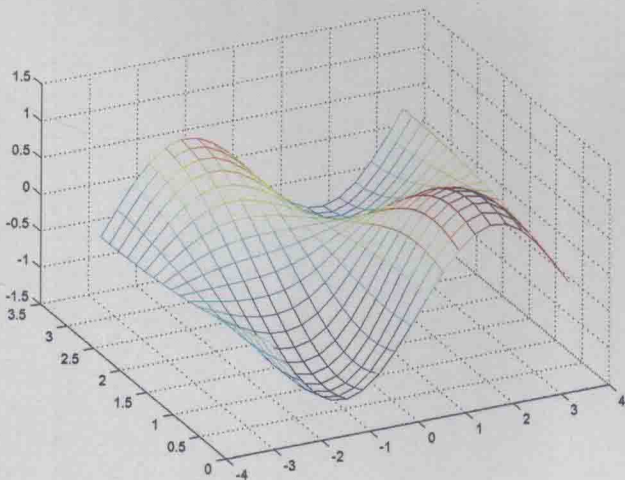


数学建模通识教育教材

数学建模 基础教程

刘保东 宿洁 陈建良 主编



高等教育出版社

ISBN 978-7-04-043338-8



9 787040 433388 >

定价 43.00元

数学建模通识教育教材

数学建模基础教程

Shuxue Jianmo Jichu Jiaocheng

刘保东 宿洁 陈建良 主编

高等教育出版社·北京

内容提要

本书是作者在长期主讲山东大学“数学建模”通识教育核心课程的基础上,参考国内外优秀数学建模教学和培训教材,结合作者多年的教学实践经验,经过反复筛选和精心组织编写的通识教育教材。全书力求简洁、贴近实际。内容设计以问题驱动为先导,着重介绍数学建模的基本概念,日常工作、生活和科学研究中最常用的数学建模方法,如差分、微分、插值、拟合、线性与整数规划、非线性规划、多目标规划、图论及数理统计方法等,和模型求解理论、算法、应用案例及数学实验编程技巧等。

本书可作为高等学校各专业学生“数学建模”选修课或通识教育课程的教材,也可以作为高职高专院校的数学建模培训教材或参考资料。

图书在版编目(CIP)数据

数学建模基础教程 / 刘保东, 宿洁, 陈建良主编.

—北京: 高等教育出版社, 2015. 9

ISBN 978-7-04-043338-8

I. ①数… II. ①刘… ②宿… ③陈… III. ①数学模型—高等学校—教材 IV. ①O141.4

中国版本图书馆CIP数据核字(2015)第155111号

策划编辑 李晓鹏
插图绘制 杜晓丹

责任编辑 胡颖
责任校对 王雨

封面设计 李树龙
责任印制 张泽业

版式设计 范晓红

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街4号
邮政编码 100120
印 刷 中国农业出版社印刷厂
开 本 787 mm×960 mm 1/16
印 张 28
字 数 500千字
购书热线 010-58581118

咨询电话 400-810-0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.landaco.com>
<http://www.landaco.com.cn>
版 次 2015年9月第1版
印 次 2015年9月第1次印刷
定 价 43.00元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换
版权所有 侵权必究
物料号 43338-00

序 一

数学建模从 20 世纪 80 年代初进入我国大学课堂以来, 经过 30 多年健康、快速的发展, 目前已有 1000 多所高校开设了各种形式的数学建模课程, 正式出版的教材和参考读物达 200 多种。每年一届的全国大学生数学建模竞赛自 1992 年创办以来, 到 2014 年已有来自 1300 多所院校、23000 多个参赛队的 7 万余名学生参加。数学建模课堂教学与课外活动为什么会得到广大师生如此广泛的认同和欢迎呢?

首先, 近几十年来时代发展和科技进步的大潮把数学建模从幕后推向了前台。由数学科学与计算机技术紧密结合所形成的“数学技术”, 已经成为一种普遍的、可以实现的技术, 是高新技术的重要组成部分和突出标志。作为联系数学与应用之间的桥梁, 建模与计算不断地向技术领域转化, 形成了先进的生产力, 对推动社会发展、加强综合国力具有重大意义。与此同时, 数学迅速进入了经济、人口、生物、医学、环境、地质等领域, 一些交叉学科如计量经济学、人口控制论、生物数学、数学地质学等应运而生, 为数学建模开拓了广阔的用武之地。

其次, 将数学建模引入教学给教育改革和人才培养注入了强大活力。让学生亲自参加将数学应用于实际的尝试, 参与发现和创造的过程, 取得在传统的课堂里和书本上无法获得的宝贵经验和切身感受, 在知识、能力及素质三方面迅速成长。可以毫不夸张地说, 数学建模的课堂教学与课外竞赛相互促进、协调发展, 是近年来规模最大、最成功的一项数学教学改革实践。

本书作者多年来一直讲授数学建模课程, 并从事数学建模竞赛的辅导和组织工作, 还做了不少与建模有关的应用课题。作者在长期的教学和科研实践中积累的丰富经验, 使得本教材至少具有以下几个特点: 以问题驱动为先导, 将建模案例、数学方法和软件实现融合在一起, 符合学生的认识规律; 内容全面, 叙述简

洁,每个章节将课程的基本要求与方法、理论方面的深入部分区别开来,便于讲授及阅读;书中关于数学反问题等部分的论述是作者研究工作的反映,在一般教材中较为少见。

真诚希望这本书的出版能让更多的同学在学习数学建模课程及参加数学建模竞赛的活动中,得到有益的启迪和更大的收获。

姜启源

2015年3月

序 言 二

30 多年来,随着计算技术的快速进步,数学模型在科学、工程、经济、医学等各个领域得到了越来越广泛的应用,并逐渐成为理论研究、实验分析、工程设计、控制与管理等不可或缺的工具。但对 30 多年前的大学生来说,“数学模型”还是个陌生的名词,关心数学模型教育的人更是寥寥无几。1987 年,我受当时国家教育委员会的委托在青岛举办了全国首个数学模型短训班,萧树铁、叶其孝、李训经、姜启源、刘家壮等介绍了数学模型的基本概念、常用方法、应用实例和发展前景。此后,在老一辈数学家的支持下,清华大学、北京大学、复旦大学、山东大学等越来越多的高校把数学模型正式列入教学课程体系。经过不到一代人的努力,目前,中国在数模知识的普及、数模竞赛的开展以及数模教师队伍的建设等各个方面已进入国际先进行列。在这个过程中,几本常见的教科书(见本书参考文献),特别是姜启源教授的著作发挥了很大作用。

当今,我们正在进入一个数字化和大数据的时代。对各种大小系统做精确预测和最优管理已经不再是梦想。事实上,从研究全球气候变迁的大模型到研究一个商店经营的小模型都已经建立起来了并在不断改进。数学模型也在改变着科学研究的方式和方法,一些诺贝尔奖的成果就是通过使用或发展数学模型得到的。例如,2013 年诺贝尔化学奖得主研究的是“发展复杂化学系统的多尺度模型”。现在的学生将来可能成为科学家、工程师,也可能从政从商,但在工作中都会离不开数学模型,就像离不开计算机一样。为非数学类专业的大学生开设“数学模型”课的重要性和必要性已经非常显著,因为他们才是真正发展与应用数学模型的主力军,怎样把建模的思想及常用的数学方法传授给他们是教师要关注的问题。刘保东教授在这方面有丰富的经验,十多年来他和他的团队在山东大学面向所有专业学生开设了数学模型课程,为此编写的讲稿也在实践的过程中

不断修改完善。这本新的教科书就是在这一基础上加工完成的,其特点是以实例为引导,以计算机软件为工具,以解决问题为目的,以简单易懂为要求,把数学模型课程的教学变得富有启发性、互动性和趣味性。本书既是一本教材,也是学习数学模型的入门参考书。

数学模型具有多样性与多变性的特点。不同的领域、不同的问题、不同的分析方法,都会导出不同的模型。即使所考虑的问题和分析方法都相同,模型还可能因建模人的主观认识与可用的数据而异。不同的数学模型要用不同的数学方法来描述和求解。而且,随着数学模型应用领域的不断扩展和新问题的不断出现,数学工具本身和求解方法也在不断创新。我多年从事环境、能源与水资源等大尺度与复杂系统的模型研究,总感到现有的数学方法还不足以解决诸如模型复杂性、参数可识别性、数据充分性、模型可靠性等难题。实际上,很多有用的数学模型是由非数学专业的研究人员和实际工作者建立的。作为一本“数学模型”的教材,作者只能选择一些最有代表性的例子和最常用的数学方法来讲解数学模型的基本概念和建模的基本步骤。读者要从中学学习怎样把一个实际问题提炼成一个数学问题来求解。有了这个基础,便可在今后的工作中学习和发展用于自己专业的数学模型,使自己的工作“如虎添翼”。

孙纳正

2015年1月于洛杉矶

前 言

语言文化与数学素养从古至今被认为是人类生存所必需的两个基本素养,“能识字”“会算数”是乡间普通百姓的共识。由此可见,数学的地位和作用早已深入人心。

事实上,无论是科学研究还是现实生活(如购物、储蓄、贷款等),定量化描述与规律性研究已为越来越多的人所认知。而数学就是描述现实世界中的数量关系和空间特征的科学,这一特性决定了数学的地位与作用会越来越重要。当你随心所欲地观看高清电影、数字图像,以及借助搜索引擎进行网络搜索时,其实你就在使用数学,可以说数学就在你身边。随着时间的推移,不仅数学在科学化,而且科学也在数学化。数学的科学化主要表现在数学的思想、方法、理论体系越来越系统化和精细化,数学的理论分支越来越多,这表现出了数学的研究在蓬勃发展;另一方面,科学研究成果的定量化和规律性描述,无不借助于数学,数学是工具也是技术的观念日益深入人心。

全国大学生数学建模竞赛的蓬勃发展,推动了数学建模课程在高校的普及和大学数学课程的改革。山东大学是最早组织参加全国大学生数学建模竞赛、美国大学生数学建模竞赛的高校之一,但当时参与学生仅局限于数学、物理、信息、计算机几个学院。2000年,原山东大学、山东工业大学、山东医科大学三校合并组成新的山东大学,在教务处的组织和支持下,组建了“山东大学数学建模创新教育实验室”,并组织筹划数学建模课程的设计、教学和竞赛组织、培训等,自此开始尝试把这项活动推广到全校。从2001年开始,面向全校开设“数学建模”选修课,因参与学生面广、涉及年级多,数学基础参差不齐,在课程一体化教学方面遇到了一些困难。为改善这一状况,2004年起,课程教学改为两个层次,即“数学建模”初级班和高级班,初级班面向大一、大二的同学,高级班面向大二、大三

的同学,这一模式一直延续到 2010 年。作为教学改革的主要组成部分,山东大学于 2010 年起开始组织构建通识课程体系,“数学建模”作为成熟的、有影响力的课程入选首批创新创业类核心通识课程。本书的主要内容就是在该课程讲稿基础上,重新组织编写完成的。

数学建模通识教育课程主要面向大一下学期和大二的同学,因此假定学生已学习过或正在学习高等数学和线性代数。课程的教学目的是培养学生的建模意识和建模实践能力,因而弱化了建模理论的推导和证明过程,同时注重引导学生理解涉及所学专业的数学建模问题,培养学生的专业数学建模素养和处理日常工作、生活中数学建模问题的能力,也为后期的数学建模竞赛培训发现、选拔优秀大学生。鉴于数学建模问题纷杂多变,但经常采用的数学建模方法基本不变,而这些方法大部分在非数学类专业学生的大学数学课程体系中并不涉及,或仅很少学科的课程涉及,因此本书的编写和教学实施,主要以问题驱动的方式导入数学建模方法,以数学实验工具作为模型求解的途径为编写主线,尽量采用浅显易懂的语言进行方法描述,案例选择也力求贴近生活和实际,回避了一些专业性过强的示例,便于学生自学。

全书共分 15 章,按 36 到 54 个教学学时设计,带有“*”标记的内容为选学内容。其中,第一、二章按 4 个学时设计,其他各章均按 2~3 个学时设计。教学方式以多媒体和计算机实时演示为主。考核方式根据教学对象的差异,实行分类考核,考核内容应涉及文献检索与阅读、建模论文写作、建模实践、数学实验等,不宜采用期末闭卷考核的方式。

本书前六章和第十五章由刘保东编写,第七章至第十一章由宿洁编写,第十二章至第十四章由陈建良编写,全部内容由刘保东最终统稿、定稿。清华大学的姜启源教授、美国加州大学洛杉矶分校的孙讷正教授阅读了本书的全部内容,并提出了许多建设性建议,在此表示衷心的感谢。

本书的出版得到了山东省高等教育教改立项课题、山东大学大学生创新教育平台和通识课程建设项目的支持,在此一并表示感谢。

由于编者水平有限,书中难免会存在一些不妥之处,恳请读者批评指正。

编者

2015 年 4 月于济南

目 录

第一章 概论	1
1.1 什么是数学建模	2
1.1.1 从示例看数学建模	2
1.1.2 数学模型与数学建模	4
1.2 建立数学模型的一般过程或步骤	5
1.3 数学建模的基本方法和模型分类	8
1.3.1 数学建模的基本方法	8
1.3.2 数学模型的分类	9
1.4 常见的初等数学建模方法	9
1.4.1 比例建模方法	9
1.4.2 量纲分析方法	12
1.4.3 枚举法	14
1.4.4 逻辑问题建模方法	15
1.4.5 利用规律建模方法	17
1.5 建模竞赛论文写作	18
1.5.1 建模竞赛论文的一般结构	19
1.5.2 撰写建模竞赛论文应注意的事项	21
1.6 理解数学问题	21
1.6.1 正问题与反问题	21
1.6.2 建模案例	23
思考与练习一	34

第二章 MATLAB 快速入门	36
2.1 MATLAB 概述	37
2.1.1 MATLAB 简介	38
2.1.2 MATLAB 的安装与启动	39
2.1.3 MATLAB 桌面环境简介	40
2.2 MATLAB 数值计算功能	45
2.2.1 MATLAB 数据类型	45
2.2.2 变量与常量	46
2.2.3 MATLAB 数值计算	47
2.2.4 常见大学数学课程中有关问题的 MATLAB 求解	53
2.3 MATLAB 程序设计基础	56
2.3.1 关系与逻辑运算	56
2.3.2 创建 M 文件	57
2.3.3 MATLAB 数据流控制语句	59
2.3.4 常用基本函数	64
2.4 MATLAB 绘图	65
2.4.1 二维图形的绘制	65
2.4.2 三维图形的绘制	77
2.4.3 利用符号函数作图	86
2.4.4 利用菜单栏进行交互式图形编辑	91
思考与练习二	92
第三章 插值方法	93
3.1 一维插值	94
3.1.1 基本概念	94
3.1.2 利用待定系数法确定插值多项式	95
3.1.3 拉格朗日插值方法	98
3.1.4 分段插值	104
3.1.5 一维分段插值的 MATLAB 实现	109
3.2 二维插值	115
3.2.1 网格节点插值法	115
3.2.2 散乱数据插值法	117
3.2.3 二维插值的 MATLAB 实现	118
3.3 应用案例	121
思考与练习三	125

第四章 数据拟合方法	127
4.1 线性最小二乘拟合方法	128
4.1.1 直线拟合问题	128
4.1.2 一般意义下的线性最小二乘方法	133
4.1.3 最小二乘多项式拟合	135
4.2 非线性最小二乘拟合方法	137
4.3 用 MATLAB 求解数据拟合问题	138
4.3.1 最小二乘多项式拟合	138
4.3.2 非线性最小二乘拟合	139
4.3.3 交互式曲线拟合	144
4.4 应用案例: 给药方案问题	145
思考与练习四	149
第五章 差分方程建模方法	151
5.1 差分方程建模	152
5.2 差分方程组建模	155
5.3 差分方程(组)的稳定性理论*	159
5.3.1 基本概念和定解理论	159
5.3.2 差分方程的平衡点及稳定性	161
5.4 应用案例: 最优捕鱼策略	162
思考与练习五	168
第六章 微分方程建模方法	169
6.1 常微分方程问题的数学模型	169
6.1.1 再论导弹追踪	169
6.1.2 传染病预测问题	173
6.1.3 单一种群的增长问题	177
6.2 常微分方程组问题的数学模型	178
6.2.1 再论传染病预测问题	178
6.2.2 多种群竞争问题	179
6.2.3 弱肉强食问题	180
6.3 偏微分方程问题的数学模型	182
6.3.1 河流水质中污染物的迁移扩散问题	182
6.3.2 热传导问题	184

6.4 常微分方程的数值计算方法	185
6.4.1 一阶非线性常微分方程初值问题	186
6.4.2 一阶非线性常微分方程初值问题的数值计算方法	186
6.4.3 一阶常微分方程组和高阶常微分方程的数值计算方法	192
6.4.4 偏微分方程数值计算方法	193
6.5 利用 MATLAB 求解微分方程	194
6.5.1 微分方程(组)的数值解	194
6.5.2 利用偏微分方程工具箱求解偏微分方程	199
思考与练习六	199
第七章 线性规划	201
7.1 从示例看线性规划问题	201
7.2 线性规划模型	206
7.2.1 建立线性规划模型的基本步骤	206
7.2.2 线性规划模型的形式	206
7.3 线性规划模型的求解理论*	209
7.3.1 基本概念	209
7.3.2 线性规划的求解方法	209
7.4 利用优化软件求解线性规划模型	214
7.4.1 线性规划问题的 MATLAB 求解方法	214
7.4.2 利用 LINGO 软件求解线性规划	220
7.5 应用案例: 人力资源分配问题	224
思考与练习七	226
第八章 整数线性规划	229
8.1 从示例看整数线性规划问题	229
8.2 整数线性规划模型及其求解方法	235
8.3 利用优化软件求解整数线性规划	237
8.3.1 利用 MATLAB 求解整数线性规划	237
8.3.2 利用 LINGO 求解整数线性规划	238
8.4 应用案例: 应急选址问题	241
思考与练习八	242
第九章 非线性规划	244
9.1 非线性规划问题举例	244

9.2	非线性规划模型的一般形式	248
9.3	求解非线性规划的一般方法——迭代法*	250
9.4	一维搜索方法	251
9.4.1	黄金分割法 (0.618 法)	251
9.4.2	牛顿法	252
9.5	无约束最优化方法*	253
9.5.1	无约束最优化问题的最优性条件	253
9.5.2	最速下降法	254
9.6	约束最优化方法*	255
9.6.1	约束最优化问题的最优性条件	255
9.6.2	可行方向法	257
9.6.3	惩罚函数法	258
9.7	利用优化软件求解非线性规划	260
9.7.1	利用 MATLAB 求解非线性规划	261
9.7.2	利用 LINGO 求解非线性规划	266
9.8	应用案例: 钢管的订购和运输模型	267
	思考与练习九	276
第十章	多目标规划	279
10.1	多目标规划问题	279
10.1.1	从示例看多目标建模问题	279
10.1.2	一般多目标规划问题的提法	281
10.2	多目标规划问题的有效解	282
10.2.1	帕雷托有效解	282
10.2.2	妥协解	282
10.2.3	满意解	283
10.3	求帕雷托有效解的几种常用方法	283
10.3.1	目标函数的规范化	283
10.3.2	线性加权法	284
10.3.3	ε 约束法	284
10.3.4	理想点法	285
10.4	分层序列法和满意水平法	286
10.4.1	分层评价法	286
10.4.2	满意水平法	286

10.5 应用案例	287
10.5.1 投资的收益和风险	287
10.5.2 出版社资源配置的多目标优化模型	292
思考与练习十	296
第十一章 图与网络最优化	298
11.1 通过实例看图论建模问题	298
11.2 图与网络的基本概念	300
11.2.1 无向图、有向图与网络	300
11.2.2 子图	304
11.2.3 图的连通性	305
11.2.4 几类重要的图和网络	306
11.3 最短路问题与算法	307
11.3.1 最短路问题	307
11.3.2 求单源最短路问题的 Dijkstra 算法	308
11.3.3 最短路问题的推广	312
11.3.4 求所有点对之间最短路的 Floyd 算法	314
11.4 最短路问题的 MATLAB 求解	319
思考与练习十一	322
第十二章 数据的描述性统计方法	324
12.1 概率论初步	325
12.1.1 一维随机变量及其分布	326
12.1.2 多元随机变量及其分布*	329
12.2 统计的基本概念	330
12.2.1 总体和样本	330
12.2.2 频数表和直方图	330
12.2.3 统计量	333
12.2.4 统计量的 MATLAB 实现	335
12.3 几个重要的概率分布	336
12.3.1 几个重要的概率分布及其数字特征	336
12.3.2 常用统计量的抽样分布	339
12.3.3 MATLAB 统计工具箱中概率分布的实现	341
12.4 参数估计	343
12.4.1 点估计	343
12.4.2 区间估计	344

12.4.3 参数估计的 MATLAB 实现	344
12.5 假设检验	345
12.5.1 参数的假设检验方法	345
12.5.2 参数假设检验的 MATLAB 实现	347
12.5.3 分布拟合检验	349
12.6 应用案例: 专家打分的可信度评价问题	349
思考与练习十二	354
第十三章 方差分析方法	355
13.1 单因素方差分析方法	356
13.1.1 数学模型	356
13.1.2 数据统计与分析	357
13.1.3 方差分析表	359
13.1.4 MATLAB 实现	359
13.2 双因素方差分析	362
13.2.1 数学模型	362
13.2.2 无交互影响的双因素方差分析	363
13.2.3 MATLAB 实现	364
13.2.4 其他	365
13.3 应用案例: 艾滋病疗法的评价及疗效的预测	365
思考与练习十三	372
第十四章 回归分析	373
14.1 一元线性回归	374
14.1.1 线性回归模型	374
14.1.2 回归参数的估计	375
14.1.3 回归方程的显著性检验	376
14.2 多元线性回归	378
14.2.1 数学模型	378
14.2.2 参数估计	378
14.2.3 统计分析	379
14.2.4 回归模型的假设检验	380
14.2.5 利用回归模型进行预测	381
14.2.6 线性回归模型的 MATLAB 实现	381