

理 论 力 学

谢传锋 主编

中央广播电视大学出版社

前 言

本书是为中央广播电视大学课程编写的教材。

1987 年我们曾经编写和出版过一本理论力学教材。但是,随着科学技术的发展和教学改革的深入,中央广播电视大学在教学计划、教学大纲、课程学时数等各方面都有很多变化,理论力学课的电视录象已经重新录制,为适应这些变化,我们重编了这本理论力学教材,以满足当前课程教学的需要。

在编写本教材时,我们不仅注意了要使本教材符合中央广播电视大学理论力学课程的教学大纲以及电视教学的特点,而且充分继承了上一轮教材中所有被教学实践证明有效的对理论力学传统体系的一些改革。这些改革包括:

在静力学中,把力对点之矩符合矢量合成规则作为力矩的基本性质。由此出发,使力偶理论大为简化,并且一次性地给出了合力矩定理的证明。

在运动学中,改变了刚体平面运动传统的研究方法,把它放在合成运动之前讲述,而把合成运动作为运动学专题来处理。这样修改,一方面是为了使刚体运动的研究不致因点的合成运动的插入而间断;另一方面还可使研究点的合成运动时,牵连运动的类型不受限制;此外,还使得合成运动的讲述更为完整,既包含点的合成运动,又包含刚体的合成运动。

在动力学中,充分注意了与大学物理中动力学理论重复的问题,提高了本课程的起点。因此,省略了一般理论力学教材中有关牛顿三定律的重复叙述,直接从质点运动微分方程开始讲述。此外,考虑到理论力学课程学时数较少,本教材将动力学中机械振动基础的主要内容并入了质点运动微分方程一章。

目前,计算机已被广泛应用于各个领域,我国大学本科生已在逐步推广各类课程的计算机辅助教学,为了使中央广播电视大学培养的学生能适应未来发展的需要,培养使用计算机处理工程实际问题的能力,本教材最后编写了“理论力学的计算机分析”一章,供有条件学习这一内容的教师和学生参考。

本教材适用于机械、土建专业 70 学时左右的理论力学课程,也可供相近专业和学时的工科本科、大专以及各类成人高等学校选用或参考。

由于音象教材已先期出版,为保持一致,本教材个别物理量的标注与新颁国标不一致。请谅!

本教材第一章至第五章由何士凌同志编写,第六章至第九章由汪恩松同志编写,第十章至第十四章由谢传锋同志编写,第十五章由郭崇华同志编写,第十六章由潘慧兰同志编写。全书由谢传锋任主编。

清华大学贾书惠教授、东南大学诸关炯教授、西安交通大学党锡祺教授审阅了本教材,并提出了许多宝贵意见,谨致谢意。

由于编者水平有限,缺点错误在所难免,恳请广大读者批评指正。

编 者

1994 年 9 月

目 录

绪 论	(1)
-----	-------

第一篇 静 力 学

第一章 静力学基础和物体的受力分析	(2)
第一节 静力学基本概念	(2)
第二节 力的基本性质	(3)
第三节 约束和约束反力	(6)
第四节 物体的受力分析——受力图	(10)
习 题	(13)
第二章 基本力系	(16)
第一节 汇交力系	(16)
第二节 力偶系	(26)
习 题	(38)
第三章 平面一般力系	(43)
第一节 力的平移定理	(43)
第二节 平面一般力系向一点简化	(45)
第三节 平面一般力系简化的结果	(47)
第四节 平面一般力系的平衡方程	(50)
第五节 物体系统的平衡问题	(59)
第六节 静定与静不定问题的概念	(66)
习 题	(67)
第四章 空间一般力系	(76)
第一节 力对轴之矩	(76)
第二节 空间一般力系向一点简化	(79)
第三节 空间一般力系简化的结果	(81)
第四节 空间一般力系的平衡方程	(83)
习 题	(87)
第五章 静力学专题——平面桁架·摩擦·重心	(91)
第一节 平面桁架	(91)
第二节 摩擦	(103)

第三节 重心.....	(110)
习 题.....	(122)

第二篇 运 动 学

第六章 点的运动	(131)
第一节 运动学的任务和基本概念.....	(131)
第二节 描述点的运动的方法.....	(132)
第三节 点的速度和加速度.....	(136)
第四节 求点的速度和加速度的直角坐标法.....	(137)
第五节 求点的速度和加速度的自然法.....	(143)
习 题.....	(151)
第七章 刚体的基本运动	(155)
第一节 刚体的平动.....	(155)
第二节 刚体的定轴转动.....	(156)
第三节 定轴转动刚体上各点的速度和加速度.....	(158)
第四节 角速度矢和角加速度矢·定轴转动刚体上各点的速度 和加速度的矢量积表达式.....	(163)
习 题.....	(165)
第八章 刚体的平面运动	(168)
第一节 刚体平面运动的运动方程.....	(168)
第二节 刚体平面运动分解为平动和转动.....	(169)
第三节 平面图形上各点的速度.....	(172)
第四节 平面图形上各点的加速度.....	(182)
习 题.....	(186)
第九章 运动学专题——点的合成运动和刚体绕平行轴转动的合成	(192)
第一节 点的合成运动的基本概念.....	(192)
第二节 点的速度合成定理.....	(195)
第三节 牵连运动为平动时的加速度合成定理.....	(199)
第四节 牵连运动为定轴转动时的加速度合成定理.....	(203)
第五节 刚体绕平行轴转动的合成.....	(210)
习 题.....	(216)

第三篇 动 力 学

第十章 质点运动微分方程	(222)
第一节 动力学引言.....	(222)
第二节 质点运动微分方程.....	(222)
第三节 质点动力学的两类问题.....	(224)
第四节 质点的自由振动.....	(228)
第五节 阻尼对质点自由振动的影响.....	(233)
第六节 质点的受迫振动.....	(236)
第七节 阻尼对质点受迫振动的影响.....	(240)
第八节 减振和隔振的概念.....	(242)
习 题.....	(243)
第十一章 动量定理	(248)
第一节 动力学普遍定理概述.....	(248)
第二节 动量和冲量.....	(248)
第三节 动量定理.....	(250)
第四节 质心运动定理.....	(252)
第五节 两球的对心正碰撞.....	(257)
习 题.....	(261)
第十二章 动量矩定理	(264)
第一节 动量矩.....	(264)
第二节 动量矩定理.....	(265)
第三节 质点系相对于质心的动量矩定理.....	(270)
第四节 刚体对轴的转动惯量的计算.....	(272)
第五节 刚体的定轴转动和平面运动微分方程.....	(280)
习 题.....	(283)
第十三章 动能定理	(288)
第一节 力的功.....	(288)
第二节 动能.....	(296)
第三节 动能定理.....	(298)
第四节 势力场·势能·机械能守恒定理.....	(304)
第五节 动力学普遍定理的综合应用.....	(307)
习 题.....	(312)
第十四章 动静法	(319)
第一节 惯性力.....	(319)

第二节	达朗伯原理.....	(320)
第三节	动静法.....	(321)
第四节	刚体惯性力系的简化.....	(323)
习 题		(332)
第十五章	动力学专题——虚位移原理	(337)
第一节	约束·自由度与广义坐标.....	(337)
第二节	虚位移·虚功与理想约束.....	(338)
第三节	虚位移原理.....	(339)
第四节	动力学普遍方程.....	(345)
习 题		(346)
第十六章	理论力学的计算机分析	(349)
第一节	平面一般力系通用程序: PLANEFS	(349)
第二节	点的合成运动通用程序: ESUPA	(361)
第三节	动能定理通用程序 WORENE	(375)
习题答案		(385)

绪 论

一、理论力学的研究对象

理论力学是研究物体机械运动一般规律的学科。

机械运动是指物体在空间的位置随时间的变化。平衡是机械运动的特殊情况，因此，理论力学也研究物体的平衡问题。

本书的内容属于经典力学的范围。也就是说，在本书中物体运动的速度远小于光速，物体的尺寸远大于基本粒子，即本书仅在低速、宏观的范畴内来研究物体的机械运动。实践表明，即使在现代，工程技术中遇到的大量力学问题都可应用经典力学的理论加以解决，因此学习经典力学有着极其重要的实际意义。物体运动的速度接近光速的机械运动的研究属于相对论力学；研究基本粒子运动的学科是量子力学，这些都要根据需要在专门的课程中进行讨论。

二、理论力学的内容

理论力学的内容包括以下三部分：

静力学 研究物体平衡的一般规律；

运动学 研究物体运动的几何性质，即不涉及产生运动的原因；

动力学 研究作用于物体上的力和物体运动之间的关系。

三、学习理论力学的目的

理论力学是一门理论性较强的技术基础课，又是学生接触工程实际的第一门课程，因此学习这门课程主要要达到以下几个目的：

1. 理论力学是一切力学的基础。学习理论力学将为学习一系列后续课程如材料力学、结构力学、机械原理、机械设计等打下必要的基础，也为进一步探索新的科学技术领域准备好力学方面的条件；
2. 通过理论力学的学习，初步学习处理工程实际问题的方法；
3. 培养分析和解决问题的能力，特别是逻辑思维能力、抽象化能力、自学能力以及数学计算能力。同时，也可培养计算机的应用能力。

第一篇 静 力 学

第一章 静力学基础和物体的受力分析

静力学是研究物体平衡的科学。为了研究这个问题，先介绍静力学的一些基本概念，以及力对物体作用的最基本的性质。

第一节 静力学基本概念

一、刚体的概念

静力学研究的物体主要是**刚体**，所以也称为**刚体静力学**。所谓**刚体是指在力作用下不变形的物体，即刚体内部任意两点间的距离保持不变**。刚体是真实物体抽象化的模型。在实际问题中，任何物体在力的作用下都会或多或少产生变形。但是，当物体的变形很小或变形对所研究的问题没有实质性影响时，则可将物体抽象为刚体。有时，则不能把物体看成是刚体，例如在材料力学中就要研究物体在力的作用下产生的变形。在某些工程结构计算时，如不考虑变形则问题不可解。

二、平衡的概念

平衡是指物体相对惯性参考系静止或作匀速直线平动。它是物体机械运动的一种特殊状态。在工程技术问题中，常把固结于地球上的参考系看作是惯性参考系。这样，平衡就是指物体相对于地球处于静止或作匀速直线平动的状态。

三、力的概念

力是物体间的相互机械作用。物体间相互作用的形式多种多样，但总起来可归纳为两类。一类是物体直接接触的作用，如压力，摩擦力等；另一类是通过场的作用，如万有引力场和电磁场对物体作用有万有引力和电磁力等。尽管物体间相互作用的形式不同，物理本质不一样，但这种机械作用的效应主要有两方面：一是使物体的机械运动状态发生改变，例如改变物体运动速度的大小和方向，这种效应称为**力的外效应（也称运动效应）**；另一是使物体的形状发生改变，例如使梁弯曲，使弹簧伸长，这种效应称为**力的内效应（也称变形效应）**。力对物体作用产生的这两种效应是同时出现的。由于本课程研究的主要是刚体，所以主要研究力的外效应。

人们的长期实践证明，力对物体作用的效应决定于**力的三要素**：(1)力的大小，(2)力的方

向。(3)力的作用点。力的大小反映了物体间相互机械作用的强度，它可以通过力的外效应或内效应的大小来度量。在我国的法定计量单位中，力的单位是牛顿(N)，与国际单位制(SI)一致。力的方向指的是静止质点在该力作用下开始运动的方向。沿该方向画出的直线称为力的作用线。力的方向包含力的作用线在空间的方位及指向。力的作用点是物体相互作用位置的抽象化。实际上，两个物体接触处总会占有一定面积，力总是分布地作用于物体的一定面积上的。如果这个面积很小，则可将其抽象为一个点，称为力的作用点，这时的作用力称为集中力；反之，接触面积比较大，力在整个接触面上分布作用，这时作用的力称为分布力。分布力作用的强度用单位面积上力的大小 q (N/cm²)来度量，称为载荷集度。

力的三要素说明，力可以用一带箭头的线段来表示(图1-1)。线段 $\overline{AB}$ 的长度按一定比例表示力的大小，线段的方位和箭头指向(由A指向B)表示力的方向，线段的始端A表示力的作用点。在下节还将说明作用于物体上同一点的两个力服从平行四边形加法法则。我们知道，任何一个有大小、方向并服从平行四边形加法法则的物理量是矢量，所以力是矢量。由于力的作用点是力对物体作用的三要素之一，所以表示力的矢量只能将其始端放置在作用点A上，这种矢量称为定位矢量。因此，力是定位矢量。今后我们用黑体字母表示矢量，例如图1-1中的力 $\mathbf{F}$ ，而非黑体字母 F 表示 $\mathbf{F}$ 这个矢量的模，即 $F=|\mathbf{F}|$ 。需要注意的是仅从符号 $\mathbf{F}$ 并不能确定它所表示的矢量的作用点，这种只表示力的大小和方向，并可以从任一点画出的矢量称为力矢。

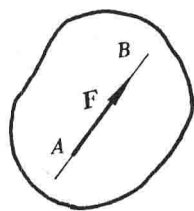


图 1-1

四、力系的概念

作用在物体上的一群力总称为力系。一个力系作用于刚体而不改变其运动状态，则该力系称为平衡力系。如果两个力系分别作用于同一物体其效应相同，则这两个力系称为等效力系。若一个力和一个力系等效，则称这个力是这个力系的合力，而该力系中的每个力是合力的分力。对一个比较复杂的力系求与之等效的简单力系的过程称为力系的简化。力系的简化是静力学最基本的内容。力系简化的方法在动力学中也是十分重要的。

按照力系中诸力作用线在空间分布的情况，可以将力系进行分类。如果诸力作用线在同一平面内，该力系称为平面力系，否则称为空间力系；如果诸力作用线汇交于一点，则称为汇交力系；诸力作用线彼此平行则称为平行力系；诸力作用线任意分布的称为一般力系或任意力系。显然，诸力作用线在同一平面上并汇交于一点的力系称为平面汇交力系。以后我们将根据由简单到复杂的顺序分章研究各种力系的简化和平衡问题。

第二节 力的基本性质

为了研究力系的简化和平衡条件，以及物体的受力分析问题，先研究力的基本性质，它是力对物体作用的最简单的和最基本的规律，力的这些基本性质是显而易见的，并为长期以来的大量实践证明是正确的。力的基本性质是静力学的理论基础。

一、二力平衡原理

要使两个力作用的刚体平衡，必须也只需这两个力的大小相等，方向相反，且作用在同一直线上(图 1-2)。

这个原理总结了作用于刚体上的最简单的力系平衡时所必须满足的条件。对于刚体，这个条件既必要又充分；但对非刚体，这个条件是不充分的。例如，软绳受两个等值反向的拉力作用可以平衡，而受两个等值反向的压力作用就不能平衡。

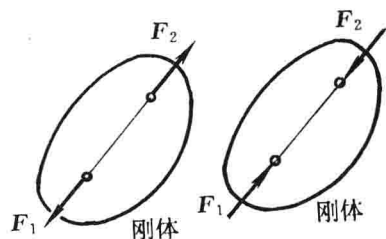


图 1-2

二、增减平衡力系原理

在作用于刚体的力系上增加或减去一组平衡力系不改变原力系对刚体作用的效应。

这个原理也只适用于刚体。对于变形体来说，增加或减去一组平衡力系，改变了变形体各处的受力状态，将引起其外效应和内效应的变化。

从上面两个原理可导出一个重要的推论。

推论 力在刚体上的可传性

作用在刚体上的力可以沿作用线任意移动，而不改变它对刚体作用的效应。

证明

设有力 F 作用在刚体上的 A 点，如图 1-3 (a) 所示。在其作用线上的任一点 B 增加一组平衡力 F' 和 F'' ，且令 $F' = -F'' = F$ ，根据增减平衡力系原理，力 F 与三个力 F, F' 和 F'' 等效，如图 1-3 (b) 所示。在这三个力中，显然 F 与 F'' 构成一平衡力系。再根据增减平衡力系原理，去掉这两个力。因此， F, F' 和 F'' 三个力与 F' 等效。也就是说，作用在刚体上 B 点的力 F' 与原作用在 A 点的力 F 等效，即力 F 从作用点 A 沿作用线移到了任一点 B ，如图 1-3 (c) 所示。

可以沿其作用线移动而不改变其性质的矢量称为滑动矢量。根据力在刚体上的可传性知道，作用在刚体上的力是滑动矢量。即力对刚体作用的效应与力的作用线的位置有关，而与力的作用点在作用线上的具体位置无关。所以，对于刚体上作用的力来讲，力的三要素应是：力的大小、力的作用线、沿作用线的指向。

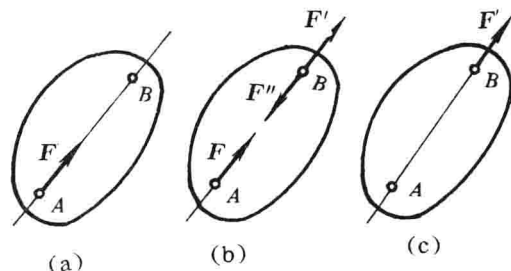


图 1-3

三、力的平行四边形定律

作用在物体同一点的两个力可以合成为一个合力，合力的作用点在同一点，合力的大小和方向由这两个力为边构成的平行四边形的对角线决定(图 1-4)。力的这个性质也称为力的平行四边形法则。力的这个性质写成矢量表达式为

$$R = F_1 + F_2 \quad (1-1)$$

即合力矢 R 等于两个分力矢 F_1 和 F_2 的矢量和。

很明显,利用力的平行四边形法则求合力,对于变形体来说,二分力要有共同的作用点;而对于刚体来说,二分力作用线只要相交就可以合成,这时根据力的可传性,可将分力移到作用线的交点。

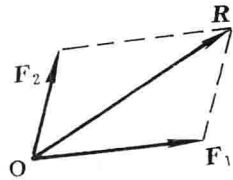


图 1-1

由力的这个性质可得到如下重要推论。

推论 三力平衡汇交定理

刚体在三力作用下平衡,如其中二力的作用线相交,则第三力的作用线必过该交点,且三力共面。

证明

设在刚体的 A, B 和 C 三点上分别作用有力 F_1, F_2 和 F_3 (图 1-5), 其中 F_1 与 F_2 的作用线相交于 O 点, 刚体在此三力作用下平衡。根据力的可传性, 可将 F_1 和 F_2 分别从 A 点和 B 点移到 O 点, 再根据力的平行四边形定律, 将这两个力合成为合力 R_{12} 。显然, 刚体在 R_{12} 和 F_3 作用下平衡。根据二力平衡原理, R_{12} 与 F_3 必共线, 即 F_3 的作用线必过 O 点。另外, 由 F_1, F_2 和 R_{12} 共面可看出, F_1, F_2 和 F_3 共面。定理得证。

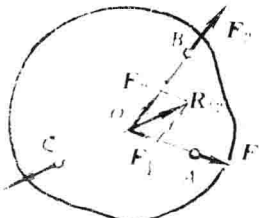


图 1-5

三力平衡汇交定理常用来确定刚体在三力作用下平衡时其中未知力的方向。三力平衡汇交定理给出了作用于刚体上的三个力平衡的必要条件, 而不是充分条件。

四、作用与反作用定律

两物体相互作用的作用力和反作用力大小相等, 作用线相同, 指向相反, 分别作用在两个物体上。

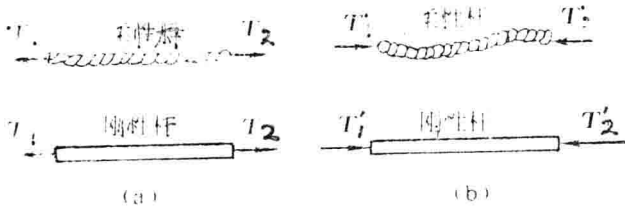


图 1-6

作用力与反作用力是互相依存、同时出现、共同消失的, 它们分别作用在不同物体上。因此在分析物体受力时, 必须明确施力物体和受力物体。这与同一物体上作用有两个力的平衡条件问题完全不同, 不能把作用力与反作用力视为一组平衡力。在分析多个物体组成的物体系统的问题时, 根据这个定律可以把其中

一个物体的受力分析与相邻物体的受力分析联系起来。

五、刚化原理

变形体在某力系作用下平衡, 如将已平衡的变形体刚化为刚体, 其平衡状态不变。

例如, 绳索在两端的拉力 T_1 和 T_2 作用下平衡, 根据刚化原理, 柔性绳刚化为刚性杆, 该杆在原来的 T_1 和 T_2 作用下仍平衡 [图 1-6 (a)]。根据刚化原理, 对于平衡的变形体, 可以应用刚体平衡条件处理其平衡问题。不过要强调指出, 刚化原理只表明刚体的平衡条件是变形体平衡的必要条件而不是充分条件。例如, 刚性杆在 T_1' 和 T_2' 作用下平衡 [图 1-6 (b)], 若将刚性杆换成柔性绳, 则此绳在 T_1' 和 T_2' 作用下将失去平衡。

第三节 约束和约束反力

工程上所遇到的物体，其位移一般都受其它物体的阻碍、限制，而不能自由运动。例如，房屋、桥梁的位移受到地面的限制，梁的位移受到柱子或墙的限制等。物体的位移受到限制，使其在某方向不可能运动，这样的物体称为**非自由体**。相反的，物体位移在空间不受任何限制，可以在空间自由运动，这样的物体称为**自由体**。例如，航行的飞机，发射的炮弹等。

凡是限制某物体位移的其它物体称为该物体的约束。例如上面所提到的地面是房屋和桥梁的约束；柱子或墙是梁的约束。当物体沿着约束所能限制的方向有运动或运动趋势时，约束必然有力作用于该物体，以阻碍物体的运动，这种力称为**约束反力或约束力**，简称**反力**。**约束反力的作用点是约束与物体的接触点，约束反力的方向与约束阻碍物体运动的方向相反。**

物体除受约束反力作用外，还受有像重力、推力及各种机械的动力和载荷等主动改变物体运动状态的力的作用，这类力称为**主动力**。主动力和约束反力不同，它们的大小和方向一般是预先给定的，彼此是独立的。而约束反力的大小通常是未知的，取决于主动力的方向和大小，是一种被动力，需要根据物体的平衡条件或动力学方程来确定。

无论在静力学还是在动力学中，对物体进行受力分析的重要内容之一是要正确地表示出约束反力的作用线或力的指向，它们都与约束的性质有关。工程中实际约束的类型是各种各样的，接触处的状况也是千差万别的，但是常见的是以下几类典型约束，下面分析每一类约束的特点，并确定它们的约束反力的方向。

一、柔索

由绳索、链条、皮带、钢丝绳等所构成的约束统称为**柔索**。柔索的特点是柔软易变形，不能抵抗弯曲和压力，只能承受拉力。柔索只能限制物体沿柔索伸长方向的位移。柔索的约束反力作用在与物体的连接点上，作用线沿柔索，指向背离物体。通常用字母 T 或 S 表示。例如如图 1-7(a) 所示用链条 AB 、 AC 和 AD 悬吊的重物，链条 AB 和 AC （它们都是重物的约束）给重物的拉力（即约束反力）分别是 T_B 和 T_C [图 1-7(b)]。又如如图 1-8(a) 所示皮带轮传动系统，上下两段皮带分别作用在两轮上的拉力（约束反力）为 T_1, T_2 和 T'_1, T'_2 ，它们的方向沿着皮带（与轮相切）而背离皮带轮 [图 1-8(b)]。

二、光滑接触面

物体与约束的接触面如果是光滑的，即它们间的摩擦可以忽略时，约束不能阻止物体沿接触点公切面任何方向的位移，而只能限制沿接触点处公法线而指向约束方向的位移。所以光滑接触面的约束反力是通过接触点并沿该点公法线而指向物体，这种约束反力又称为法向反力，常用字母 N 表示。例如在图 1-9(a) 中，光滑固定曲面给圆柱的法向反力为 N ；在图 1-9(b) 中， AD 杆倚靠在固定挡块上，挡块给杆的约束反力为 N_B ；在图 1-9(c) 中，板搁在固定槽内，板与槽在 A 、 B 、和 C 三点接触，如果接触处是光滑的，它们的约束反力分别为 N_A 、 N_B 和 N_C 。

三、光滑铰链

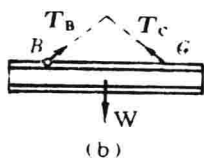
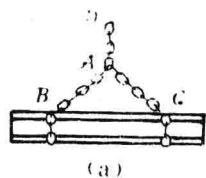


图 1-7

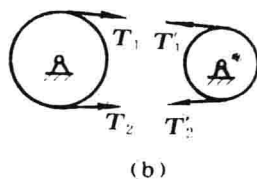
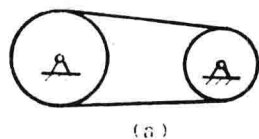


图 1-8

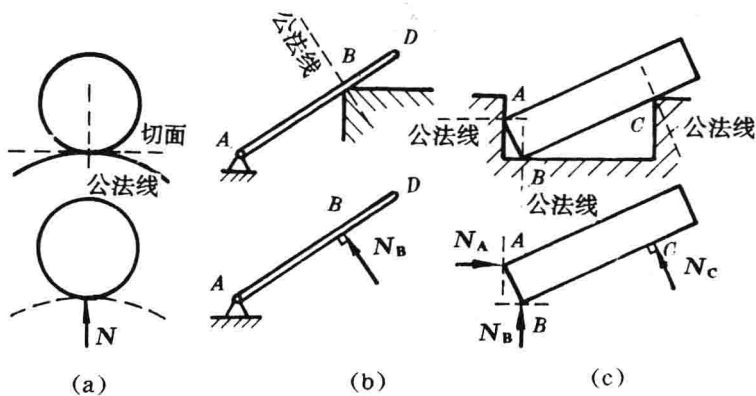


图 1-9

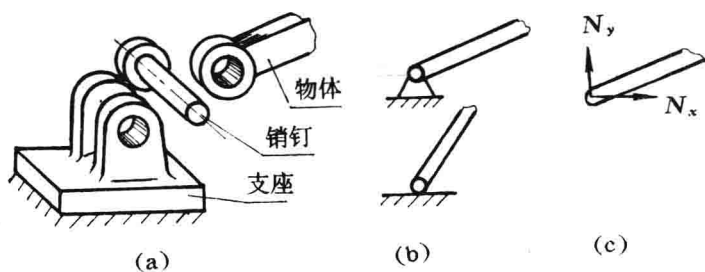


图 1-10

1. 固定铰链支座

物体与固定在地基或机架上的支座有相同直径的孔，用一圆柱形销钉连接起来，这种构造称为**固定铰链支座** [图 1-10 (a)]，简称为**固定铰支**。物体可以绕销钉轴(铰链轴)转动。工

程中不少构件是用这种方式与基座连接的，桥梁上的支座是较理想的固定铰链支座。固定铰链支座是物体的一种约束，其示意简图用一小圆圈和一三角形表示或用一小圆圈表示 [图 1-10 (b)]。如果销钉轴与孔之间是光滑的，则固定铰链支座只限制物体垂直销钉轴方向的任何位移。其约束反力的作用线必然是通过且垂直于销钉的轴线，反力的大小和方向与作用在物体上的其它力有关，所以固定铰链支座反力的大小和方向都是未知的。为了便于计算，通常用它的两个互相垂直的分力 N_x 和 N_y 表示，这两个分力通常一个取水平方向，另一个取铅垂方向，如图 1-10(c)所示。只要求出这两个分力，那么总的约束反力 N 的大小和方向也就完全确定了。

2. 连接铰链(中间铰)

把具有相同圆孔的两物体用销钉连接起来[图 1-11(a)],这也称为铰链连接，其示意简图用一小圆圈表示 [图 1-11 (b)]。对于这种情况，其中任一个物体是另一个物体的约束，约束对所研究物体的反力也是用两个互相垂直的分力 N_x 和 N_y 表示 [图 1-11 (c)]。

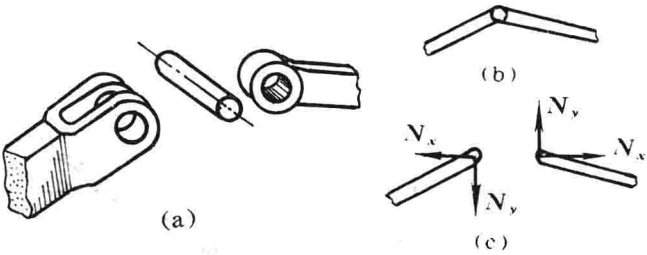


图 1-11

机器中常见到各种类型的轴承，它们是转轴的约束，如滑动轴承 [图 1-12 (a)] 或径向轴承等。这些轴承允许转轴转动，但限制与轴线垂直方向的位移，示意简图如图 1-12 (b) 所示。轴承约束反力的特点与光滑圆柱铰链相同 [图 1-12 (c)]。因此这类轴承可归入铰链约束一类。

3. 滚动铰链支座

在固定铰链支座的底部安装一排滚轮 [图 1-13 (a)],可使支座沿固定支承面滚动，这是工程中常见的一种复合约束，称为滚动铰链支座。这种支座常用来支承较长的梁。当梁的长度由于温度变化而改变时，这种支承允许梁的一端沿支承面移动。滚动铰链支座的示意简图如图 1-13(b)中任一种情况所示。这类约束只限制沿支承面法线方向的位移，所以其约束反力 N 的作用线沿支承面法线，通过铰链中心并指向物体[图 1-13(c)]。有时固定支承是两个平行面，支座上有两组滚轮，可沿任一支承面滚动[图 1-13(d)],这时约束反力的作用线垂直支承面，而指向则要由支座与哪一支承面接触来确定，所以这种滚动铰链支座是一种双面约束。

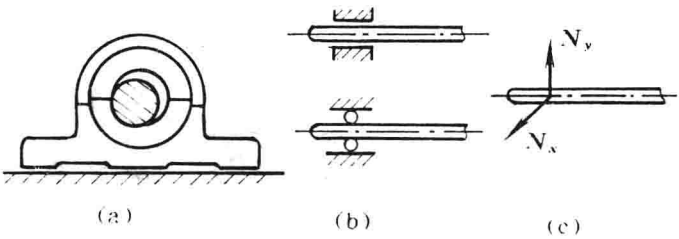


图 1-12

4. 球形铰链支座

物体的一端为球形，能在固定的球窝中转动[图 1-14(a)],这种空间类型的约束称为球形

铰链支座，简称**球铰**。球铰的示意简图与固定铰链支座相同[图 1-14(b)]。球铰限制物体任何方向的位移，所以球铰的约束反力的作用线通过球心并可指向任一方向，通常用过球心的三个互相垂直的分力 N_x 、 N_y 和 N_z 来表示[图 1-14(c)]。

止推轴承也是机器中常见的一种约束，其结构简图如图 1-15(a)所示。这种约束不仅限制转轴在垂直轴线方向(径向)的位移，而且也限制轴向的位移。其示意简图如图 1-15(b)所示，其约束反力也需用三个分力 N_x 、 N_y 和 N_z 表示[图 1-15(c)]。这种约束的具体构造虽与球铰支座不同，但由其约束反力的特点，可将其归入球铰支座一类的约束。

四、二力构件

用一根不计自重的刚性直杆在两端借助铰链把两个物体连接起来，便构成二力构件，简称**二力杆**。如图 1-16(a)中的 CD 杆。显然，刚杆仅在两端点分别受到一个通过铰链中心的力，根据二力平衡条件知此二力必然等值、反向、共线。因而刚杆对物体的约束反力必沿二铰链中心的连线[图 1-16(b)]，其指向可任意假设。可见二力构件属于双面约束。

二力构件不一定是直杆，也可以是曲杆或其它形状的刚体。这时作用在物体上的约束反力的作用线仍然通过二铰点，如图 1-17 所示。

实际工程中约束的形式是各式各样的，有的可以简化为上述典型的形式，有的则要根据构件的尺寸，载荷作用的情况等进行简化。我们还将在今后的有关章节介绍其它类型的约束。

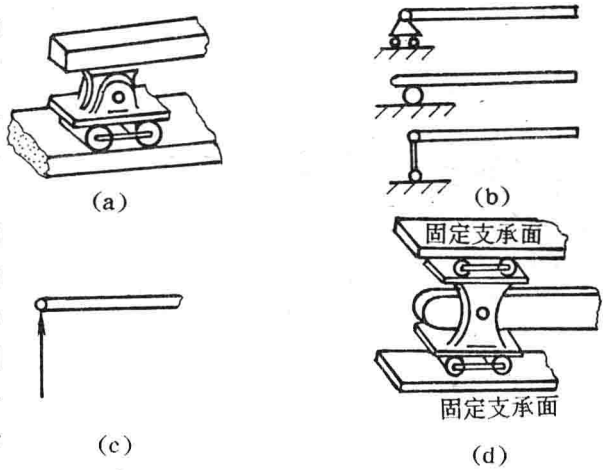


图 1-13

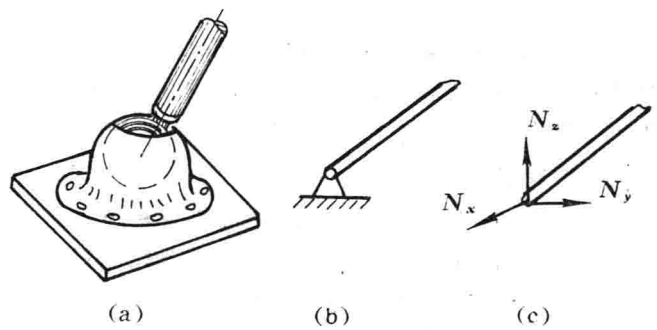


图 1-14

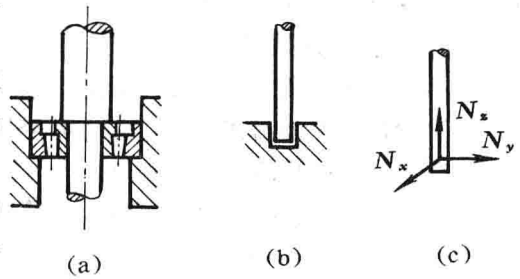


图 1-15

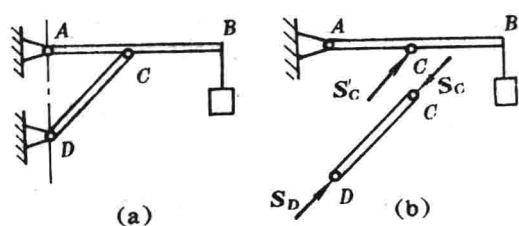


图 1-16

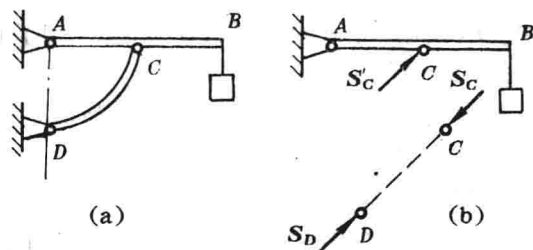


图 1-17

第四节 物体的受力分析——受力图

实际中的物体，特别是工程中所遇到的物体，大多数是组成结构或机构的构件，通常是较复杂的。研究力学问题时需要将它们简化为力学模型，尤其要把实际的较复杂的约束简化成相应的基本类型的约束。能否得到符合实际的力学模型，取决于对力学基本原理的理解程度和实践经验多少。

求解力学问题需要根据问题的已知条件和待求的量，有选择地研究某个物体或某几个物体的运动和平衡，这一个或几个物体就称为**研究对象**。对研究对象进行受力分析，就要把研究对象从与它联系的周围物体中分离出来，这种解除了约束的自由体称为**分离体**。分析分离体上作用有几个力，每个力的大小、作用线和指向，特别是根据约束性质确定各约束反力的作用线和指向，这个过程称为**受力分析**。进行受力分析时，要在研究对象的分离体上画出作用在其上的全部主动力和约束反力，这种表示物体受力状况的图形称为**受力图**。对物体进行受力分析和画受力图是解决静力学和动力学问题的前提和关键。画受力图的步骤如下：

1. 确定研究对象，并单独画出其分离体图；
2. 在分离体上画出作用在其上的所有主动力（一般为已知力）；
3. 逐一画出分离体上各个约束的约束反力。约束反力的作用线与指向要根据约束性质确定。某些约束反力的作用线可以确定，而指向不能确定时，可先沿其作用线假设一个指向，假设是否正确，以后计算时可以判定；

4. 研究对象是几个物体组成的物体系时，系内各物体相互作用的力称为**内力**，物体系与系外物体相互作用的力称为**外力**。画物体系整体受力图时，约定不画内力，因为内力总是成对出现的，它们不影响物体系总体的平衡。如要分别画物系中各个物体的受力图，则要注意它们彼此相互作用的力必须相等、共线、反向；

5. 受力图上所有力都应根据力的性质、约束的种类、作用点的位置标注相应的字母。如

主动力用 W, G, P 等表示；柔索拉力用 T 表示；铰链 A 处的反力用 N_{Ax}, N_{Ay} 或 R_{Ax}, R_{Ay} 表示。对于作用和反作用力标注的字母要对应协调，例如分别记作 N 和 N' 等。

例 1-1 梁 A 端支持在固定铰链支座上， B 端支持在滚动铰链支座上，滚动平面与水平面夹角为 30° ，梁的中点 C 作用有集中力 P [图 1-18 (a)]。如不计梁的自重，试画出其受力图。

解

- (1) 确定 AB 梁为研究对象，单独画出其分离体，如图 1-18(b)所示。
- (2) 在梁的中点 C 画出主动力 P 。
- (3) 根据约束性质，画出约束反力。

A 端为固定铰链支座，其约束反力可用两个垂直的分量 N_{Ax} 和 N_{Ay} 表示； B 端为滚动铰链支座，约束反力 N_B 垂直于滚动平面并指向 AB 梁，如图 1-18(c)所示。

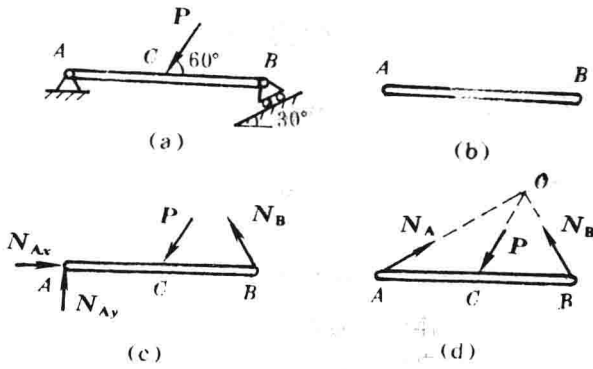


图 1-18

另外考虑到 AB 梁上只有 A, B 和 C 三点上作用有力， B 和 C 点的作用力 N_B 和 P 的方向是确定的，它们的作用线交于 O 点。铰链 A 点的约束反力 N_A 的作用线方位仅凭约束性质不能确定，但根据三力平衡汇交定理， N_A 的作用线必然过 O 点。所以 AB 梁的受力图，也可画成如图 1-18(d)所示那样。

- (4) 将合适的字母标注在力矢附近，如图 1-18(c),(d)所示。

例 1-2 重力为 W 的圆柱，放在如图 1-19(a)所示的结构中，在 A 点与光滑墙面接触，在 B 点与墙角接触，画出圆柱的受力图(各接触处都是光滑的)。

解 研究对象为圆柱，其分离体图如图 1-19 (b) 所示。圆柱上作用有主动力 W ，两个约束反力 N_A 和 N_B 。墙面是光滑的，为光滑面约束，约束反力垂直于墙面；圆柱与墙角间接触是光滑的，约束反力为公法线方向，即过 B 点与 O 点方向，其受力图如图 1-19 (c) 所示。