



注册工程师 执业资格考试 **公共基础** 考点精讲与真题详解

主 编 王 佳
副主编 陈志新

- 真题精选
- 精准考点
- 名师指导
- 考试必备



中国电力出版社
CHINA ELECTRIC POWER PRESS



注册工程师 执业资格考试 **公共基础** 考点精讲与真题详解

主 编 王 佳

副主编 陈志新

参 编 刘长河 宫瑞婷 汪长征 任艳荣 石 萍
牛润萍 刘辛国 姜 军 张 宏



中国电力出版社
CHINA ELECTRIC POWER PRESS

内 容 提 要

本书是根据全国勘察设计注册工程师管理委员会 2009 年公布的最新考试大纲,结合考试特点,组织曾多次参与注册工程师执业资格考试培训和教材编写,具有丰富专业基础知识和教学经验的专家、教授编写的。本书覆盖了注册工程师执业资格考试所要求的基础部分内容,结合历年考题,突出讲述了需掌握的考试核心内容,帮助读者全面了解考试的内容和要求。每章的例题和复习题都来自于历年的考试真题,便于读者检验自己的复习效果。

本书内容全面,难度适宜,提纲挈领,精炼实用,特别适合广大考生进行考前复习使用,是参加注册工程师执业资格考试人员的必备参考书。

图书在版编目(CIP)数据

注册工程师执业资格考试公共基础考点精讲与真题详解 / 王佳主编. —北京:中国电力出版社, 2013. 4
ISBN 978 - 7 - 5123 - 4319 - 1

I. ①注… II. ①王… III. ①建筑工程-地质勘探-资格考试-自学参考资料 IV. ①TU19

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2013) 第 075406 号

中国电力出版社出版发行

北京市东城区北京站西街 19 号 100005 <http://www.cepp.sgcc.com.cn>

责任编辑:杨淑玲 责任印制:蔺义舟 责任校对:常燕昆

北京雁林吉兆印刷有限公司印刷·各地新华书店经售

2013 年 6 月第 1 版·第 1 次印刷

787mm×1092mm 1/16·31 印张·759 千字

定价:69.80 元

敬告读者

本书封底贴有防伪标签,刮开涂层可查询真伪

本书如有印装质量问题,我社发行部负责退换

版权专有 翻印必究

编写人员名单

主 编 王 佳

副主编 陈志新

参 编 (以编写章节为序)

刘长河 宫瑞婷 汪长征 任艳荣
石 萍 牛润萍 刘辛国 姜 军
张 宏

各章编写人员名单如下:

第1章	数学	刘长河		
第2章	物理学	宫瑞婷		
第3章	化学	汪长征		
第4章	理论力学	任艳荣		
第5章	材料力学	石 萍		
第6章	流体力学	牛润萍		
第7章	电气与信息	王 佳	刘辛国	陈志新
第8章	法律法规	姜 军		
第9章	工程经济	张 宏		

前 言

注册工程师执业资格考试是住建部和人事部从 2005 年开始组织实施的，它对加强工程设计人员的从业管理，保证工程质量，维护社会公共利益和人民生命财产安全提供了重要保障。执业资格考试由专业考试和基础考试两个部分组成，基础考试又分为公共基础（上午卷）和专业基础（下午卷）。本书是针对公共基础（上午卷）部分编写的复习参考指导书。

本书作者自 2005 年开始，一直从事注册工程师的培训工作，积累了丰富的教学经验，得到了历届培训学生的认可，具有较高的知名度和威望。参编教师也都是历年参加培训的骨干教师，经验丰富，年富力强。本书严格遵循全国勘察设计注册工程师管理委员会 2009 年 3 月公布的考试大纲，涵盖了考试大纲所要求的全部内容，但根据历年考试的重点和难点，本着抓重点、讲精髓的理念，突出讲述了考生需要掌握的核心内容，同时以历年考试真题作为例题，帮助读者全面了解考试的内容和要求，锁定高频考点，准确把握考试的重点、难点，有效直击考试命题精髓。

本书分为三大部分，共九章，完全按照新大纲的考核点设置，各章的绝大部分例题都是历年考试的真题，通过详细的讲解使读者更明确地理解考试大纲的要求，更清楚考试的重点，便于理清解题的思路，找到解题的实用方法。每章后面都附有一定数量的复习题和答案。复习题大多来自历年的考题，非常适合读者考前练习，以检验知识的掌握情况。

有计划地复习和有重点地准备是从容应对考试的法宝。本书是广大读者应试的必备教材。只要牢牢抓住考试的核心知识点，并用真题来训练自己的考试能力，同时根据自己的特点，合理地分配好时间、精力和体力，为实战做好全方位的准备，相信各位读者一定能顺利通过考试。

预祝大家考试成功！

主编

目 录

前言

第一部分 工程科学基础	1
第1章 数学	1
1.1 空间解析几何	1
1.2 微分学	9
1.3 积分学	23
1.4 无穷级数	38
1.5 常微分方程	45
1.6 线性代数	50
1.7 概率与数理统计	66
数学复习题	80
数学复习题答案及提示	88
第2章 物理学	89
2.1 热学	89
2.2 波动学	102
2.3 光学	109
物理学复习题	121
物理学复习题答案及提示	125
第3章 化学	130
3.1 物质结构与物质状态	130
3.2 分子结构	141
3.3 溶液	146
3.4 化学反应方程式、化学反应速率与化学平衡	153
3.5 氧化还原反应与电化学	166
3.6 有机化学	172
化学复习题	181
化学复习题答案及提示	183
第4章 理论力学	185
4.1 静力学	185
4.2 运动学	196
4.3 动力学	200
理论力学复习题	210
理论力学复习题答案及提示	217

第5章 材料力学	221
5.1 材料在拉伸、压缩时的力学性能	221
5.2 拉伸和压缩	222
5.3 剪切和挤压	227
5.4 扭转	230
5.5 截面几何性质	234
5.6 弯曲	238
5.7 应力状态	247
5.8 组合变形	252
5.9 压杆稳定	257
材料力学复习题	261
材料力学复习题答案及提示	269
第6章 流体力学	273
6.1 流体的主要物性与流体静力学	273
6.2 流体动力学基础	276
6.3 流动阻力和能量损失	281
6.4 孔口管嘴管道流动	285
6.5 明渠恒定流	289
6.6 渗流、井和集水廊道	292
6.7 相似原理和量纲分析	294
流体力学复习题	298
流体力学复习题答案及提示	300
第二部分 现代技术基础	302
第7章 电气与信息	302
7.1 电磁学概念	302
7.2 电路知识	306
7.3 电动机与变压器	335
7.4 信号与信息	343
7.5 模拟电子技术	347
7.6 数字电子技术	366
7.7 计算机系统	375
7.8 信息表示	378
7.9 常用操作系统	380
7.10 计算机网络	383
电气与信息复习题	387
电气与信息复习题答案及提示	399
第三部分 工程管理基础	404
第8章 法律法规	404
8.1 中华人民共和国建筑法	404

8.2	中华人民共和国安全生产法	410
8.3	中华人民共和国招标投标法	413
8.4	中华人民共和国合同法	416
8.5	中华人民共和国行政许可法	424
8.6	中华人民共和国节约能源法	427
8.7	中华人民共和国环境保护法	430
8.8	建设工程勘察设计管理条例	433
8.9	建设工程质量管理条例	435
8.10	建设工程安全生产管理条例	439
	法律法规复习题	444
	法律法规复习题答案及提示	444
第9章	工程经济	445
9.1	资金的时间价值	445
9.2	财务效益与费用估算	448
9.3	资金来源与筹资方案	452
9.4	财务分析	454
9.5	经济费用效益分析	461
9.6	不确定性分析	464
9.7	方案经济比选	466
9.8	改扩建项目经济评价特点	469
9.9	价值工程	470
	工程经济复习题	472
	工程经济复习题答案及提示	474
附录		477
附录 A	2009 年勘察设计注册工程师资格考试基础考试大纲	477
附录 B	勘察设计注册工程师资格考试公共基础试题配置说明	484
参考文献		485

第一部分 工程科学基础

第1章 数 学

1.1 空间解析几何

→ 考试大纲

向量的线性运算; 向量的数量积、向量积及混合积; 两向量垂直、平行的条件; 直线方程; 平面方程; 平面与平面、直线与直线、平面与直线之间的位置关系; 点到平面、直线的距离; 球面、母线平行于坐标轴的柱面、旋转轴为坐标轴的旋转曲面方程; 常用的二次曲面方程; 空间曲线在坐标面上的投影曲线方程。

1.1.1 向量代数

1. 向量的概念

向量 α 的模记为 $|\alpha|$, 向量 α 的单位向量记为 α^0 。

设 $\alpha = xi + yj + zk = \{x, y, z\}$, 则 $|\alpha| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, $\alpha^0 = \frac{\alpha}{|\alpha|}$ 。

方向余弦 $\{\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma\}$, 其中, α, β, γ 为向量 α 的三个方向角。

$$\alpha^0 = \{\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma\}$$

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$$

$$\cos \alpha = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, \quad \cos \beta = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, \quad \cos \gamma = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

设 $A(x_1, y_1, z_1), B(x_2, y_2, z_2)$ 是空间两点, 则 $\overrightarrow{AB} = \{x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1\}$ 。

2. 向量的运算

设向量 $\alpha = \{x_1, y_1, z_1\}$, $\beta = \{x_2, y_2, z_2\}$, $\gamma = \{x_3, y_3, z_3\}$, $\lambda \in R$ 。

(1) 向量的线性运算。

$$\alpha \pm \beta = \{x_1 \pm x_2, y_1 \pm y_2, z_1 \pm z_2\}$$

$$\lambda \alpha = \{\lambda x_1, \lambda y_1, \lambda z_1\}$$

(2) 数量积。

$$\alpha \cdot \beta = |\alpha| \cdot |\beta| \cos \varphi \quad (\text{其中 } \varphi \text{ 为 } \alpha \text{ 与 } \beta \text{ 的夹角})$$

$$\alpha \cdot \beta = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2$$

$$\cos \varphi = \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}.$$

运算律:

1) 交换律。

$$\alpha \cdot \beta = \beta \cdot \alpha.$$

2) 分配率。

$$\alpha \cdot (\beta + \gamma) = \alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma$$

3) 结合律。

$$\lambda(\alpha \cdot \beta) = (\lambda\alpha) \cdot \beta = \alpha \cdot (\lambda\beta)$$

(3) 向量积。向量积 $\alpha \times \beta$ 是一个向量, 满足

1) $|\alpha \times \beta| = |\alpha| \cdot |\beta| \sin \varphi$, 其中 φ 为 α 与 β 的夹角。

2) $(\alpha \times \beta) \perp \alpha, (\alpha \times \beta) \perp \beta$, 且 $\alpha, \beta, \alpha \times \beta$ 构成右手系。

$$\alpha \times \beta = \begin{vmatrix} i & j & k \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix} i - \begin{vmatrix} x_1 & z_1 \\ x_2 & z_2 \end{vmatrix} j + \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} k$$

运算律:

1) 反交换律。

$$\alpha \times \beta = -\beta \times \alpha$$

2) 与数乘运算的结合律。

$$\lambda(\alpha \times \beta) = (\lambda\alpha) \times \beta = \alpha \times (\lambda\beta)$$

3) 分配律。

$$\alpha \times (\beta + \gamma) = \alpha \times \beta + \alpha \times \gamma$$

(4) 混合积。

$$(\alpha, \beta, \gamma) = (\alpha \times \beta) \cdot \gamma = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix}$$

几何意义: $|(\alpha, \beta, \gamma)|$ 表示以 α, β, γ 为棱的平行六面体体积。

运算律:

1) $(\alpha, \beta, \gamma) = (\beta, \gamma, \alpha) = (\gamma, \alpha, \beta)$ 。

2) $(\alpha, \beta, \gamma) = -(\alpha, \gamma, \beta) = -(\gamma, \beta, \alpha) = -(\beta, \alpha, \gamma)$ 。

3. 向量间相互关系的判定

(1) $\alpha \perp \beta \Leftrightarrow \alpha \cdot \beta = 0 \Leftrightarrow x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2 = 0$ 。

(2) $\alpha \parallel \beta \Leftrightarrow \alpha \times \beta = 0 \Leftrightarrow \frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2}$ 。

(3) α, β, γ 共面 $\Leftrightarrow (\alpha, \beta, \gamma) = 0$ 。

【例 1-1】(2009) 已知 $\alpha = -i + 3j + k$, $\beta = i + j + tk$, $\gamma = -2i + 2j + 6k$, $\alpha \times \beta = -4i - 4k$,

则 t 等于 ()。

A. -2

B. 0

C. -1

D. 1

【解】由 $\alpha \times \beta = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & t \end{vmatrix} = (t-1)i + (t+1)j - 4k = -4i - 4k$,

可得 $t = -1$ 。

【答案】C

【例 1-2】(2010) 设 α, β, γ 都是非零向量。若 $\alpha \times \beta = \alpha \times \gamma$, 则 ()。

A. $\beta = \gamma$

B. $\alpha \parallel \beta$ 且 $\alpha \parallel \gamma$

C. $\alpha \parallel (\beta - \gamma)$

D. $\alpha \perp (\beta - \gamma)$

【解】由 $\alpha \times \beta = \alpha \times \gamma$, 可得 $\alpha \times (\beta - \gamma) = 0$ 。利用结论 $\alpha \parallel \beta \Leftrightarrow \alpha \times \beta = 0$, 可得 $\alpha \parallel (\beta - \gamma)$ 。

【答案】C

1.1.2 平面与直线

1. 平面

(1) 平面的方程。

1) 点法式方程: 设平面 π 过点 $M(x_0, y_0, z_0)$, 法向量 $n = \{A, B, C\}$, 则平面 π 的点法式方程为

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$$

2) 截距式方程: 设平面 π 在三个坐标轴上的截距分别是 a, b, c (全不为 0), 则其方程为

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$$

3) 一般方程:

$$Ax + By + Cz + D = 0 \quad (A, B, C \text{ 不全为零})$$

平面一般方程的特殊情形见表 1-1。

表 1-1

平面一般方程的特殊情形

情 形		方 程	特 点
常数项为 0	$D = 0$	$Ax + By + Cz = 0$	平面过原点
一个系数为 0	$A = 0$	$By + Cz + D = 0$	平面 $\parallel x$ 轴
	$B = 0$	$Ax + Cz + D = 0$	平面 $\parallel y$ 轴
	$C = 0$	$Ax + By + D = 0$	平面 $\parallel z$ 轴
两个系数为 0	$B = C = 0$	$Ax + D = 0$	平面 $\parallel yOz$ 平面
	$A = C = 0$	$By + D = 0$	平面 $\parallel zOx$ 平面
	$A = B = 0$	$Cz + D = 0$	平面 $\parallel xOy$ 平面

(2) 两个平面的位置关系。

两个平面 $\pi_1: A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$, $\pi_2: A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$ 的夹角余弦

$$\cos \theta = \frac{A_1 A_2 + B_1 B_2 + C_1 C_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$$

两个平面的位置关系见表 1-2。

表 1-2 两个平面的位置关系

关 系	条 件	条件的坐标表示
$\pi_1 \perp \pi_2$	$\mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{n}_2 = 0$	$A_1 A_2 + B_1 B_2 + C_1 C_2 = 0$
$\pi_1 // \pi_2$	$\mathbf{n}_1 \times \mathbf{n}_2 = 0$ 无公共点	$\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} \left(\neq \frac{D_1}{D_2} \right)$
π_1, π_2 重合	$\mathbf{n}_1 \times \mathbf{n}_2 = 0$ 有公共点	$\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{D_1}{D_2}$

(3) 点到平面的距离。点 $M(x_0, y_0, z_0)$ 到平面 $\pi: Ax + By + Cz + D = 0$ 的距离为

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

2. 空间直线

(1) 空间直线的方程。

1) 一般方程：将直线 L 看做两个平面 $\pi_1: A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$, $\pi_2: A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$ 的交线，其一般方程为

$$\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0 \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0 \end{cases}$$

L 的方向向量为

$$\mathbf{s} = \mathbf{n}_1 \times \mathbf{n}_2 = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \end{vmatrix}$$

2) 对称式方程：已知直线 L 过点 $M(x_0, y_0, z_0)$ ，方向向量 $\mathbf{s} = \{m, n, p\}$ ，其对称式方程为

$$\frac{x - x_0}{m} = \frac{y - y_0}{n} = \frac{z - z_0}{p}$$

3) 参数方程：已知直线 L 过点 $M(x_0, y_0, z_0)$ ，方向向量 $\mathbf{s} = \{m, n, p\}$ ，其对称式方程为

$$\begin{cases} x = x_0 + mt \\ y = y_0 + nt \\ z = z_0 + pt \end{cases} \quad (-\infty < t < +\infty)$$

(2) 两条直线的位置关系。

直线 $L_1: \frac{x - x_1}{m_1} = \frac{y - y_1}{n_1} = \frac{z - z_1}{p_1}$ 和 $L_2: \frac{x - x_2}{m_2} = \frac{y - y_2}{n_2} = \frac{z - z_2}{p_2}$ 的夹角的余弦

$$\cos \theta = \frac{m_1 m_2 + n_1 n_2 + p_1 p_2}{\sqrt{m_1^2 + n_1^2 + p_1^2} \cdot \sqrt{m_2^2 + n_2^2 + p_2^2}}$$

两条直线的位置关系见表 1-3。

表 1-3 两条直线的位置关系

关 系	条 件	条件的坐标表示
$L_1 \perp L_2$	$s_1 \cdot s_2 = 0$	$m_1 m_2 + n_1 n_2 + p_1 p_2 = 0$
$L_1 \parallel L_2$	$s_1 \times s_2 = 0$	$\frac{m_1}{m_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{p_1}{p_2}$

(3) 点到直线的距离。求 $M_1(x_1, y_1, z_1)$ 到直线 $L: \frac{x-x_0}{m} = \frac{y-y_0}{n} = \frac{z-z_0}{p}$ 的距离可采用如下步骤:

- 1) 求出过 M_1 和法向量 $n = \{m, n, p\}$ 的平面 π 的方程。
- 2) 求出平面 π 与直线 L 的交点 $M_2(x_2, y_2, z_2)$ 。
- 3) 所求距离 $d = |M_1 M_2|$ 。

3. 直线与平面的位置关系

直线 $L: \frac{x-x_0}{m} = \frac{y-y_0}{n} = \frac{z-z_0}{p}$ 和平面 $\pi: Ax + By + Cz + D = 0$ 的夹角正弦

$$\sin \theta = \frac{Am + Bn + Cp}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{m^2 + n^2 + p^2}}$$

直线与平面的位置关系见表 1-4。

表 1-4 直线与平面的位置关系

关 系	条 件	条件的坐标表示
$L \parallel \pi$	$s \cdot n = 0$	$Am + Bn + Cp = 0$
$L \perp \pi$	$s \times n = 0$	$\frac{m}{A} = \frac{n}{B} = \frac{p}{C}$

【例 1-3】(2008) 已知平面 π 过点 $(1,1,0)$, $(0,0,1)$, $(0,1,1)$, 则与平面 π 垂直且过点 $(1,1,1)$ 的直线的对称式方程为 ()。

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{0} = \frac{z-1}{1}$

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{z-1}{1}, y=1$

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{z-1}{1}$

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{0} = \frac{z-1}{-1}$

【解】将三点记为 $A(1,1,0)$, $B(0,0,1)$, $C(0,1,1)$, 则 $\overrightarrow{AB} = (-1, -1, 1)$, $\overrightarrow{AC} = (-1, 0, 1)$ 。平面 π 的法向量, 即所求直线的方向向量

$$\mathbf{n} = \mathbf{AB} \times \mathbf{AC} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ -1 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = -\mathbf{i} + 0\mathbf{j} - \mathbf{k} = -\{1, 0, 1\}$$

所求直线的对称式方程为 $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{0} = \frac{z-1}{1}$ 。

【答案】A

【例 1-4】(2009) 设平面方程为 $x + y + z + 1 = 0$ ，直线的方程是 $1 - x = y + 1 = z$ ，则直线与平面 ()。

- A. 平行 B. 垂直 C. 重合 D. 相交但不垂直

【解】平面的法向量 $\mathbf{n} = (1, 1, 1)$ ，直线的方向向量 $\mathbf{s} = (-1, 1, 1)$ $\mathbf{s} \cdot \mathbf{n} \neq 0$ ，所以，选项 A 不正确； $\mathbf{s}$ 与 $\mathbf{n}$ 的各坐标分量不成比例，所以，选项 B 错误。在直线上取一点 $(1, -1, 0)$ ，其坐标不满足平面方程，即该点不在平面上，选项 C 错误。

【答案】D

【例 1-5】(2010) 设直线方程为 $\begin{cases} x = t + 1 \\ y = 2t - 2 \\ z = -3t + 3 \end{cases}$ ，则该直线 ()。

- A. 过点 $(-1, 2, -3)$ ，方向向量为 $\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - 3\mathbf{k}$
B. 过点 $(-1, 2, -3)$ ，方向向量为 $-\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$
C. 过点 $(1, 2, -3)$ ，方向向量为 $\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$
D. 过点 $(1, -2, 3)$ ，方向向量为 $-\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$

【解】利用空间直线的参数式方程可知。

【答案】A

【例 1-6】(2011) 设直线方程为 $x = y - 1 = z$ ，平面方程为 $x - 2y + z = 0$ ，则直线和平面 ()。

- A. 重合 B. 平行不重合 C. 垂直相交 D. 相交不垂直

【解】平面的法向量 $\mathbf{n} = (1, -2, 1)$ ，直线的方向向量 $\mathbf{s} = (1, 1, 1)$ ， $\mathbf{s} \cdot \mathbf{n} = 0$ ，所以，直线和平面平行。在直线上取一点 $(0, 1, 0)$ ，其坐标不满足平面方程，即该点不在平面上。

【答案】B

1.1.3 曲面

在空间直角坐标系中，三元方程 $F(x, y, z) = 0$ 表示空间曲面。

1. 球面方程

球心在 $M(x_0, y_0, z_0)$ ，半径为 R 的球面方程为 $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$ 。特别地，球心在 $O(0, 0, 0)$ ，半径为 R 的球面方程为 $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ 。

2. 柱面方程

沿定曲线 C 并平行于定直线移动的直线 L 形成的曲面叫做柱面，曲线 C 叫做柱面的准线，直线 L 叫做柱面的母线。

$F(x, y) = 0$: 准线为 $\begin{cases} F(x, y) = 0 \\ z = 0 \end{cases}$, 母线平行于 z 轴的柱面。

类似可给出柱面 $G(y, z) = 0$ 及 $H(x, z) = 0$ 的准线方程和母线方向。

常见的柱面及其方程见表 1-5。

表 1-5 常见的柱面及其方程

名 称	方 程
圆柱面	$x^2 + y^2 = R^2$
椭圆柱面	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$
双曲柱面	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$
抛物柱面	$x^2 = 2py \ (p > 0)$

3. 旋转曲面

一条平面曲线, 绕该平面内一条定直线旋转一周而形成的曲面叫做旋转曲面, 这条定直线叫做旋转曲面的旋转轴。

yOz 平面内的曲线 $\begin{cases} f(y, z) = 0 \\ x = 0 \end{cases}$ 绕 y 轴旋转一周所得的旋转曲面的方程为

$f(y, \pm\sqrt{x^2 + z^2}) = 0$, 绕 z 轴旋转一周所得的旋转曲面的方程为 $f(\pm\sqrt{x^2 + y^2}, z) = 0$ 。

类似地可给出 xOy , zOx 平面内的曲线绕相应的坐标轴旋转所得的旋转曲面的方程。

4. 二次曲面

由三元二次方程表示的曲面, 统称为二次曲面, 常见的二次曲面见表 1-6。

表 1-6 常见的二次曲面

名 称	方 程
椭球面	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$
单叶双曲面	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$
双叶双曲面	$-\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$
椭圆抛物面	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2pz \ (p > 0)$
双曲抛物面 (马鞍面)	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 2pz \ (p > 0)$
二次锥面	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$

【例 1-7】(2008) 下列方程中代表锥面的是 ()。

A. $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} - z^2 = 0$

B. $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} - z^2 = 1$

C. $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{2} - z^2 = 1$

D. $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} + z^2 = 1$

【解】二次锥面的方程为 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$ 。

【答案】A

【例 1-8】(2011) 在三维空间中, 方程 $y^2 - z^2 = 1$ 所代表的图形是 ()。

A. 母线平行 x 轴的双曲柱面

B. 母线平行 y 轴的双曲柱面

C. 母线平行 z 轴的双曲柱面

D. 双曲线

【解】由母线平行 z 轴的双曲柱面方程 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, 可以推出方程 $y^2 - z^2 = 1$ 所代表的图

形是母线平行 x 轴的双曲柱面。

【答案】A

1.1.4 空间曲线

1. 空间曲线方程的一般方程

$$\begin{cases} F_1(x, y, z) = 0 \\ F_2(x, y, z) = 0 \end{cases} \quad (1-1)$$

2. 空间曲线在坐标面上的投影

曲线 (1-1) 在 xOy 平面的投影方程求法:

(1) 从方程组 (1-1) 中消去 z , 得到一个母线平行于 z 轴的柱面 $\varphi(x, y) = 0$ 。

(2) 将 $\varphi(x, y) = 0$ 与 $z = 0$ 联立, 即得曲线 C 在 xOy 平面的投影方程 $\begin{cases} \varphi(x, y) = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ 。

类似地, 可求出曲线 (1-1) 在 xOz 平面的投影方程 $\begin{cases} \psi(x, z) = 0 \\ y = 0 \end{cases}$ 和它在 yOz 平面的投影方

程 $\begin{cases} w(y, z) = 0 \\ x = 0 \end{cases}$ 。

【例 1-9】(2006) 球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ 与平面 $x + z = 1$ 的交线在 xOy 坐标面上的投影的方程是 ()。

A. $x^2 + y^2 + (1-x)^2 = 9$

B. $\begin{cases} x^2 + y^2 + (1-x)^2 = 9 \\ z = 0 \end{cases}$

C. $(1-z)^2 + y^2 + z^2 = 9$

D. $\begin{cases} (1-z)^2 + y^2 + z^2 = 9 \\ x = 0 \end{cases}$

【解】从方程组 $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 9 \\ x + z = 1 \end{cases}$ 中消去 z , 得 $x^2 + y^2 + (1-x)^2 = 9$, 从而交线在 xOy 坐标

面上的投影的方程是
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + (1-x)^2 = 9 \\ z = 0 \end{cases}.$$

【答案】B

1.2 微分学

→ 考试大纲

函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性；数列极限与函数极限的定义及其性质；无穷小和无穷大的概念及其关系；无穷小的性质及无穷小的比较；极限的四则运算；函数连续的概念；函数的间断点及其类型；导数与微分的概念；导数的物理意义和几何意义；平面曲线的切线和法线；导数和微分的四则运算；高阶导数；微分中值定理；罗必达法则；函数的切线和法线；函数单调性的判别；函数的极值；函数的凹凸性、拐点；多元函数；偏导数与全微分的概念；二阶偏导数；多元函数的极值和条件极值；多元函数的最大、最小值及其简单应用。

1.2.1 极限

1. 数列的极限

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a \text{ 或 } x_n \rightarrow a (n \rightarrow \infty)$$

数列 $\{x_n\}$ 可以看做是定义域为自然数集的函数 $x_n = f(n)$ ($n=1, 2, 3, \dots$)。因此，数列的极限是函数极限的特殊情形。

(1) 数列收敛的必要条件。收敛数列必有界（无界数列必发散）。

(2) 数列收敛的充分条件。单调有界数列必收敛（单调增加且有上界的数列必收敛；单调减少且有下界的数列必收敛）。

(3) 收敛数列的性质（保号性）。若 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$ ，且 $a > 0$ （或 $a < 0$ ），则存在正整数 N ，只要 $n > N$ ，就有 $x_n > 0$ （或 $x_n < 0$ ）。

(4) 数列极限的四则运算法则。设有数列 $\{x_n\}, \{y_n\}$ ，若 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$ ， $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = b$ ，则

$$1) \lim_{n \rightarrow \infty} (x_n \pm y_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} x_n \pm \lim_{n \rightarrow \infty} y_n = a \pm b.$$

$$2) \lim_{n \rightarrow \infty} (x_n y_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} x_n \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} y_n = ab.$$

$$3) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{y_n} = \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} x_n}{\lim_{n \rightarrow \infty} y_n} = \frac{a}{b} (b \neq 0).$$

2. 函数的极限

(1) $x \rightarrow \infty$ 时函数的极限。

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = A \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = A$$

(2) $x \rightarrow x_0$ 时函数的极限。

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A \text{ 或 } f(x) \rightarrow A (x \rightarrow x_0)$$