

Slow-Scale
Dynamics of One-Cycle
Controlled Converters

马伟●著

单周期控制变换器 慢时标动力学



西南交通大学出版社

Slow-Scale
Dynamics of One-Cycle
Controlled Converters

马伟●著

单周期控制变换器 慢时标动力学

西南交通大学出版社

· 成 都 ·

图书在版编目 (C I P) 数据

单周期控制变换器慢时标动力学 / 马伟著. —成都:
西南交通大学出版社, 2015.8
ISBN 978-7-5643-4128-2

I. ①单… II. ①马… III. ①功率变换器—时标—动
力学—研究 IV. ①TW761

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2015) 第 180849 号



单周期控制变换器慢时标动力学
马伟著

责任编辑	黄淑文
封面设计	何东琳设计工作室
出版发行	西南交通大学出版社 (四川省成都市金牛区交大路 146 号)
发行部电话	028-87600564 028-87600533
邮政编码	610031
网 址	http://www.xnjdcbs.com
印 刷	成都中铁二局永经堂印务有限责任公司
成品尺寸	170 mm × 230 mm
印 张	7.5
字 数	127 千
版 次	2015 年 8 月第 1 版
印 次	2015 年 8 月第 1 次
书 号	ISBN 978-7-5643-4128-2
定 价	30.00 元

图书如有印装质量问题 本社负责退换
版权所有 盗版必究 举报电话: 028-87600562

前言

在科学界有句名言：世界的本质是非线性的。人们认识自然的过程经历了从简单到复杂、从单变量到多变量、从线性到非线性的发展阶段。作为电气工程的一个方向，功率变换器有着同样的发展过程。

功率变换器是典型的非线性系统，会表现出非线性系统特有的分岔和混沌等现象。由于这些非线性现象会使得变换器的正常运行受到影响，破坏其安全工作，所以要深入分析这些非线性现象发生的原因，认识它们的特点。过去二十多年的研究主要集中于各种线性控制的功率变换器中的非线性动力学行为，而对非线性控制的功率变换器中的非线性动力学行为则知之甚少。在功率变换器的非线性控制方法中，单周期控制是一种应用非常广泛的方法。

单周期控制 Buck 和 Boost 变换器是两种最基本的变换器拓扑结构。本书从这两种变换器开始，研究了多种单周期控制变换器的非线性行为。首先，建立了单周期控制 Buck 变换器的采样数据模型，对其进行分析。通过对单周期控制 Boost 变换器的分析，基于平均模型，提出了采用 washout 滤波器消除分岔的方法。其次，讨论了单周期控制 Cuk 变换器，提出了采用 washout 滤波器的方法来稳定变换器，利用输入级电容电压作为 washout 滤波器的输入消除分岔。再次，研究了单周期控制 Boost 功率因数校正（PFC）变换器的慢时标分岔现象。利用双平均方法和谐波平衡法建立了描述单周期控制 Boost PFC 变换器动力学行为的直流分量模型、一次和二次谐波分量模型。通过对这些模型平衡点的分析和合理的假设，分析了主要电路参数的稳定工作范围。接着提出了采用 washout 滤波器控制平均电流模式控制 Boost PFC 变换器中的慢时标倍周期分岔。

本书的主要分析方法其基础在参考文献中可以得到详细过程，如果需要可以仔细阅读相关文献。非常感谢西南交通大学出版社编辑老师为本书付出的辛勤劳动。本书的工作得到了国家自然科学基金的资助，在此特表感谢。

功率变换器的非线性动力学发展很快，其分析方法层出不穷，应用领域也越来越广泛。本书只是对单周期控制变换器这种非线性控制变换器进行简要总结，内容有很多不足之处，诚恳希望读者提出批评建议。

作者

2015年7月

目 录

1	功率变换器非线性动力学概貌	1
2	单周期控制 Buck 和 Boost 变换器中的非线性现象	8
2.1	引 言	8
2.2	功率变换器中的 Filippov 方法	8
2.3	单周期控制 Buck 变换器稳定性分析	17
2.4	单周期控制 Boost 变换器分岔现象分析及其控制	19
2.5	本章小结	31
3	单周期控制 Cuk 变换器中的分岔分析及其控制	33
3.1	引 言	33
3.2	单周期控制 Cuk 变换器及其模型	33
3.3	单周期控制 Cuk 变换器分岔分析	36
3.4	单周期控制 Cuk 变换器分岔控制	40
3.5	单周期控制 Cuk 变换器分岔与分岔控制实验研究	45
3.6	本章小结	48
4	单周期控制 Boost 功率因数校正变换器中的分岔现象分析	49
4.1	引 言	49
4.2	单周期控制 Boost 功率因数校正变换器模型	50
4.3	单周期控制 Boost 功率因数校正变换器稳定性分析	55
4.4	单周期控制 Boost 功率因数校正变换器稳定边界分析	58
4.5	本章小结	62
5	平均电流模式控制 Boost 功率因数校正变换器中的慢时 标倍周期分岔控制	63
5.1	引 言	63

5.2	平均电流模式控制 Boost 功率因数校正变换器中的慢时标倍周期分岔现象	64
5.3	平均电流模式控制 Boost 功率因数校正变换器中的慢时标倍周期分岔控制	69
5.4	电路参数变化对分岔控制的影响	80
5.5	两级功率因数校正变换器的分岔控制	83
5.6	本章小结	88
6	单周期控制 Cuk 功率因数校正变换器中的分岔现象分析	90
6.1	引言	90
6.2	单周期控制 Cuk 功率因数校正变换器原理及模型	90
6.3	单周期控制 Cuk 功率因数校正变换器分岔现象	97
6.4	本章小结	101
	参考文献	102

1 功率变换器非线性动力学概貌

功率变换器的应用非常广泛,在工业、交通、通信、消费类电子产品中都有大规模的使用,它是非常重要的基础设施。电力电子技术是在 20 世纪后半叶发展起来的一门技术,它以晶闸管的出现为标志,伴随着现代电子工业的发展而飞速地成长起来。对功率变换器的研究一直是以实际应用为驱动的,最早的降压变换器等简单变换器在广泛应用后,才从控制理论的角度对其进行精确分析。在这之后提出的各种新型拓扑结构和新型控制方法,也都是建立在实际使用场合需求基础之上的。电力电子变换器中的功率器件一般工作在开关状态,而电容和电感等器件一般工作在线性工作状态,这使得电力电子变换器成为分段线性系统或分段光滑系统。虽然人们早已认识到变换器的这种非线性特性,但是在电力电子技术发展的初始阶段,工程师在设计中所采用的方法一般都是基于传统的线性分析方法,由此得出的结果在大多数场合也得到了验证。随着工业技术的发展,对变换器的运行条件要求越来越严格,比如,要求变换器的体积更小,变换效率更高,响应更快,运行更加可靠,等等。这些要求对变换器的设计提出了挑战。当设计人员按照以往的方法设计出变换器后,经常能观察到变换器出现许多奇特的现象,这些现象在以变换器的线性模型为基础所进行的分析中根本无法预测出来,其原因在于上面所述,即大多数变换器属于非线性系统。对于非线性系统来说,除了稳定运行情况之外,还可以表现出倍周期分岔、准周期、边界碰撞分岔、间歇性分岔等复杂的现象。这些现象很难从变换器的线性模型中预测出来,但是它们又对变换器的运行产生了很多影响,比如增加了开关器件的应力、降低了变换效率、降低了变换器运行可靠性、引起变换器系统崩溃,等等。而实际应用又对变换器提出严格的运行条件,需要准确判断变换器的运行状态,因此,对变换器的非线性现象进行分析有重要的实际价值。这些分析有助于设计人员充分了解变换器可能出现的工作状态,准确预测变换器的运行,在设计过程中识别确保变换器稳定运行所需各种参数的选择范围,缩短设计过程所需的

时间。同时,对变换器非线性工作状态的深入研究,有助于设计人员更全面把握变换器的工作,在这个基础上,提出变换器新的运行方式,利用变换器的非线性工作状态,提升变换器某些性能。因此,对变换器非线性动力学的研究,不但在理论上具有重要意义,而且在工程上有重要价值。正因如此,自从 20 世纪八九十年代以来,变换器的非线性动力学研究成为电力电子技术方面的一个重要研究分支。

如前所述,早期电力电子工程师进行设计的基础是电力电子变换器的小信号模型,这些模型的理论基础框架是传统的线性系统分析和控制方法。而对变换器的非线性现象进行研究则需要建立在非线性系统分析方法之上。正是由于引入了非线性系统的研究方法,才使得电力电子变换器的非线性动力学分析能够开展起来。因此,在介绍电力电子变换器非线性动力学分析的研究现状前,有必要先简要介绍非线性系统的一些相关研究历程。

从数学家 Poincare H. 开始,人们就进行动力系统的研究。在非线性和系统动力学研究方面,1963 年, Lorenz E. N. 在研究天气现象时因为偶然的机会发现了第一个奇异吸引子^[1]。数学家 Li T. Y. 和 Yorke J. A. 正式引入了“混沌”这一术语^[2]。从那时起,非线性科学在理论和实际中都得到了快速的发展。非线性总是和分岔、混沌联系在一起。这些现象在机械、电力系统、大气科学、通信系统、生物界等许多方面都得到了验证。许多领域的学者从各自研究对象出发,进行了大量研究,促进了人们对非线性现象的理解和对非线性系统的掌握。

在线性系统中,解的数目不随系统中参数的变化而变化。而在非线性系统中,某些参数变化时,解的形式和数目会发生变化,这个参数值就叫做分岔点。分岔研究的目的是确定分岔点的位置,确定分岔解的类型、方向和数目,判定分岔解的稳定性,研究分岔的过程等。非线性系统中的分岔可以分为静态分岔和动态分岔。系统解的数目随参数的变化称为静态分岔,而其中向量场或者流的拓扑结构随参数变化称为动态分岔。静态分岔包括鞍结分岔、叉形分岔、跨临界分岔。动态分岔包括环面分岔、同宿和异宿分岔、闭轨分岔、Hopf 分岔等。分岔还可以分为局部分岔和全局分岔:参数变化引起向量场局部拓扑结构的变化称为局部分岔,若引起向量场全局拓扑结构的变化则称为全局分岔^[3]。

混沌是非线性系统所特有的一种运动形式,它的定常状态不是通常概念下的确定性运动的静止、周期运动或者准周期运动,而是一种局限于有

限区域且轨道永不重复、性态复杂的运动。混沌具有这些特征：初值敏感性、有界性、遍历性、分维性、普适性等^[3]。

在电力电子技术发展的初始阶段，虽然认识到功率变换器是非线性系统，但是由于方法的限制，人们仍然按照线性系统理论对变换器进行分析。由于在变换器运行过程中，一个周期内总是存在多个不同的子区间，变换器在每个子区间的结构不一定完全相同，所以必须应用平均的方法先对变换器进行建模。然后通过线性化的方法得到变换器的小信号模型，实际上小信号模型反映了变换器在平衡点处线性化的过程，因此虽然可以利用线性系统的方法对得到的模型进行分析，但是不能用它来预测开关频率尺度上的分岔和混沌等非线性现象。对于得到的小信号模型，只能利用它来研究扰动较小情况下的运行，对于扰动较大等情况，这些模型无能为力。

实际上，可以使用多种模型对电力电子变换器进行分析。可以根据系统的结构和开关器件的工作状态、工作时间推导出分段光滑微分模型，然后采用数值分析的方法研究变换器的运行，这种方法很难得到变换器的解析解，所以对变换器的定量分析和设计用处有限。也可以采取上述的平均方法，对变换器每个工作周期内的状态进行加权平均，也就是状态空间平均法，这样得到的模型比较简单并且不包含时变参数，电力电子工程师很容易利用线性系统的理论对它进行分析。但是由于建模过程中进行了平均，所以这种方法不能预测开关频率尺度上的非线性现象。

要预测开关频率尺度上的非线性现象，目前最常用的是采样数据模型或者离散映射模型。Poincare H. 在分析动力系统时最早提出了采用映射的方法，这样能够使得系统的维数降低一维。电力电子变换器是分段光滑系统，对于这样的系统来说，使用采样数据模型是一个很自然的选择^[4]。根据采样点的不同，离散映射模型又可以分为几种：频闪映射、异步映射、同步映射和成对切换映射^[5]。频闪映射模型的采样点间隔就是开关周期，因此这种模型的采样时刻在每个开关周期内是固定不变的，而异步映射和同步映射的区别则是根据采样点对于开关时刻而言的。离散模型的优点在于能够同时预测变换器运行过程中的快时标和慢时标两种动力学行为。虽然计算比较复杂，但是它能够准确确定变换器系统的不动点或平衡点以及变换器的占空比，所以是一种比较精确的模型。目前，无论在 DC-DC 变换器、AC-DC 变换器还是 DC-AC 变换器中，这种模型都在分析非线性现象中起到了重要作用。

下面回顾一下电力电子变换器的非线性现象分析和控制的历程。

最早得到研究的是 Buck 变换器中的非线性现象^[6-7], 在这些早期的文章中, 采用的方法都是近似的方法, 得到的结论和实际电路运行有比较大的出入, 但是它们指明了对变换器非线性现象进行分析的方向。从这时候开始, 各种不同的变换器拓扑成为了研究的对象。发现的非线性现象有: 工作在电感电流断续模式下的 Buck 和 Boost 变换器中的倍周期分岔现象^[8,9], 电流模式控制 Buck 和 Boost 变换器中的准周期和倍周期行为^[10,11], 电压型 Buck 变换器中混沌吸引子共存现象^[12], 寄生参数对分岔点的影响^[13-16], PWM-1 型控制的变换器中的分岔^[17], 比例控制电压型 Boost 变换器中的 Hopf 分岔^[22], 比例积分控制电压型 Buck 变换器中的准周期运行^[22]等。

在一般的非线性系统中, 分岔通向混沌的路径有倍周期无限叠加、多种类型的间歇性分岔、环面破裂等类型^[60], 而在电力电子这类典型的分段光滑系统中, 还存在一种称为“边界碰撞”分岔的新型分岔^[18-29]。在文献中, 一般把以前所研究的分岔划为标准分岔, 而把边界碰撞分岔这种新型分岔划为非标准分岔。已有研究表明, 电力电子系统中的饱和和非线性是引起边界碰撞分岔的根本原因。在分析边界碰撞分岔的多种方法中, 符号序列分析法是判定系统是否发生边界碰撞分岔的有效方法^[26]。

除了独立运行的变换器, 并联运行的变换器也存在多种类型的非线性现象^[51-57]。由于分布式电源系统广泛使用在各种工业和民用场合, 所以研究并联运行的变换器的非线性动力学行为也有重要意义。和独立变换器相比, 并联变换器中包含一些新的电路参数, 比如其中的电流分配系数, 使得并联变换器表现出不同于独立运行的变换器的非线性动力学行为。

除了以上的低阶变换器, 对于高阶变换器, 如四阶 Cuk 变换器、SEPIC 变换器等非线性动力学行为也都有文献进行了研究^{[48],[49]}, 由于这些变换器当中各个参数之间的耦合关系远比低阶变换器复杂, 所以它们表现出的分岔和混沌现象比低阶变换器更加丰富。

近年来, 对电力电子变换器中的非线性现象分析已经从简单 DC-DC 变换器拓展到其他类型变换器, 在逆变器中也观察到分岔和混沌现象, 对双向变换器中的非线性分析也有报道^[68-70]。

从分岔所表现的时间尺度来看, 以上这些变换器中的分岔现象可以分为慢时标分岔和快时标分岔两种。快时标分岔指的是发生在开关频率尺度上的分岔, 如开关频率尺度上的倍周期分岔等。慢时标分岔指的是 Hopf 分岔等振荡周期比开关周期大得多的分岔^[67]。

还有一类变换器中的非线性分析值得关注,那就是功率因数校正(PFC)变换器中的分岔和混沌现象^[72-92]。PFC变换器把交流电转换为大小可调节的直流电,同时使得功率因数接近1。PFC变换器的使用非常广泛,而且有标准的集成电路可以作为控制芯片,对PFC变换器中的非线性现象进行研究不仅有利于电路的设计,而且在新型拓扑结构和控制方式方面也有可能取得进展。从拓扑结构来说,可以有多种拓扑用在PFC变换器中,目前比较常用的是Boost结构。控制方式有两种,峰值电流模式和平均电流模式控制,由于峰值电流模式控制引起的功率因数低、对噪声敏感等原因,所以平均电流模式控制应用得更广泛。平均电流模式控制的PFC变换器表现出两种工作频率:其一是开关器件的工作频率,这个频率通常为几百千赫兹左右;其二为输入交流电频率,这个频率只有几十赫兹。PFC变换器中的非线性现象表现为三种:第一种是开关频率尺度上的非线性现象,称为快时标不稳定现象,常见的有开关频率尺度上的倍周期分岔和混沌等。第二种是线频率尺度上的不稳定现象,称为慢时标不稳定现象,主要指线频率尺度上的倍周期分岔和混沌。第三种是在线频率尺度上发生的Hopf分岔(或Neimark-Sacker分岔),这种分岔所引起的振荡频率介于开关频率和线频率之间,一般称为中尺度不稳定或者中频振荡。这些分岔也都有可能进一步演化从而表现出混沌行为。

基于以上这些对变换器中的非线性现象的认识,借鉴非线性动力学中的分岔和混沌控制的方法,人们对多种类型的变换器进行了分岔和混沌控制的研究^[93-111]。这些控制的目的在于消除分岔和混沌,或者延后分岔点的位置等。这些控制都是为了使变换器工作在更有利的状态,表现出良好的工作特性。常用的混沌控制方法分为两大类:反馈控制和非反馈控制。非反馈控制无需对变换器的状态进行采样,它只是在变换器的参数中加入一个附加量,这个附加量的形式可以是多种多样的,比如利用正弦波扰动控制变换器中的混沌,其附加量就是一定幅度和频率的正弦波。反馈控制需要对变换器的状态进行采样,把采样值反馈到变换器中,根据变换器的常用结构,这里有两个位置可以用来反馈采样值,一个是变换器的主电路,即功率电路,另一个就是变换器的控制电路。变换器控制电路产生的信号,经过触发电路来控制开关器件,控制电路的功率比主电路小得多,所以把采样值反馈到控制电路优点更多一些。非线性动力学研究中混沌控制的常用方法,比如OGY方法、连续变量反馈方法、时间延迟方法、自适应控制等,都可以用在变换器的混沌控制中。最常见的一个例子就是在峰值电

流模式控制的 Boost 电路中, 当占空比大于 0.5 时, 会出现次谐波振荡, 而电力电子工程师采用的斜坡补偿其实就是一种 OGY 方法^[96]。

如果在没有出现混沌的变换器中通过控制使其发生混沌现象, 利用此时频谱扩展的效果, 就有可能降低电磁干扰, 从非线性动力学方面来说, 这就是混沌反控制。目前采用这种方法提高变换器的 EMC 等性能也是研究的一个方向^[102-111]。

同样地, 由于 PFC 变换器中出现的非线性现象引起变换器性能下降, 功率因数降低, 所以有必要对 PFC 变换器进行分岔与混沌的控制。对 PFC 变换器快时标分岔, 目前常采用斜坡补偿的方法^[85]。和快时标分岔相比, 由于 PFC 变换器中的慢时标分岔对功率因数的影响更大, 所以对慢时标分岔的控制更重要^[89,90]。

当前, 通过二十多年对变换器非线性现象分析和控制的研究, 人们已经形成了许多有效的分析方法, 提出了许多合理的分析工具, 形成了许多有用的研究成果。无论国内还是国外, 对这方面的研究都在深入进行, 研究的变换器拓扑结构越来越广泛, 也越来越实用, 研究的对象越来越面向工业场合, 更加重视非线性现象分析在设计阶段的应用, 因为这样能提高设计效率, 避免浪费过多的设计时间。通过对非线性现象的分析所提出的控制分岔和混沌的方法, 也有助于设计人员提升变换器性能, 或者发展出新的拓扑结构和控制方法, 从而极大促进电力电子技术的发展。总之, 对于电力电子变换器非线性现象的分析和控制的研究, 在理论和工程实践上都有重要意义, 在本学科未来的研究中也是一个非常重要的分支领域。

虽然国内外对线性控制的功率变换器中的非线性现象研究比较广泛, 形成了许多有用的结果, 但是线性控制方式只是功率变换器控制方式中的一种, 除了线性控制方式外, 还有很多非线性控制方式也在功率变换器中得到了应用。功率变换器本身是非线性系统, 采用非线性控制方式来控制功率变换器, 可以得到许多比线性控制更好的性能。单周期控制就是一种非线性控制方式^[112-115], 这种控制方式自被提出以来, 便得到了迅速的应用。单周期控制的原理在于变换器这种分段线性系统稳定工作时, 其状态变量在每个开关周期内的平均值是一个固定值。因此, 可以通过可复位积分器来对某个变量进行积分, 当积分值达到所需要的数值(即稳态值)时, 改变功率器件状态, 使得这个变量在余下的时间段内为零, 从而实现在一个开关周期内使得此变量的平均值和设定值相同的目的。单周期控制方式实现起来比较方便, 其核心是可复位积分器和 RS 触发器, 它们都属于常

用器件。单周期控制的优点是在一个开关周期内实现对输入扰动的抑制,这种特性使得它在功率变换器这种输入扰动非常多的系统中得到了广泛应用。目前对这种非线性控制的功率变换器中的非线性动力学行为研究较少,由于非线性控制和线性控制有着本质的不同,所以非线性控制的变换器也会表现出和线性控制变换器不同的非线性现象,研究这些现象对于理论的完备有重要意义,对实际电路的设计有重要的指导作用。

1.1.1 矩阵 A , B 和 C 由变换器拓扑结构确定

$A \in \mathbb{R}^{n \times n}$; y 表示反馈信号, $B \in \mathbb{R}^n$, v_s 表示电源, $C \in \mathbb{R}^{1 \times n}$

对于非线性系统,通常采用平均模型来描述其动态特性。在平均模型中,开关器件的导通和关断状态被等效为连续的时间平均状态。这种等效模型的优点是大大简化了系统的数学描述,使得系统的分析和设计变得更加容易。然而,平均模型也存在一些局限性,例如,它无法描述系统的瞬态响应和某些非线性现象。因此,在实际应用中,常常需要将平均模型与瞬态模型结合起来使用,以获得更准确的系统描述。此外,对于某些复杂的非线性系统,还可以采用其他建模方法,如描述函数法、谐波平衡法等,来进一步分析和设计系统。

为了求得映射模型,考虑在 t_n 和 t_{n+1} 之间状态的变化。在 t_n 时刻,系统处于某个状态,经过一个开关周期后,在 t_{n+1} 时刻,系统进入下一个状态。这种状态的变化可以通过映射模型来描述,即 $x_{n+1} = f(x_n, u_n)$,其中 x_n 是 t_n 时刻的状态, u_n 是 t_n 时刻的输入, f 是映射函数。

在映射模型中,系统的状态变量通常被定义为电感电流和电容电压。对于 Buck 变换器,状态变量可以表示为 $x = [i_L, v_C]^T$,其中 i_L 是电感电流, v_C 是电容电压。系统的输入 u 通常表示为占空比 D 。映射函数 f 的具体形式取决于变换器的拓扑结构和控制策略。对于 Buck 变换器,映射函数可以表示为 $f(x, D) = [D v_C, (1-D) v_C + R i_L]^T$,其中 R 是电感电阻。通过映射模型,可以分析系统的稳定性和动态特性,并设计相应的控制器。

2 单周期控制 Buck 和 Boost 变换器中的非线性现象

2.1 引言

单周期控制是 20 世纪 80 年代提出的一种电力电子变换器的非线性控制方法^[112]。单周期控制的理论基础是变换器在稳定工作时, 每个状态变量的平均值都有固定的值, 这样可以对所选取的状态变量进行积分, 然后和设定值进行比较, 从而实现对变换器的正确控制。单周期控制的优点是没有稳态误差和动态跟踪误差, 电路实现也比较简单, 能够在一个开关周期内消除输入扰动。因此在二十多年间这种方法得到了广泛应用。

单周期控制的 Buck 和 Boost 变换器是两种基本的变换器, 对这两种变换器的非线性现象进行分析, 有助于理解变换器的工作过程, 可以有效地确定电路参数范围。本章将借助采样数据模型, 对这两种变换器的非线性现象进行分析。并对单周期控制 Boost 变换器中的 Hopf 分岔进行控制, 从而消除分岔, 达到稳定变换器的目的。在进行分岔控制的研究中, 采用的是变换器的平均模型。本章对采样数据模型和平均模型进行了简要对比。

2.2 功率变换器中的 Filippov 方法

常见的功率变换器是典型的分段光滑系统, 对于这样的系统, 目前分析非线性现象时经常采用离散映射模型 (即采样数据模型), 然后通过离散映射模型求系统的不动点, 并求出在不动点处的 Jacobian 矩阵, 再通过 Jacobian 矩阵的特征根变化情况, 判断电路发生分岔的类型。在求取 Jacobian 矩阵时, 传统的方法要通过变换器主电路和控制电路的离散映射模型, 应用隐函数导数定理来求 Jacobian 矩阵。对于变换器这种分段光滑系统来说, Filippov 方法是一种求取 Jacobian 矩阵比较简洁的方法。本节

先对这种方法进行介绍和分析。

2.2.1 传统的推导 Jacobian 矩阵的方法

功率变换器由主电路和控制电路组成,如图 2.1 所示。这里以电感电流连续模式为例进行说明。在一个开关周期中,主电路有两个状态,分别表示为 S_1 和 S_2 ,每个状态的方程描述如图中所示; x 表示变换器状态变量, $x \in \mathbf{R}^N$; 矩阵 A_i , B_i 和 E_i 由变换器拓扑结构决定, $A_i \in \mathbf{R}^{N \times N}$, $B_i \in \mathbf{R}^{N \times 1}$, $E_i \in \mathbf{R}^{1 \times N}$; y 表示反馈信号, $D \in \mathbf{R}$, v_s 表示电源, v_r 表示参考电压。

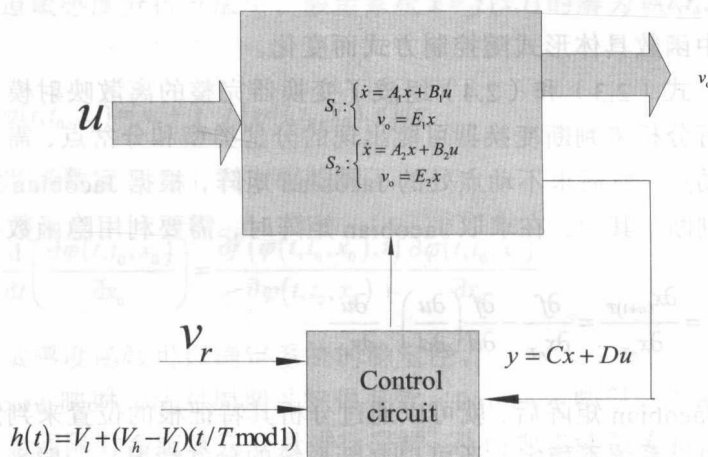


图 2.1 功率变换器框图

Fig. 2.1 The block diagram of power converters

为了求得映射模型,考虑在 $nT \sim (n+1)T$ 区间状态的演化。在 $nT \sim (nT+dT)$ 区间,变换器由图中 S_1 所代表的方程组描述,而在 $nT+dT$ 时刻,由于控制电路的作用,使得开关器件的状态进行切换,所以在 $(nT+dT) \sim (n+1)T$ 区间,变换器由图中 S_2 所代表的方程组描述。分析主电路得到,在 $nT+dT$ 时刻的状态变量

$$x_{dT+nT} = e^{A_1 dT} x_{nT} + \int_0^{dT} e^{A_1 (dT-\sigma)} d\sigma B_1 u \quad (2.1)$$

在 $(n+1)T$ 时刻的状态变量

$$x_{(n+1)T} = e^{A_2 (1-d)T} x_{dT+nT} + \int_{dT}^T e^{A_2 (T-\sigma)} d\sigma B_2 u \quad (2.2)$$

把式(2.2)代入式(2.1)就可以得到从 nT 时刻到 $(n+1)T$ 时刻状态变量的映射模型

$$\begin{aligned} x_{(n+1)T} &= f(x_{nT}, d) \\ &= e^{A_2(1-d)T} \left(e^{A_1 d T} x_{nT} + \int_0^{dT} e^{A_1(dT-\sigma)} d\sigma B_1 u \right) + \int_{dT}^T e^{A_2(T-\sigma)} d\sigma B_2 u \end{aligned} \quad (2.3)$$

控制电路决定了占空比 d 的取值,可以得到

$$u(x_{nT}, d, v_r, h, u) = 0 \quad (2.4)$$

公式中函数具体形式随控制方式而变化。

这样,式(2.3)和(2.4)组成了变换器完整的离散映射模型。对这个模型进行分析来判断变换器可能出现的分岔类型和分岔点,需要先确定系统的不动点,然后求不动点处的 Jacobian 矩阵,根据 Jacobian 矩阵的特征根进行判断。其中,在求取 Jacobian 矩阵时,需要利用隐函数导数定理

$$J = \frac{\partial x_{(n+1)T}}{\partial x_{nT}} = \frac{\partial f}{\partial x_{nT}} - \frac{\partial f}{\partial d} \left(\frac{\partial u}{\partial d} \right)^{-1} \frac{\partial u}{\partial x_{nT}} \quad (2.5)$$

求出 Jacobian 矩阵后,就可以通过分析其特征根的位置来判定系统是否稳定,如果系统不稳定,还可以判断系统的分岔情况。一般来说,当电路中某个参数变换时,要研究特征根的轨迹变化情况,有这样的判断准则:

(1) 如果所有特征根都位于单位圆内,那么系统稳定;

(2) 如果当参数变化时,有一对共轭特征根移出单位圆,而其他特征根位于单位圆内,那么系统表现出 Neimark-Sacker 分岔 (Hopf 分岔);

(3) 如果当参数变化时,有一个特征根沿负实轴移出单位圆,而其他特征根位于单位圆内,那么系统表现出倍周期分岔;

(4) 如果当参数变化时,有一个特征根沿负实轴移出单位圆,同时有一对共轭特征根移出单位圆,而其他特征根位于单位圆内,那么系统表现出倍周期分岔和 Neimark-Sacker 分岔 (Hopf 分岔) 共存现象;

(5) 如果当参数变化时,有一些特征根跳移出单位圆,而其他特征根位于单位圆内,那么系统表现出边界碰撞分岔这样的非标准分岔。

传统的求取 Jacobian 矩阵的过程稍显麻烦,其实对功率变换器来说, Filippov 方法是一种简洁的方法,而且可以借助图形方便地理解其意义。