

科学的航程丛书

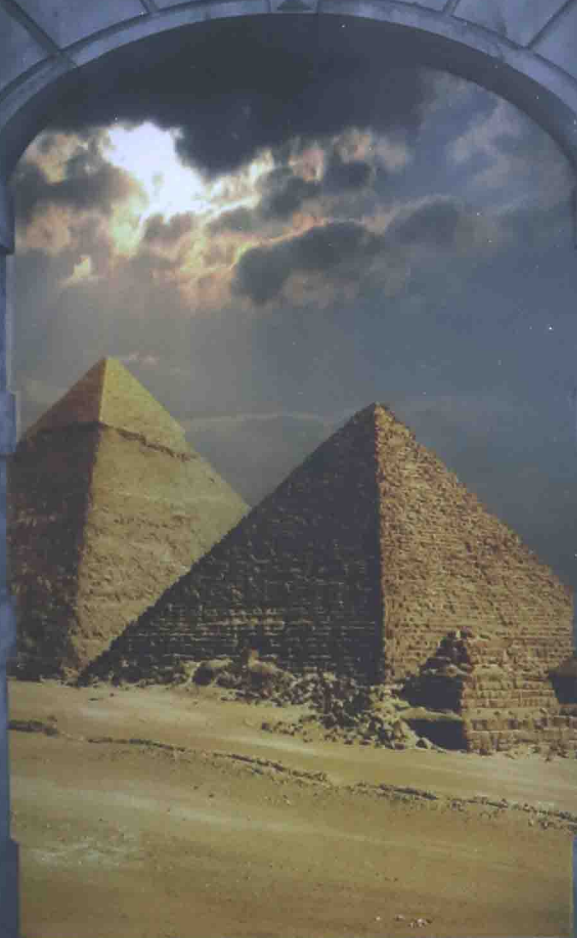
“十二五”国家重点图书出版规划项目

大放异彩的数学

Mathematics Illuminated

主编 张戟

打开一扇神秘的门，沿着科学家的足迹，我们去思考世界，
思考我们或许从来没有思考过的一切。



山东科学技术出版社
www.lkj.com.cn

知识
视界

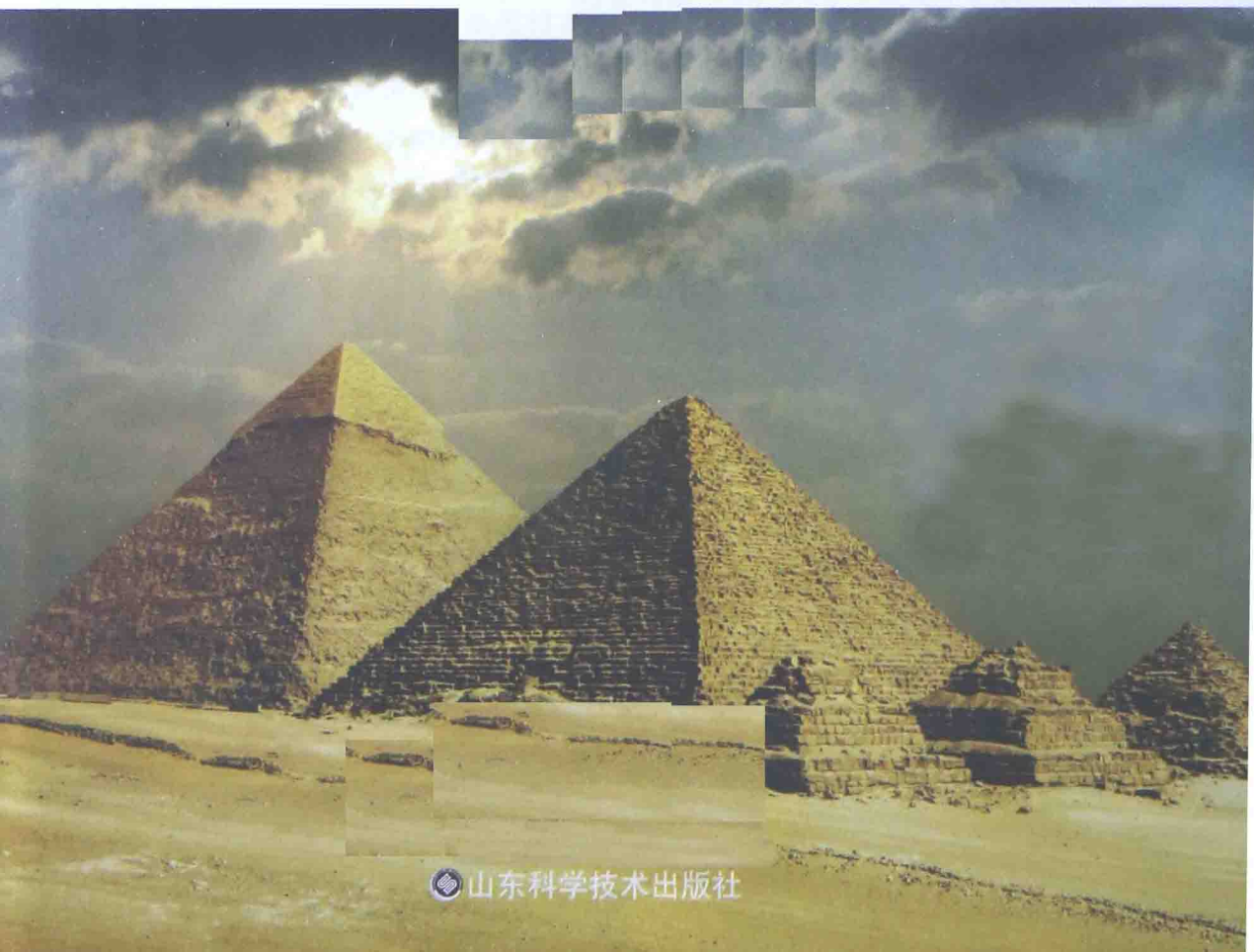
科学的航程丛书

“十二五”国家重点图书

大放异彩的数学

主 编 张 戟
副主编 王云峰 姜丽勇
编 委 (以姓氏笔画为序)

王 伟	王 巍	巴 雯	冯 熔
刘 棚	杨 岚	官 艳	胡金钰
唐 静	曹雪艳	谢 瑾	戴 欣
魏曼华			



图书在版编目 (CIP) 数据

大放异彩的数学 / 张戟主编. — 济南: 山东科学技术出版社, 2015

(科学的航程丛书)

ISBN 978-7-5331-7649-5

I. ①大… II. ①张… III. ①数学—普及读物
IV. ①O1-49

中国版本图书馆CIP数据核字 (2014) 第292323号



科学的航程丛书

大放异彩的数学

主编 张戟

出版者: 山东科学技术出版社

地址: 济南市玉函路16号

邮编: 250002 电话: (0531) 82098088

网址: www.lkj.com.cn

电子邮件: sdkjcbbs@126.com

发行者: 山东科学技术出版社

地址: 济南市玉函路16号

邮编: 250002 电话: (0531) 82098071

印刷者: 山东临沂新华印刷物流集团有限责任公司

地址: 山东省临沂市高新技术产业开发区新华路

邮编: 276017 电话: (0539) 2925659

开本: 787mm × 1092mm 1/16

印张: 16.5

版次: 2015年5月第1版第1次印刷

ISBN 978-7-5331-7649-5

定价: 36.00元

P前言

REFACE

今天的我们生活在一个经济全球化、科技突飞猛进、城市日新月异的时代，我们的先辈无论如何也难以想象，在几百年的时间内，我们生存的家園、我们的地球，还有我们的信念发生了如此天翻地覆的变化。我们可以看见遥远的宇宙深处，可以探索深不可测的海底世界。在我们头顶，各国的科学家竟然在太空中建立了一个大家庭。而关于我们自身，科学家们也已经给出了他们的答案。

我们对世界的认知似乎越来越多，越来越科学，我们甚至凭借这种认知改变了世界，推动了社会文明的进步。我们的生活越来越便利，城市越来越繁荣。但是，我们的思想却在这种迅速的改变中，陷入了过去、现在、未来相互冲击的困境：前进的路途中我们丢掉了些什么？新的改变究竟会将我们带向何方？我们的未来是否一帆风顺、前途光明？

我们所见所闻所知的，都是对的吗？对与错究竟该怎么判断？作为沧海一粟，一个人可以改变人类社会的历史进程吗？人类可以改变地球和自己的命运吗？那么，宇宙的命运呢？

太多的问题，即便是最博学的科学家也难以回答。

那么，我们该做些什么呢，在我们有限的生命当中？如果说有答案，那就是学习、探索，直至实践。学习我们可以学习的知识，了解世界更深处的秘密，无论那是关于过去的还是现在的，是关于宇宙的还是地球的，是关于数学的还是物理的，是关于他国的还是本国的。任何时候，了解更多总会更有希望。如果我们曾经因为一场考试而紧张不安，因为一句无知的话语而无比尴尬，那么，试着放任自己的好奇心去探索学习吧！就在这里。

在这里，我们将看到世界上最卓越的想象力和最非凡的创造力。英国BBC、美国Discovery探索频道、澳大利亚Classroom Video、德国Deutsche Welle、加拿大Distribution Access，这些已经在科技与教育这条路上走了很久的创造者们，将最丰盛的精神文化大餐带给了整个人类社会，而武汉缘来文化传播有限责任公司作为一个文化传播者，则将它们悉数奉上，带到了我们面前。作为中国地区最大的海外教育类节目供应商，武汉缘来文化传播有限责任公司不仅引进了大量海外优秀科教影片，创建了网络知识平台，还和众多的图书馆合作，打造了中国的视频图书馆，将世界上最优秀文化制造者的智慧结晶带给了同样渴望求知、渴望成长的中国人。

虽然光影只是一刹那，但科学和智慧却能永恒。今天，我们将这刹那光影定格，把代表国外顶尖科学水平的视频资源凝成书籍，让思想沉淀，让科技与文化的传播走得更远，让我们有更多的时间去思考所观察到的一切，思考所面对的或者即将面对的现实，一起去品味那些久远的故事，一起去探索那些神秘的未知。我们将发现，原来智慧和思想一直都存在于我们生活的世界，只有我们思考，它才会显现。因为了解，因为懂得，世界才会变得不一样，我们在这世界中的生活才会更加沉稳和自然。

我们生活的世界有很多危机，有一些危机我们已经看见，但还有一些大多数人都无法了解，有些危机甚至关乎整个人类和地球。或许，灾难就将在我们的毫无所知中慢慢降临，人类的命运该何去何从？我们可以相信科学，在任何时候，唯有科学可以给我们以答案，给我们以救赎。

在本书中，缘来文化还给读者提供了大量视频资源，扫描书中的二维码，可以感受更直观的影像，扫描封四的二维码，读者可以直接进入视频图书馆，领略一段不同寻常的视觉之路。

我们努力提供一条路径，引领大家在知识、探索和实践接受科学、运用科学，沿着科学的道路，去追溯遥远的过去，思索我们生活的这个世界，预测美好的未来。

因我们的能力所及，书中的不足之处希望读者不吝提出，在再版时加以改进。你们的支持是我们前进的动力。

深切地感谢所有为本书的出版做出辛勤努力的人们。



目录

CONTENTS

第一部分 数学轶事

自然的语言——数学的雏形 / 2

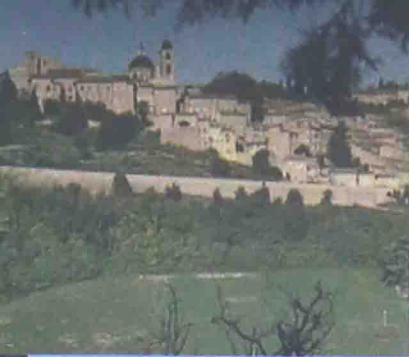
不同于动物的本能反应，人类从远近、距离等基本概念起开始思考，注意到数字的规律，用数字来理解身边的世界，慢慢地，就是这样，人们不断地挖掘身边复杂无序的世界背后潜在的规律，创造出了描述宇宙的语言，一个全新的数学世界呼之欲出。

东方数学天才——数学的发展 / 24

人类数学文明旅程的第一步始于文明古国埃及、美索不达米亚和希腊，他们创造了基本的数字符号和计算语言。随着古希腊的衰败，数学也止步不前。但这只是在当时的西方。在东方，数学正蓬勃发展。东方文化在数学上取得了丰功伟绩，改造了世界，影响了西方，孕育了现代世界，但却不广为人所知。让我们回到古代的东方，去看看数学的发展是怎样的，去重温那些古老的故事。

数学空间的拓展 / 42

笛卡尔在几何和数学关联性上的洞察力让他成为数学史的改写者，但是黎曼指出数学有多重空间，欧氏平面空间是我们存在的空间。正像文艺复兴时期的艺术家在正方形中画正方形表现立方体，建筑师在立方体中建立方体来表现四维空间中超立方体阴影。有了黎曼的理论，我们有了观察智慧世界的魔镜。但魔镜的磨合还需要一段时间，若没有经历从笛卡尔到黎曼的这段黄金时期，就没有微积分，没有量子物理，没有相对论，也就没有今天的技术。更重要的是数学拨开云雾，让我们看清世界的本来面目，一个比我们的想象更加奇妙的世界。



无穷数集和未解之谜 / 65

数学就是解决问题，但也正是那些伟大的未解之谜让数学永葆生机。1900年夏天，国际数学家大会在巴黎的索邦大学举行。希尔伯特是德国年轻的数学家，他大胆提出了数学家面临的23个最重要的数学问题，提出了20世纪数学的发展方向，并得到了认可。希尔伯特的这些问题可谓给当代数学下了定义。试图解决希尔伯特问题的，有的功成名就，有的陷入了绝望的深渊。但希尔伯特是对的，是那些未解数学之谜让数学充满生机。过去7000年成果累累，我们追寻到它们，但仍有些不理解的。希尔伯特曾说：“我们必须知道，我们必将知道。”正是这样一种精神使数学生生不息。

第二部分 明珠素数

神秘的素数 / 88

人们常说数学是一门世界性的语言。不管我们身在何处，不管我们是谁，来自何种文化、国家、性别、种族甚至是宗教，特定的数学原理始终是真理。数学对生活在地球上的人们来说始终是一门普遍的语言，在这门语言的字母表中最根本的字母叫作素数。素数有一个特性：它们只能被1和自身整除，不能进一步分解，所以人们将它称为“算术原子”。素数如此基础，如此神秘，成千上万年来一直迷惑着人类数学家们。

素数与常数的不同 / 99

2000多年来，从欧几里得到高斯再到黎曼，数学之谜——素数让无数的数学家都曾为之痴迷，也让那些举世奇才困惑不已。素数是有限的吗？有多少个素数？素数是怎么分布的？素数有何规律？虽然对素数的认识在加深，但仍有那么多未解之谜亟待破解。该谜题在大不列颠战胜纳粹德国上举足轻重，对电脑的出现也至关重要，也使原子形态——物质结构基础得以了解。今天，整个网络金融世界也因其不可破解性而赖以存在。谜题的解答定会让整个金融世界折服于其膝下。

黎曼猜想 / 104

黎曼是高斯的学生，他是素数研究的泰斗，他对素数的猜想成了数学家才能的试金石，谜题如此之难，只有足够勇敢的数学家才敢直面谜题困扰，那些卓越的数学家毕其一生也不得解，有些绝望而弃，有些未果而疯，有些抱憾自杀、绝望而去。而黎曼自己对该猜想的证明被烧，无从考证，留下永久的谜。

20世纪初的素数研究 / 112

20世纪初，素数的研究举步维艰，凭借个人的力量是难以有所成果的。于是，数学家们开始借助高科技电脑，或是跨学科合作，取得了一定的突破。但黎曼猜想仍未被撼动。素数这个谜能解吗？有人说能，有人说不能，让我们拭目以待吧。

第三部分 数学世界

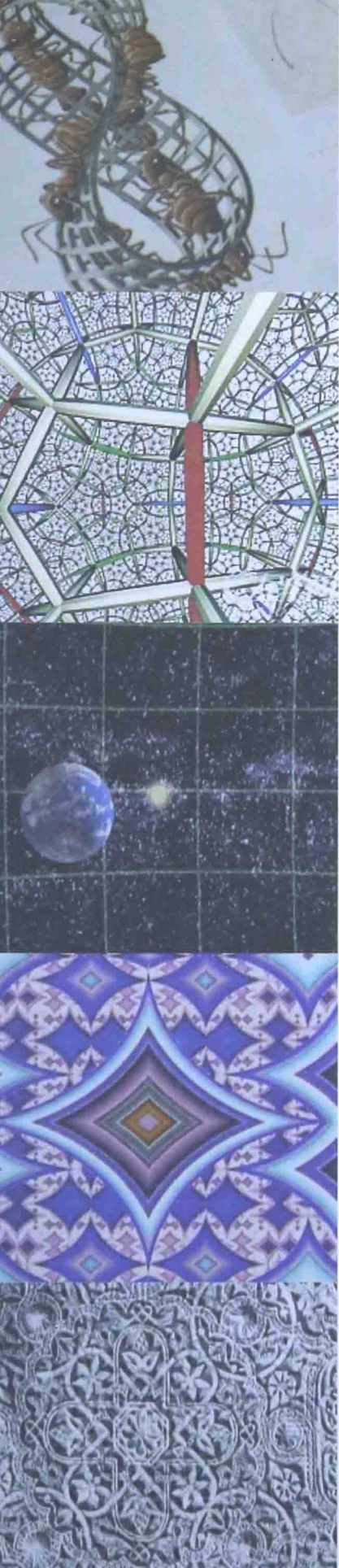
组计数 / 122

有这么多地方可去，有这么多路可以到那里。有时候选择太多了，我们怎么数那些东西，怎么合理安排它们呢？这时候，我们就要借助数学中的组合学为我们找到答案。利用德布鲁因序列，我们能够快速地找到密码，利用信息整理把我们的工作量减少到原来的十分之一。基因排序也能够利用组合数进行简化，帮助我们揭开人类基因运作方式的秘密。

无穷大有多大 / 133

无穷大是什么？它在我们大脑中吗？是真实有形的东西吗？是关于数学的，还是关于神学、宇宙学的？我们可以衡量无穷大吗？生活在19世纪交替时期的诗人威廉·布莱克写道：“一花一世界，一沙一天国，君掌盛无边，刹那含永劫。”几千年来，无穷之谜一直吸引着数学家们。





拓扑学的迂回曲折 / 144

你能想象宇宙的形状吗？如果从上面看是什么样的？从下面看又会是怎样的？或者从里面看又是怎样的？当然，我们已经在宇宙里面，而这种形状正是我们所想象的一部分。数学家们想象并发现了宇宙到微观宇宙的一切形式，包括最小的DNA链。拓扑的世界将带着你了解一切。

其他的维度 / 158

存不存在比我们所见更高的层面，一个平行宇宙，来世的事情也可以发生？多年来，艺术家、作家和电影制片人曾试图回答这个问题，他们在这个过程中创造了一些耀眼的科幻作品。但是，高维真的和我们在科幻小说中看到的一样吗？

对称之美 / 168

美无处不在，却不尽相同，但人类看待美都有一个共性，即所有美的事物都有一种平衡感，但是，那种平衡感从何而来呢？它们与代数学和几何学又有什么联系呢？

理解随意性 / 182

生活中处处充满了不确定性和不可预知性，但是概率可以为人们解决这些不确定性和不可预知性。概率不仅仅是游戏的一种工具，它更是一个广泛的领域，应该说几乎所有的研究都会涉及概率。

探讨欧几里得几何学 / 189

古希腊哲学家欧几里得，他把逻辑学中的演绎原理应用到几何学中，开辟了几何学的新领域。新的几何学为数学家解决空间结构、人脑形状和宇宙形状等问题提供了工具，也为科学探索外太空提供了可能，那么，到底什么才是欧几里得几何学的内容？在这里，你将得到答案。

博弈论 / 201

博弈论是一种在竞争的情况下制定最适宜自己的决策所采用的数学方法，博弈论在生活中随处可见。我们的直觉经常是错的，数学却是经过缜密考虑的，数学高于直觉，数学使我们可以从一件平常事中得出意义非凡的结论。

和谐的数学 / 211

光存在于广袤无穷的宇宙中，它的发射与扩散都与数学有关，有时我们称之为谐波函数分析。音乐与数学之间也有着神秘的联系，古希腊人认为，音乐是基于数学之上的，实际上音乐是当代的数学，和音为以音乐相关的谐波函数奠定了基础。

数学和网络 / 223

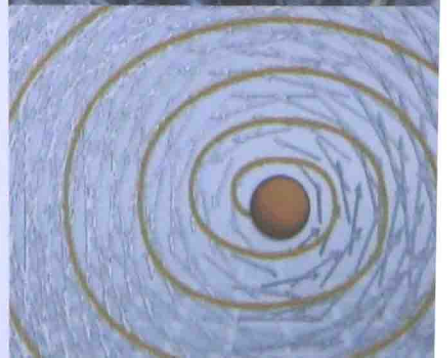
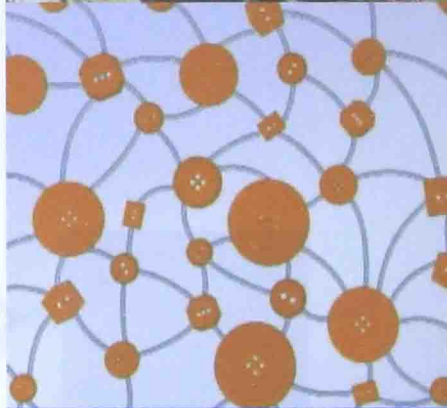
网络无处不在，人与人之间，物与物之间同样存在着网络，如人际网、交通网等等。从某种程度上来说，我们可以说世界上的一切事物都是一个巨大、美丽、复杂的网络中的一部分。这些网络有什么共性？网络理论与数学有什么联系呢？

同步概念 / 235

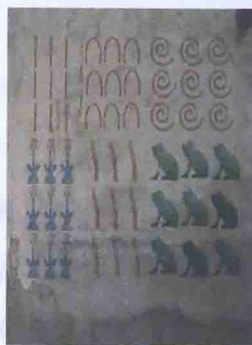
同步的出现意味着美丽与神秘，借助数学的强大力量，我们可以理解这种特质。利用微积分学，我们可以解释运动的同步行为，简单来说，微积分学让运动系统中的改变具有数学意义。著名的等式 $F = ma$ ，即力量是质量与加速度的乘积做了总结。

混乱的概念 / 245

牛顿的运动三定律在数学上描述了物体在时空中的运动是可以计算的，换句话说，牛顿展示了如何利用数学预测物体时时刻刻的运动。牛顿的发现是革命性的，是我们看待宇宙的一种全新的方式，即利用微分方程预测未来。



第一部分 数学轶事



人类数学旅程的第一步始于古埃及、美索不达米亚和古希腊，早期数学家凭借智慧和激情创造了基本数学符号和计算语言。东方世界则始终是一个被数学史遗忘的角落，尽管那些东方数学天才用数学改造了世界，却从未留下姓名。文艺复兴时期，笛卡尔、费马、欧拉、高斯、黎曼用新的数学语言打开了观察世界的新思路，引发了一场数学革命，新的世界就此开启，而1900年夏天大卫·希尔伯特提出的那23个最重要的数学问题，正激励着新一代人追寻他们的梦想。



自然的语言——数学的雏形

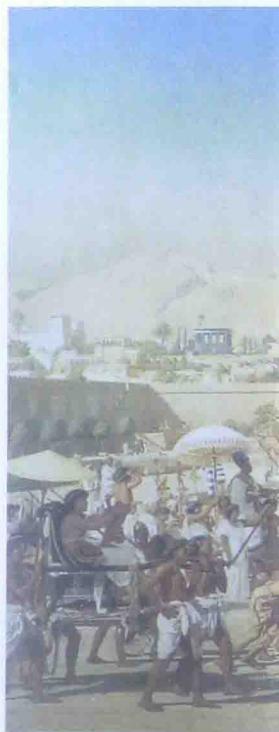
The Language of the Universe——The Rudiment of Mathematics

我们的世界蕴涵着秩序和规律，这些秩序和规律就在我们身边，日夜交替、地貌改变、世界变迁……我们曾努力地去发现身边事物的规律特征、事物与人类之间以及事物相互之间的复杂关系，我们对物质世界的好奇贯穿了整个人类历史。

经过了几千年，人们发现有一门学科超越了其他学科，它挖掘物质世界的内在旋律，用独特的形式揭示世界的本质，展现自然之美，这一学科就是数学。数学产生的原因之一就是我们需要能解释这些自然规律的方法。

我们每个人都深入了解过数学中最基本的空间概念和数量概念，甚至就连动物对距离和数字也有一定的敏感度：估计群落成员是否过多，是该攻击还是该逃跑，猎物是否在攻击的范围内。是否理解“数学”，有时对它们来说就是生与死的差别。

但是，不同于动物的本能反应，人类从这些基本概念开始思考，从而建立了数学科学。人类注意到数字的某些规律，用数字来理解身边的世界。就是这样，人们慢慢地、不断地挖掘出了身边复杂无序世界中潜在的规律，创造出了描述宇宙的语言，一个全新的数学世界呼之欲出。



让我们一起穿越时空，去寻找数学的发展轨迹，看它如何从最初不完善的雏形发展为今天成熟的学科。我们将从早期文明的萌芽中欣赏到一些璀璨夺目的发现，这些发现将帮助我们理解数学世界。

尼罗河的记忆

公元前6000年，因为尼罗河沿岸的环境适合耕种，人们舍弃游牧生活，转而在尼罗河岸边定居。几千年来，尼罗河一直是埃及的生命线，古老的埃及人居住在尼罗河边，他们信仰河神庇佑，



尼罗河

尼罗河一年一度的泛滥是埃及农业上最为重大的事件。

我们讲述此地是因为这里有数学最初的痕迹。埃及人认为河神使河流定期泛滥，为了回报生命之水，埃及人回赠



古埃及 Edward Poynter (1836-1919)

收获的一部分作为感谢。在日常的生活和生产中，他们往往要记录一段时间内发生的事情，这就需要记录和计数，例如在两个农历时段之间，或者尼罗河两次泛滥之间的天数。

埃及人的度量单位和计数规则

在古老的埃及，数学的发展与政权的需要有密不可分的关系，随着居民的增多，统治者认为有必要找到管理的方法，他们决定测量出土地面积，然后根据产量征税和审核。如此一来，政府必须知道农民的土地面积才能相应进行征税，或者当尼罗河吞没了农民的部分土地时，他们可以要求减免税款。因此，人们迫切地需要测量和计算的方法。

埃及人利用身体的部位来测量世界，这也是他们的计量单位的由来。埃及人主要的计量单位是腕尺和掌尺。腕

尺是自肘到中指尖的长度，约为0.524米，在象形文字中用前臂和手表示，读作迈赫。腕尺又被分成7掌或28指，每掌等于4指。腕尺乘以100的积叫作哈特，是丈量土地的基本单位。这一长度的平方，即10000平方腕尺就是一个耕地面积的单位。在规定了计量单位后，法老的土地测量员还需要经常测量一些不规则土地的面积，要解决这种实际问题，需要一些数学创新者的出现。

埃及人需要借助象形文字来记录测量结果。开罗的旅游纪念品上也刻有许多象形文字。让我们来了解一下那些记有历史上最早数字的纪念品：埃及人采用十进制是受手上10根手指的启发。

“1”就是一条竖，“10”就像脚跟骨，“100”是卷曲的绳子形，“1000”呈荷花状。

埃及人的计量单位



埃及人的数位表达





古埃及人对数字“999999”的表达法（从左至右，从上至下，符号分别表示1，10，…，100000）

“嗯，这件T恤多少钱？”

“25英镑。”

“‘25’也就是2根脚跟骨和5条竖。那照这上面的这个‘’你怎么收钱？”

“这是一百万。”

“一百万？天哪！”

“一百万，这可是个大数字。”

象形文字很漂亮，但埃及数制却极

其不易理解，它们没有位值，一条竖就只代表单位“1”，而不能是“100”或“1000”。虽然可以用一个数字表示一百万，不像我们需要7位数字表示。但如果是写“999999”，可怜的古埃及人就得画9条竖、9根脚跟骨、9条曲线等，总共54个图形。

莱因德数学纸莎草纸和分数

虽然埃及人的数制不怎么先进，但他们是解决问题的高手，这一点可以从遗留下来的记录知道。埃及的抄写员使用纸莎草纸来记录数学上的发现。这种脆弱的草质纸随着时间的流逝而腐朽，上面的很多秘密也随之消失了。不过幸好还遗存下一个稿件，那就是莱因德数学纸莎草纸。

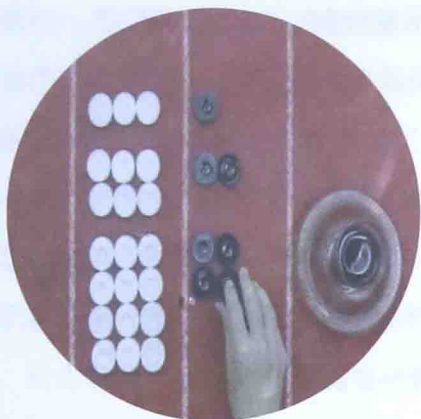
莱因德数学纸莎草纸文稿是我们今天所拥有的最珍贵的草稿。我们可以从中看出埃及人乐于钻研哪种类型的问题，同样也可以清楚地

看出怎样进行乘法和除法运算。

纸莎草纸文稿显示了怎样将两个比较大的数字相乘。为了更好地阐述这种方法，我们用两

古埃及的纸莎草纸





埃及人的计算方法

个比较小的数字来举例：3乘6。抄写员把“3”放在一栏中，在另一栏中放“1”，然后将每一行数字扩大一倍，“3”变成“6”，“6”变成“12”，在第二栏中“1”变成“2”，“2”变成“4”。抄写员将第二栏中的“2”的幂相加，即“2加4等于6”，然后回到第一栏，将与“2”和“4”相对应的行“6”和“12”相加，得到答案“18”。抄写员书写的高效性让人们惊讶。

埃及人在当时已经发现二进制的作用，而数学家兼哲学家的莱布尼茨直到3000年后才发挥其潜能。今天，整个技术世界存在的基础在古埃及早就被使用过了。

莱因德纸莎草纸稿留有抄写员在公元前1650年抄写的《阿摩斯手卷》，还

有一些日常生活中的问题及解决方法。很多问题都涉及面包和酒，这毫不奇怪，因为埃及工人的报酬就是食物和酒。其中的一个问题是怎样将9块面包平均分给10个人而不引起争议。

我们当然可以让9个人各自拿出自己的 $\frac{1}{10}$ 分给第十个人，但埃及人的办法更经典：9块面包，拿出5块，都将其切成两半。将剩下的4块都切成3小块，并将其中的2个 $\frac{1}{3}$ 块都切成5小块，即原来大块的 $\frac{1}{15}$ 。每个人都可以分得 $\frac{1}{2}$ 块、 $\frac{1}{3}$ 块、 $\frac{1}{15}$ 块。从这个实际问题中，人们抽象出新的数字，埃及人开始研究分数。

分数对市场数量分配平分问题很有实际意义。出于记账的需要，埃及人发明了表示这些新数的符号。分数的最早符号之一来自于神秘的象形文字。

在埃及，有一个自古流传至今的符号，也是古埃及文化中最令人印象深刻

9块面包平均分给10个人





荷鲁斯之眼



补全的荷鲁斯之眼

的符号之一，它就是“荷鲁斯之眼”，代表着神明的庇佑与至高无上的君权，古埃及人也相信其在人们的重生复活时能够发挥作用。

荷鲁斯是古老王国的神，据说是半人半鹰。传说荷鲁斯的父亲被他的另一个儿子赛特所杀，荷鲁斯决定为其父报仇。在一次激烈的战役中，赛特掏出了荷鲁斯的眼睛，将其捣碎，撒在埃及。

上帝很欣赏荷鲁斯，他将碎片拾起并重新粘在一起。眼睛的每一部分代表一个不同的分数，且是前一个分数的一半。原来的眼睛代表单位1，拼合的眼睛少了 $1/64$ 。

埃及人还差 $1/64$ 就停止了，有一张图中可能增补上了：每次将上一个分数分成两半，这些分数的和越来越接近单位1，无止境地接近。这是第一次出现几

何等级，而这记录在了莱因德纸莎草文稿中。但是无穷级数概念并没出现，直到几个世纪后亚洲发现了它。

π 值和圆的面积

埃及人制定出了新的数制，将分数包括在内，现在是时候将这些知识用来理解日常生活中的常见图形了，这些图形很少是规则的正方形或矩形。在莱因德纸莎草纸文稿上，我们发现了更规则的图形——圆。

令人吃惊的是埃及人计算圆的面积的准确性。他们是怎样找到这种方法的？现在仍然是个谜，因为我们所持有的稿件没有告诉我们方法以及发现过程。这种计算方法的惊人之处在于怎样通过所知的图形计算出圆形。莱因德纸莎草稿证明直径为“9”的圆形田地其面积接近于边长为“8”的正方形的土地面