 4-1	84
第二节 幂函数、指数函数和对数函数	85
习题 4-2	90
第三节 三角函数	91
习题 4-3	96
第四节 三角函数公式 (一)	97
习题 4-4	102
第五节 三角函数公式 (二)	103
习题 4-5	108
第六节 三角函数的图形和性质	109
习题 4-6	114
第七节 反三角函数	115
习题 4-7	119
第八节 解三角形	120
习题 4-8	123
小 结	124
复习题四	125
第五章 排列、组合和二项式定理	127
第一节 排 列	127
习题 5-1	133
第二节 组 合	133
习题 5-2	137
第三节 二项式定理	138
习题 5-3	141
第四节 数学归纳法	141
习题 5-4	146
小 结	146
复习题五	148
第六章 平面解析几何	150
第一节 平面坐标法	150
习题 6-1	155
第二节 直 线	155
习题 6-2	161
第三节 圆	163
习题 6-3	168
第四节 椭 圆	169

习题 6-4	174
第五节 双曲线	175
习题 6-5	180
第六节 抛物线	181
习题 6-6	185
*第七节 坐标轴的平移	186
习题 6-7	189
小 结	189
复习题六	191
第七章 复数与一元高次方程	192
第一节 复 数	192
习题 7-1	196
第二节 复数的运算	197
习题 7-2	206
第三节 余式定理与因式定理	208
习题 7-3	212
第四节 一元高次方程	212
习题 7-4	217
小 结	218
复习题七	220
第八章 极限与连续	222
第一节 数列及其极限	222
习题 8-1	230
第二节 函数的极限	231
习题 8-2	234
第三节 无穷小与无穷大	235
习题 8-3	237
第四节 函数极限的运算法则	238
习题 8-4	241
第五节 两个重要极限	242
习题 8-5	244
第六节 函数的连续性	244
习题 8-6	248
小 结	249
复习题八	249
第九章 导数、微分及其应用	251
第一节 导 数	251
习题 9-1	256
第二节 求导法则	257
习题 9-2	262

第三节 隐函数的导数 高阶导数	262
习题 9-3	264
第四节 微 分	264
习题 9-4	268
第五节 微分中值定理	269
习题 9-5	271
第六节 洛必达 (L'Hospital) 法则	271
习题 9-6	274
第七节 函数单调性的判别法及函数极值	275
习题 9-7	279
第八节 函数最值及其应用	280
习题 9-8	282
第九节 函数的图形	282
习题 9-9	286
小 结	286
复习题九	286
第十章 积分及其应用	288
第一节 原函数与不定积分	288
习题 10-1	291
第二节 换元积分法与分部积分法	291
习题 10-2	296
第三节 有理函数积分举例	297
习题 10-3	298
第四节 定积分概念	298
习题 10-4	302
第五节 微积分的基本定理	302
习题 10-5	305
第六节 定积分的换元法和分部积分法	305
习题 10-6	307
第七节 定积分的应用	307
习题 10-7	310
小 结	310
复习题十	310
数学试卷	311
数学试卷答案	314
数学试卷	317
数学试卷答案	320
习题答案	323
参考文献	345

第一章 集合与简易逻辑

集合是近代数学的重要概念之一，集合的思想已经渗透到许多科学领域中，它在计算机、人工智能和日常生活中有着广泛的应用。逻辑是研究思维形式及其规律的科学，掌握一定的逻辑知识，不仅是学习数学和各门学科所必需的，而且对于我们正确认识世界、表达思想及从事工作，都是必不可少的。本章将介绍集合和简易逻辑。

第一节 集 合

一、集合的概念

在小学和初中数学课本中有如下一些关于集合的图形和语句。

(1) 在小学数学课本中有图 1.1 所示的集合图形。

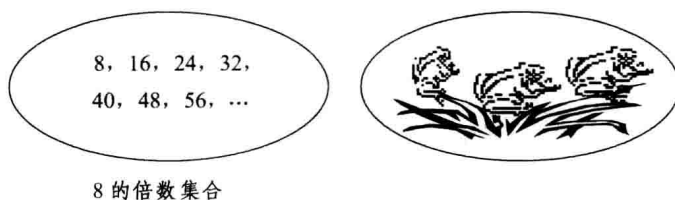


图 1.1

(2) 在初中数学课本中也讲过一些集合，例如图 1.2 所示的集合图形。

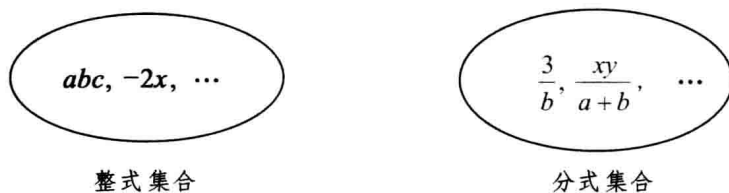


图 1.2

(3) 在初中代数中，学习数的分类时就用到了“正数的集合”“负数的集合”等。此外，对于一元一次不等式 $3x - 1 > 5$ ，所有大于 2 的实数都是它的解。我们也可以说，这些数组成这个不等式的解的集合，简称为这个不等式的解集。

(4) 在初中几何中，学习圆时曾讲到，圆是到定点的距离等于定长的点的集合。可以说几何图形都可以看成点的集合。

从这些例子可以看出，集合可以由一些数、一些代数式、一些点、一些图形，也可以由一些物体组成。

一般地,把具有某种属性的一些对象,看作一个整体,就成为一个集合,也简称集.例如,“我校足球队的队员”组成一个集合;“太平洋、大西洋、印度洋、北冰洋”也组成一个集合.一般用大括号把所描述的内容括起来表示集合,如上面的两个集合就可以表示成

{我校足球队的队员} 与 {太平洋、大西洋、印度洋、北冰洋}

为了方便起见,还经常用大写字母 $A, B, C, \dots$ 来表示集合,如上面两个集合可记为

$A = \{\text{我校足球队的队员}\}, B = \{\text{太平洋、大西洋、印度洋、北冰洋}\}$

下面是一些常用的数集及其记法:

全体非负整数的集合,通常简称为**非负整数集**或**自然数集**,记为 $\mathbf{N}$;

正整数集记为 $\mathbf{N}^*$ 或 $\mathbf{N}_+$;

整数集记为 $\mathbf{Z}$;

有理数集记为 $\mathbf{Q}$;

实数集记为 $\mathbf{R}$.

集合中的每个对象叫做这个集合的**元素**.例如,太平洋、大西洋、印度洋、北冰洋是集合 $B = \{\text{太平洋、大西洋、印度洋、北冰洋}\}$ 中的元素.集合的元素常用小写字母 $a, b, c, \dots$ 表示.若 a 是集合 A 的元素,就说 a 属于集合 A ,记作

$$a \in A$$

若 a 不是集合 A 的元素,就说 a 不属于集合 A ,记作

$$a \notin A$$

例如, $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 那么, $5 \in A$, 而 $0.5 \notin A$.

关于集合的概念,要注意以下几点:

第一,对于一个给定的集合,它的元素必须是确定的.也就是说,给定一个集合,任何一个对象是不是这个集合中的元素也就确定了,即一个对象或者是这个集合中的元素,或者不是这个集合中的元素,二者必居其一.例如,给出集合{地球上的四大洋},它只有太平洋、大西洋、印度洋、北冰洋四个元素,其他对象都不是它的元素.又如,“我们班上的全体高个子”就不能组成一个集合,因为没有给出高个子的身高标准,我们不知道多高的个子才算高个子.还有“相当大的数的全体”“美丽的图形”能形成一个集合吗?

第二,对于一个给定的集合,集合中的元素必须是互异的.也就是说,集合中的任何两个元素都是不同的对象;相同的元素归入同一集合时只能算作这个集合的一个元素,因此,集合中的元素是没有重复现象的.例如,学校小卖部进了两次货,第一次进的货是圆珠笔、钢笔、橡皮、笔记本、方便面、汽水共 6 种,第二次进的货是圆珠笔、铅笔、火腿肠、方便面共 4 种,问两次一共进了几种货?若回答两次一共进了 $10 = 6 + 4$ 种,显然是不对的.

第三,若无特别需要,集合中的元素可以是无序的.

二、集合的表示法

集合的表示法常用的有**列举法**、**描述法**、**韦恩图法**.

列举法是把集合中的元素一一列举出来的方法.

例如, 由方程 $x^2 - 4 = 0$ 的所有解组成的集合, 可以用列举法表示为 $\{-2, 2\}$. 集合 $\{-2, 2\}$ 的元素有两个. 一般地, 含有有限个元素的集合叫做有限集.

描述法是用确定的条件表示某些对象是否属于一个集合的方法.

例如, 不等式 $x - 2 > 3$ 的解集可以用描述法表示为 $\{x | x - 2 > 3, x \in \mathbf{R}\}$. 集合 $\{x | x - 2 > 3\}$ 中的元素有无限个. 一般地, 含有无限多个元素的集合叫做无限集.

由方程 $x^2 + 1 = 0$ 的所有实数解组成的集合可表示为 $\{x | x^2 + 1 = 0, x \in \mathbf{R}\}$. 由于此方程无实数解, 所以集合 $\{x | x^2 + 1 = 0, x \in \mathbf{R}\}$ 中没有元素. 一般地, 把不含任何元素的集合叫做空集, 记作 $\emptyset$.

为了形象地表示集合, 我们常常画一条封闭的曲线, 用它的内部来表示一个集合, 通常称为韦恩图. 如集合 $\{2, 4, 6, 8, 10\}$ 用韦恩图表示为图 1.3 (a), 三角形按角分类用韦恩图表示为图 1.3 (b), 12 的正整数倍数的集合用韦恩图表示为图 1.3 (c). 这种表示法形象、直观.

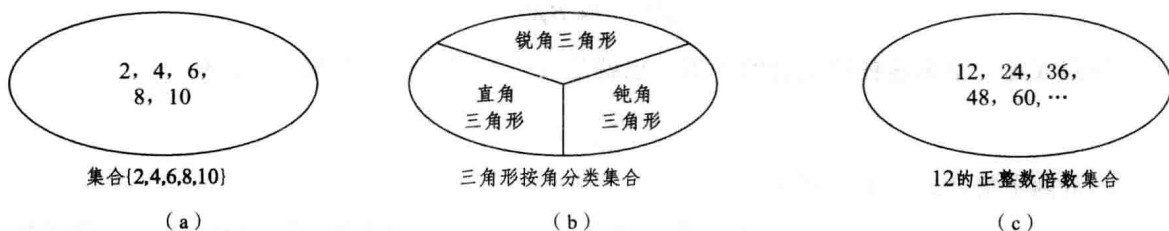


图 1.3

习题 1-1-1

1. 用符号 $\in$ 或 $\notin$ 填空:

- (1) 若 $A = \{x | x^2 = x\}$, 则 -1 A ;
- (2) 若 $B = \{x | x^2 + x - 6 = 0\}$, 则 3 B ;
- (3) 若 $C = \{x \in \mathbf{Z} | -1 < x < 10\}$, 则 8 C ;
- (4) 若 $D = \{x | -2 < x < 3, x \in \mathbf{Z}\}$, 则 1.5 D .

2. 在下列各小题中, 分别指出了集合的所有元素, 用适当的方法把这个集合表示出来, 并说出它们是有限集还是无限集:

- (1) 组成中国国旗图案的颜色;
- (2) 世界上最高的山峰;
- (3) 由 1, 2, 3 这三个数字抽出一部分或全部数字 (没有重复) 所组成的一切自然数;
- (4) 平面内到一定点 O 的距离等于定长 $l (l > 0)$ 的所有点 P .

3. 把下列集合用另一种方法表示出来:

- (1) $\{1, 5\}$;
- (2) $\{x | 3 < x < 7, x \in \mathbf{Z}\}$;
- (3) $\{2, 4, 6, 8\}$;
- (4) $\{x | x^2 + x - 1 = 0\}$.

三、子集、全集与补集

1. 子集

在集合与集合之间，存在着“包含”与“相等”的关系。

先看集合与集合之间的“包含”关系。

设 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 集合 A 是集合 B 的一部分, 我们就说集合 B 包含集合 A 。

一般地, 对于两个集合 A 与 B , 如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素, 我们就说集合 A 包含于集合 B , 或者说集合 B 包含集合 A , 记作

$$A \subseteq B \quad (\text{或 } B \supseteq A)$$

这时我们也说集合 A 是 B 的子集。

当集合 A 不包含于集合 B , 或集合 B 不包含集合 A 时, 记作

$$A \not\subseteq B \quad (\text{或 } B \not\supseteq A)$$

我们规定, 空集是任何集合的子集。也就是说, 对于任何一个集合 A , 有

$$\emptyset \subseteq A$$

再看两个集合之间的“相等”关系。

设 $A = \{x | x^2 - 1 = 0\}$, $B = \{-1, 1\}$, 集合 A 与 B 的元素是相同的, 我们就说集合 A 等于集合 B 。

一般地, 对于两个集合 A 与 B , 如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素; 同时, 集合 B 的任何一个元素也都是集合 A 的元素, 我们就说集合 A 等于集合 B , 记作

$$A = B$$

由集合的“包含”与“相等”的关系可以得出下面的结论:

(1) 对于任何一个集合 A , 因为它的任何一个元素都属于 A 本身, 所以

$$A \subseteq A$$

也就是说, 任何一个集合是它本身的子集。

对于两个集合 A 与 B , 如果 $A \subseteq B$, 并且 $A \neq B$, 我们就说集合 A 是集合 B 的真子集, 记作

$$A \subsetneq B \quad (\text{或 } B \supsetneq A)$$

用图形表示为图 1.4。

显然, 空集是任何非空集合的真子集。

容易知道, 对于集合 A, B, C , 如果 $A \subseteq B$, $B \subseteq C$, 那么 $A \subseteq C$ 。

同样可知, 对于集合 A, B, C , 如果 $A \subsetneq B$, $B \subsetneq C$, 那么 $A \subsetneq C$ 。

(2) 对于集合 A, B , 如果 $A \subseteq B$, 同时 $B \subseteq A$, 那么 $A = B$ 。

例 1 写出集合 $\{a, b\}$ 的所有子集, 并指出其中哪些是它的真子集?

解 集合 $\{a, b\}$ 的所有子集是 $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}$, 其中 $\emptyset, \{a\}, \{b\}$ 是它的真子集。

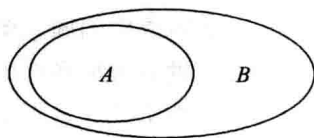


图 1.4

2. 全集与补集

先看一个例子.

设集合 S 是全班同学组成的集合, 集合 A 是班上所有参加校运动会的同学组成的集合, 而集合 B 是班上所有没有参加校运动会的同学组成的集合, 那么这三个集合有什么关系呢? 容易看出, 集合 B 就是集合 S 中除去集合 A 之后余下同学所组成的集合.

一般地, 设 S 是一个集合, A 是 S 的一个子集 (即 $A \subseteq S$), 由 S 中所有不属于 A 的元素组成的集合, 叫做 S 中子集 A 的补集 (或余集), 记作 $\complement_S A$, 即

$$\complement_S A = \{x | x \in S \text{ 且 } x \notin A\}$$

图 1.5 中的阴影部分表示 A 在 S 中的补集 $\complement_S A$.

例如, 如果 $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A = \{1, 3, 5\}$, 那么

$$\complement_S A = \{2, 4, 6\}$$

如果集合 S 含有我们所要研究的各个集合的全部元素, 这个集合就可以看作一个全集, 全集通常用 U 表示.

例如, 在实数范围内讨论问题时, 可以把实数集 $\mathbf{R}$ 看作全集 U , 那么有理数集 $\mathbf{Q}$ 的补集 $\complement_U \mathbf{Q}$ 就是全体无理数的集合.

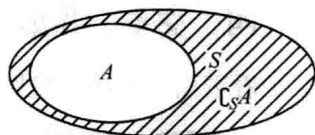


图 1.5

习题 1-1-2

1. 写出集合 $\{a, b, c\}$ 的所有子集, 并指出哪些是真子集.

2. 用适当的符号 ($\in$, $\notin$, $=$, $\subsetneq$ 或 $\supsetneq$) 填空:

(1) a _____ $\{a, b, c\}$;

(2) d _____ $\{a, b, c\}$;

(3) $\{a\}$ _____ $\{a, b, c\}$;

(4) $\{a, b\}$ _____ $\{b, a\}$;

(5) $\{2, 4, 6, 8\}$ _____ $\{2, 8\}$;

(6) $\emptyset$ _____ $\{1, 2, 3\}$.

3. 填空:

(1) 如果 $S = \{x | x \text{ 是小于 } 9 \text{ 的正整数}\}$, $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 4, 5, 6\}$, 那么 $\complement_S A$ = _____, $\complement_S B$ = _____.

(2) 如果全集 $U = \mathbf{Z}$, 那么 $\mathbf{N}$ 的补集 $\complement_U \mathbf{N}$ = _____.

(3) 如果全集 $U = \mathbf{R}$, 那么 $\complement_U \mathbf{Q}$ 的补集 $\complement_U (\complement_U \mathbf{Q})$ = _____.

4. 图中 A, B, C 表示集合, 说明它们之间有什么包含关系.

5. 在下列各题中, 指出关系式 $A = B$, $A \subseteq B$, $A \supseteq B$, $A \subsetneq B$, $A \supsetneq B$ 中哪些成立:

(1) $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{3, 5, 7\}$;

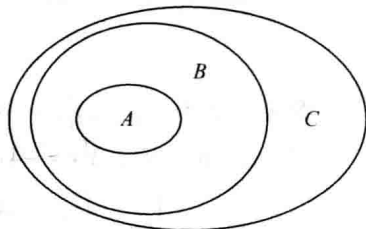
(2) $A = \{1, 2, 4, 8\}$, $B = \{8 \text{ 的约数}\}$.

6. 判断下列各式是否正确, 并说明理由:

(1) $2 \subseteq \{x | x \leq 10\}$;

(2) $2 \in \{x | x \leq 10\}$;

(3) $\{2\} \subsetneq \{x | x \leq 10\}$;



(第4题)

$$(4) \emptyset \in \{x|x \leq 10\}; \quad (5) \emptyset \subsetneq \{x|x \leq 10\}; \quad (6) \emptyset \not\subset \{x|x \leq 10\};$$

$$(7) A = \{4, 5, 6, 7\} \not\subseteq B = \{2, 3, 5, 7, 11\};$$

$$(8) A = \{4, 5, 6, 7\} \not\supset B = \{2, 3, 5, 7, 11\}.$$

7. 设 $S = \{\text{至少有一组对边平行的四边形}\}$, $A = \{\text{平行四边形}\}$, 求 $\complement_S A$.

8. 设 $U = \mathbf{Z}$, $A = \{x|x = 2k, k \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{x|x = 2k + 1, k \in \mathbf{Z}\}$, 求 $\complement_U A$, $\complement_U B$.

四、交集、并集

看下面三个图 (见图 1.6).

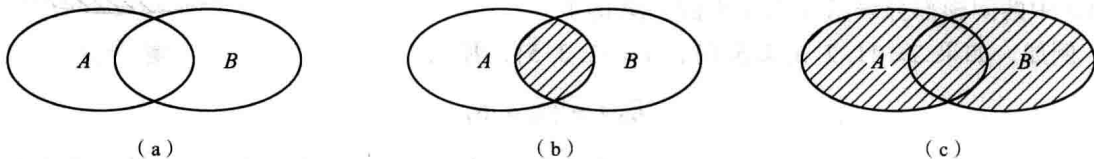


图 1.6

在图 1.6 中给出了两个集合 A 与 B , 集合 A 与 B 的公共部分叫做集合 A 与 B 的交 (见图 1.6 (b) 的阴影部分), 集合 A 与 B 合并在一起得到的集合叫做 A 与 B 的并 (见图 1.6 (c) 的阴影部分).

一般地, 由所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素所组成的集合, 叫做 A 与 B 的交集, 记作 $A \cap B$, 读作 “ A 交 B ”, 即

$$A \cap B = \{x|x \in A \text{ 且 } x \in B\}$$

由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素所组成的集合, 叫做 A 与 B 的并集, 记作 $A \cup B$, 读作 “ A 并 B ”, 即

$$A \cup B = \{x|x \in A \text{ 或 } x \in B\}$$

由交集定义容易知道, 对于任何集合 A, B , 有

$$A \cap A = A, \quad A \cap \emptyset = \emptyset, \quad A \cap B = B \cap A$$

由并集定义容易知道, 对于任何集合 A, B , 有

$$A \cup A = A, \quad A \cup \emptyset = A, \quad A \cup B = B \cup A$$

例 2 设 $A = \{(x, y)|y = -4x + 6\}$, $B = \{(x, y)|y = 5x - 3\}$, 求 $A \cap B$.

解 $A \cap B = \{(x, y)|y = -4x + 6\} \cap \{(x, y)|y = 5x - 3\}$

$$= \left\{ (x, y) \left| \begin{cases} y = -4x + 6 \\ y = 5x - 3 \end{cases} \right. \right\}$$

$$= \{(1, 2)\}.$$

例 3 设 $A = \{\text{等腰三角形}\}$, $B = \{\text{直角三角形}\}$, 求 $A \cap B$.

解 $A \cap B = \{\text{等腰三角形}\} \cap \{\text{直角三角形}\} = \{\text{等腰直角三角形}\}.$

例 4 设 $A = \{4, 5, 6, 8\}$, $B = \{3, 5, 7, 8\}$, 求 $A \cup B$.

解 $A \cup B = \{4, 5, 6, 8\} \cup \{3, 5, 7, 8\} = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$.

注: 集合中的元素是没有重复现象的, 在两个集合的并集中, 原两个集合的公共元素只能出现一次, 不能写成

$$A \cup B = \{3, 4, 5, 5, 6, 7, 8, 8\}$$

例 5 设 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $A = \{3, 4, 5\}$, $B = \{4, 7, 8\}$. 求: $\complement_U A$, $\complement_U B$, $(\complement_U A) \cap (\complement_U B)$, $(\complement_U A) \cup (\complement_U B)$.

解 $\complement_U A = \{1, 2, 6, 7, 8\}$;

$$\complement_U B = \{1, 2, 3, 5, 6\};$$

$$(\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \{1, 2, 6\};$$

$$(\complement_U A) \cup (\complement_U B) = \{1, 2, 3, 5, 6, 7, 8\}.$$

习题 1-1-3

1. 设 $A = \{3, 5, 6, 8\}$, $B = \{4, 5, 7, 8\}$, 求 $A \cap B$, $A \cup B$.

2. 用适当的符号($\subseteq$, $\supseteq$)填空:

$$A \cap B \underline{\hspace{1cm}} A, \quad B \underline{\hspace{1cm}} A \cap B, \quad A \cup B \underline{\hspace{1cm}} A, \quad A \cup B \underline{\hspace{1cm}} B, \quad A \cap B \underline{\hspace{1cm}} A \cup B.$$

3. 设 $A = \{x | x < 5\}$, $B = \{x | x \geq 0\}$, 求 $A \cap B$.

4. 设 $A = \{\text{锐角三角形}\}$, $B = \{\text{钝角三角形}\}$, 求 $A \cap B$.

5. 设 $A = \{x | -1 < x < 2\}$, $B = \{x | 1 < x < 3\}$, 求 $A \cup B$.

6. 设 $A = \{\text{平行四边形}\}$, $B = \{\text{矩形}\}$, 求 $A \cup B$.

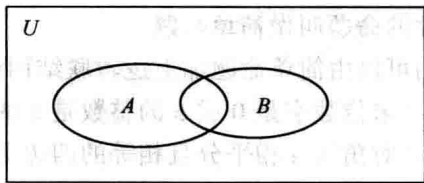
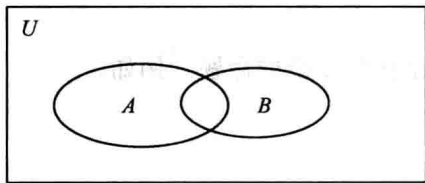
7. 设 $A = \{(x, y) | 3x + 2y = 1\}$, $B = \{(x, y) | x - y = 2\}$, $C = \{(x, y) | 2x - 2y = 3\}$, $D = \{(x, y) | 6x + 4y = 2\}$, 求 $A \cap B$, $B \cap C$, $A \cap D$.

8. 设 $U = \{\text{小于 9 的正整数}\}$, $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 4, 5, 6\}$, 求 $A \cap B$, $\complement_U (A \cap B)$.

9. 设 U 是全集, A, B 是 U 的子集, 用阴影表示:

$$(1) (\complement_U A) \cup (\complement_U B);$$

$$(2) (\complement_U A) \cap (\complement_U B).$$



(第 9 题)

10. 学校开运动会, 设 $A = \{\text{参加百米赛跑的同学}\}$, $B = \{\text{参加跳高比赛的同学}\}$, 求 $A \cap B$.

11. 用适当的集合填空:

$\cap$	$\emptyset$	A	B
$\emptyset$	—	—	—
A	—	—	—
B	—	$B \cap A$	—

$\cup$	$\emptyset$	A	B
$\emptyset$	—	—	—
A	—	—	—
B	—	—	—

$\cap$	$\emptyset$	A	$\complement_U A$
$\emptyset$	—	—	—
A	—	—	—
$\complement_U A$	—	—	—

$\cup$	$\emptyset$	A	$\complement_U A$
$\emptyset$	—	—	—
A	—	—	—
$\complement_U A$	—	—	—

12. 设 $U = \{x | 0 < x \leq 10 \text{ 且 } x \in \mathbf{Z}\}$, $A = \{1, 2, 4, 5, 9\}$, $B = \{4, 6, 7, 8, 10\}$, $C = \{3, 5, 7\}$, 求 $A \cap B$, $A \cup B$, $(\complement_U A) \cap (\complement_U B)$, $(\complement_U A) \cup (\complement_U B)$, $(A \cap B) \cap C$, $(A \cup B) \cup C$.

13. 设 $U = \{a, b, c, d, e, f\}$, $A = \{a, c, d\}$, $B = \{b, d, e\}$, 求 $\complement_U A$, $\complement_U B$, $(\complement_U A) \cap (\complement_U B)$, $(\complement_U A) \cup (\complement_U B)$, $\complement_U (A \cap B)$, $\complement_U (A \cup B)$, 并指出其中相等的集合.

14. 设全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 4, 6, 7\}$, 求 $(\complement_U A) \cap (\complement_U B)$.

*第二节 简易逻辑

一、逻辑联结词

我们在初中已经学过命题, 即可以判断真假的语句叫做命题. 请看下面的语句.

- (1) “3 是 12 的约数”.
- (2) “2 是最小的质数”.
- (3) “0 是自然数”.
- (4) “两个无理数的和是无理数”.
- (5) “菱形不是平行四边形”.
- (6) “是偶数就不会是质数”.
- (7) “可以判断真假的语句叫做命题”.

这些语句都是命题. 其中 (1)、(2)、(3)、(7) 是真的, 叫做真命题; (4)、(5)、(6) 是假的, 叫做假命题. (1)、(2)、(3) 三个命题比较简单, 这样直接断定某类事物具有或不具有某种属性的命题叫做简单命题.

我们可以由简单命题加上逻辑联结词组合成一个比较复杂的命题. 例如,

- (8) “末位数字是 0 或 5 的整数是 5 的倍数”.
- (9) “对角线互相平分且相等的四边形是矩形”.
- (10) “0 非奇数”.

像 (8)、(9)、(10) 这样由简单命题与逻辑联结词构成的命题, 叫做复合命题.

我们常用小写拉丁字母 $p, q, r, s \cdots$ 来表示命题, 则上面复合命题 (8)、(9)、(10) 的构成形式分别是:

p 或 q , 记作 $p \vee q$;