

九章算術

九章算術

劉徽注
李淳風注

王雲五主編

叢書集成初編

九章算術

中華民國二十五年十二月初版

注 者

劉

徽

注 釋 者

李

淳

風

發 行 人

王

雲

五

印 刷 所

商

務

印 書 館

發 行 所

商

務

印 書 館

上海及
各埠

上海
河南路

上海
河南路

叢書集成

編



者
五

編
雲

主
王

商務印書館發行

九章算術

本館據聚珍版叢
書本排印初編各
叢書僅有此本

九章算術

提要

臣等謹案九章算術九卷。蓋周禮保氏之遺法。不知何人所傳。永樂大典引古今事通曰。王孝通言周公制禮有九章之名。其理幽而微。其形祕而約。張蒼刪補殘缺。校其條目。頗與古術不同。云云。今考書有長安上林之名。上林苑在武帝時。蒼在漢初。何緣預載。知述是書者。在西漢中葉後矣。舊本有注。題曰劉徽所作。考晉書稱魏景元四年。劉徽注九章。然注中所云。晉武庫銅斛。則徽入晉之後。又有增損矣。又有注釋。題曰李淳風所作。考唐書稱淳風等奉詔注九章算術。爲算經十書之首。國子監置算學生三十人。習九章及海島算經。共限三歲。蓋卽是時作也。北宋以來。其術罕傳。自沈括夢溪筆談以外。士大夫少留意者。書遂幾於散佚。洎南宋慶元中。鮑澣之始得其本於楊忠輔家。因傳寫以入祕閣。然流傳不廣。至明又亡。故二三百年來。算術之家。未有得睹其全者。惟分載於永樂大典者。依類裒輯。尙九篇具在。考鮑澣之後序。稱唐以來所傳舊圖。至宋已亡。又稱盈不足方程之篇。咸缺淳風注文。今校其所言。一一悉合。知卽慶元之舊本。蓋顯於唐。晦於宋。亡於明。而幸逢聖代表章之盛。復完於今。其隱其見。若有數默存於其間。

非偶然矣。謹排纂成編，併考訂訛異，各付案語於下方。其注中指狀表目，如朱實、青實、黃實之類，皆就圖中所列而言。圖既不存，則其注猝不易曉。今推尋注意，爲之補圖，以成完帙。算數莫古於九數，九數莫古於是書。雖新法屢更，愈推愈密，而窮源探本，要百變不離其宗。錄而傳之，固今古算學之弁冕矣。

劉徽九章算術注原序

昔在庖犧氏始畫八卦。以通神明之德。以類萬物之情。作九九之數。以合六爻之變。暨於黃帝。神而化之。引而伸之。於是建歷紀。協律呂。用稽道原。然後兩儀四象。精微之氣。可得而效焉。記稱隸首作數。其詳未之聞也。按周公制禮。而有九數。九數之流。則九章是矣。往者暴秦焚書。經術散壞。自時厥後。漢北平侯張蒼。大司農中丞耿壽昌。皆以善算命世。蒼等因舊文之遺殘。各稱刪補。故校其目。則與古或異。而所論者多近語也。徽幼習九章。長再詳覽。觀陰陽之割裂。總算術之根源。探蹟之暇。遂悟其意。是以敢竭頑魯。采其所見。爲之作注。事類相推。各有攸歸。故枝條雖分。而同本幹者。知發其一端而已。又所析理以辭。解體用圖。庶亦約而能周。通而不黷。覽之者思過半矣。且算在六藝。古者以賓興賢能。教習國子。雖曰九數。其能窮纖入微。探測無方。至於以法相傳。亦猶規矩度量。可得而共。非特難爲也。當今好之者寡。故世雖多通才達學。而未必能綜於此耳。周官大司徒職。夏至日中立八尺之表。其景尺有五寸。謂之地中。說云南戴日下萬五千里。夫云爾者。以術推之。案九章立四表望遠。及因木望山之術。皆端旁互見。無有超邈若斯之類。然則蒼等爲術。猶未足以博盡羣數也。徽尋九數。有重差之名。原其指趣。乃所以施於此也。凡望極高。測絕深。而兼知其遠者。必用重差。句股則必以重差爲率。故曰重差也。立兩表於洛陽之城。令高八

尺。南北各盡平地。同日度其正中之時。以景差爲法。表高乘表間爲實。如法而一。所得加表高。卽日去地也。以南表之景乘表間爲實。實如法而一。卽爲從南表至南戴日下也。以南戴日下及日去地爲句股。爲之求弦。卽日去人也。以徑寸之筭。南望日。日滿筭空。則定筭之長短以爲股率。以筭徑爲句率。日去人之數爲大股。大股之句。卽日徑也。雖夫圓穹之象。猶曰可度。又況泰山之高與江海之廣哉。徽以爲今之史籍。且略舉天地之物。考論厥數。載之於志。以闡世術之美。輒造重差并爲注解。以究古人之意。綴於句股之下。度高者重表。測深者累矩。孤離者三望。離而又旁求者四望。觸類而長之。則雖幽遐詭伏。靡所不入。博物君子。詳而覽焉。晉劉徽序。

九章算術目錄

卷一

方田

卷二

粟米

卷三

衰分

卷四

少廣

卷五

商功

九章算術 目錄

卷六

均輸

卷七

盈朒

卷八

方程

卷九

勾股

附錄

九章算術音義

九章算術卷一

晉 唐 李 淳 風 劉 徽 注 釋

方田以御田疇界域

今有田廣十五步從十六步問爲田幾何答曰一畝

又有田廣十二步從十四步問爲田幾何答曰一百六十八步

方田術曰廣從步數相乘得積步

此積爲田畧凡廣從相乘謂之畧

淳風等按經云廣從相乘得積步注云廣從相乘謂之畧觀斯注意積畧義同以理推之固當不爾何則畧是方面單布之名積乃衆數聚居之稱循名責實二者全殊雖欲同之竊恐不可今以凡言畧者據廣從之一方其言積者舉衆步之都數經云相乘得積步卽是都數之明文注云謂之爲畧全乖積步之本意此注前云積爲田畧於理得通復云謂之爲畧繁而不當今者注釋存善去非略爲科簡遺諸後學

以畝法二百四十步除之卽畝數百畝爲一頃

淳風等按此爲篇端故特舉頃畝二法餘數不復言者從此可知一畝之田廣十五步從而疏之令爲十五行則每行廣一步而從十六步又橫而截之令爲十六行則每行廣一步而從十五步此卽從疏橫截之步各自爲方凡有二百四十步一畝之地步數正同以此言之則廣從相乘得積步驗矣二百四十步者畝法也百畝者頃法也故以除之卽得

今有田廣一里從一里問爲田幾何答曰三頃七十五畝

又有田廣二里從三里問爲田幾何答曰二十二頃五十畝

里田術曰廣從里數相乘得積里以三百七十五乘之卽畝數

按此術廣從里數相乘得積里方里之中有三頃七十五畝故以乘之卽得畝數也

今有十八分之十二問約之得幾何答曰三分之二

又有九十一分之四十九問約之得幾何答曰十三分之七

約分

按約分者物之數量不可悉全必以分言之分之爲數繁則難用設有四分之二者繁而言之亦可爲八分之四約而言之則二分之一也雖則異辭至於爲數亦同歸爾法實相推動有參差故爲術者先治諸分

術曰可半者半之不可半者副置分母子之數以少減多更相減損求其等也以等數約之

等數約之。卽除也。其所以相減者。皆等數之重疊。故以等數約之。

今有三分之一。五分之二。問合之得幾何。答曰。十五分之十一。

又有三分之二。二七分之四。九分之五。問合之得幾何。答曰。得一六十三分之五十。

又有二分之一。三分之一。二四分之三。五分之四。問合之得幾何。答曰。得二六十分之四十三。

合分

淳風等按。合分。知數非一端。分無定準。諸分子雜互。羣母參差。麤細旣殊。理難從一。故齊其衆分。同其羣母。令可相併。故曰合分。

術曰。母互乘子。并以爲實。母相乘爲法。

母互乘子。約而言之者。其分麤繁而言之者。其分細。雖則麤細有殊。然其實一也。衆雖錯雜。非細不會。乘而散之。所以通之。通之則可并也。凡母互乘子。謂之齊。羣母相乘。謂之同。同者相與通同。共一母也。齊者子與母齊。勢不可失本數也。方以類聚。物以羣分。數同類者無遠。數異類者無近。遠而通體。知雖異位。而相從也。近而殊形。知雖同列。而相違也。然則齊同之術。要矣。錯綜度數。動之斯諧。其猶佩觿解結。無往而不理焉。乘以散之。約以聚之。齊同以通之。此其算之綱紀乎。其一術者。可令母除爲率。率乘子爲齊。

實如法而一。不滿法者。以法命之。

今欲求其實。故齊其子。又同其母。令如母而一。其餘以等數約之。卽得知。所謂同法爲母。實餘爲子。皆從此例。

其母同者。直相從之。

今有九分之八。減其五分之一。問餘幾何。答曰。四十五分之三十一。

又有四分之三。減其三分之一。問餘幾何。答曰。十二分之五。

減分

淳風等按。諸分子母數各不同。欲知餘幾。減餘爲實。故曰減分。

術曰。母互乘子。以少減多。餘爲實。母相乘爲法。實如法而一。

母互乘子者。知以齊其子也。以少減多者。知齊故可相減也。母相乘爲法者。同其母也。母同子齊。故如母而一。卽得。

今有八分之五。二十五分之十六。問孰多。多幾何。答曰。二十五分之十六多。多二百分之三。

又有九分之八。七分之六。問孰多。多幾何。答曰。九分之八多。多六十三分之二。

又有二十一分之八。五十分之十七。問孰多。多幾何。答曰。二十一分之八多。多一千五十分之四十三。

課分

淳風等按。分各異名。理不齊一。較其相近之數。故曰課分也。

術曰母互乘子以少減多餘爲實母相乘爲法實如法而一卽相多也

淳風等按此術母互乘子以少分減多分與減分義同惟相多之數意與減分有異減分知其餘數有幾課分知其餘數相多也

今有三分之一三分之一二四分之一三問減多益少各幾何而平答曰減四分之三者二三分之二者一并以益三分之一而各平於十二分之七

又有二分之一三分之一二四分之一三問減多益少各幾何而平答曰減三分之二者一四分之三者四并以益二分之一而各平於三十六分之二十三

平分

淳風等按平分知諸分參差欲令齊等減彼之多增此之少故曰平分也

術曰母互乘子

齊其子也

副并爲平實

淳風等按母互乘子副并爲平實知定此平實主限衆子所當損益知限爲平

案此注有舛誤據首問第二數母三第三數母四互乘第

一數子一得十二第一數母三第三數母四互乘第二數子二得二十四第一第二數母各三互乘第三數子三得二十七并之共六十三爲平實母三三相乘又與四乘得三十六爲法列數凡三卽以三乘十二得三十六乘二十四得七十二乘二十七得八十一爲

列實亦以三乘法三十六得一百八平實六十三減列實三十六少二十七減七十二餘九減八十一餘十八爲二而二十七爲三平實六十三爲七法一百八爲十二命爲十二分之七設以十二作三數三分之一則四也三分之二則八也四分之三則九也定平實七立限八減一九減二皆七所減之一二益於四亦七損多益少適如其限宜云定此平實立限如限爲平立訛作主如訛作知遂不可通

母相乘爲法

母相乘爲法知亦齊其子又同其母

以列數乘未并者各自爲列實亦以列數乘法

此當副并列數爲平實若然則重有分故反以列數乘同齊

淳風等按問云所平之分多少不定或三或二列位無常平三知置位三重平二知置位二重凡此之例一準平分不可豫定多少故直云列數而已

以平實減列實餘約之爲所減并所減以益於少以法命平實各得其平

今有七人分八錢三分錢之一問人得幾何答曰人得一錢二十一分錢之四

又有三人三分人之一分六錢三分錢之一四分錢之三問人得幾何答曰人得二錢八分錢之一

經分

淳風等按經分者自合分已下皆與諸分相齊此乃直求一人之分以人數分所分故曰經分也術曰以人數爲法錢數爲實實如法而一有分者通之