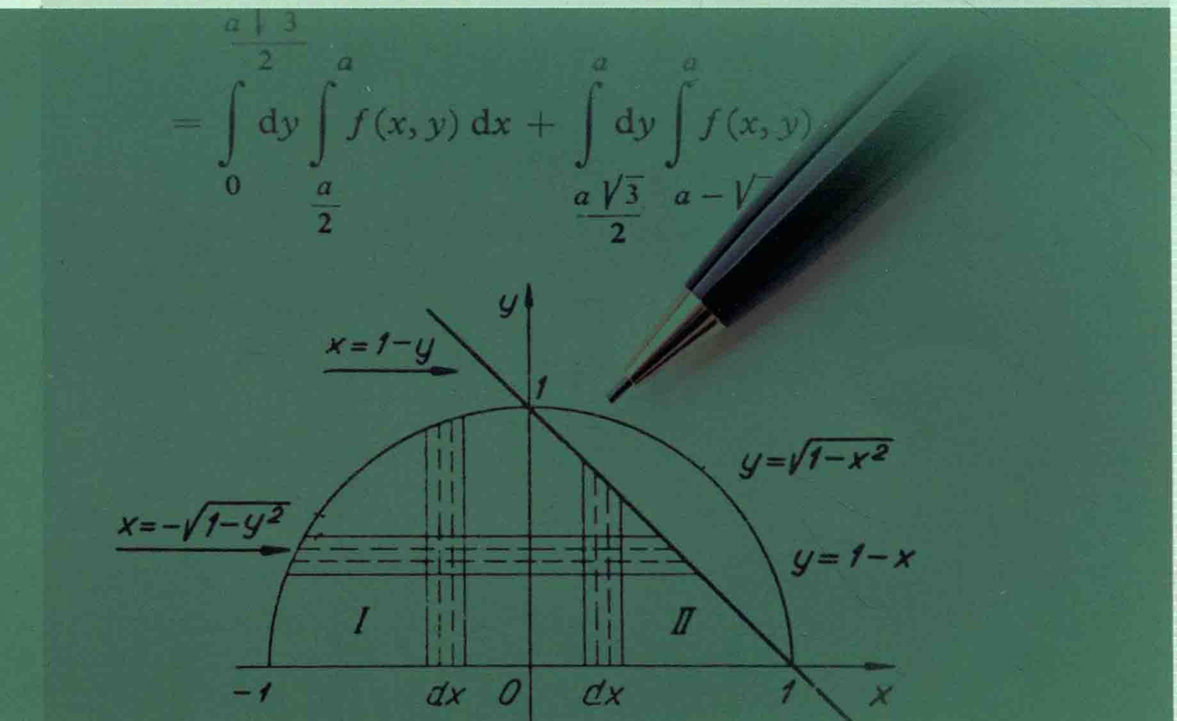
高等数学同步作业与训练

主　编　韩慧蓉　岳忠玉
副主编　张惠玲　周　千　李文胜



同濟大學出版社
TONGJI UNIVERSITY PRESS

高等数学同步作业与训练

主　编　韩慧蓉　岳忠玉
副主编　张惠玲　周　千　李文胜

同济大学出版社
TONGJI UNIVERSITY PRESS

内 容 提 要

本书是与同济大学数学系编写的《高等数学》(第六版)(上、下册)相配套的同步习题教学辅导书,全书结合教材按章同步编写,共分12章.针对普通应用型本科院校本科生的特点,精选每一章节的习题,既能保证对知识点的全面覆盖,又考虑了各种题型的广泛性与代表性.每章按照每小节一套习题、每章结束有一套自测题的形式进行编写,同时,书的最后附有期中考试和期末考试模拟试题以及2000—2014年考研真题分类汇总,通过对这些题目的分析解答,读者能更好地掌握知识点和提高综合解题能力.

本书可作为普通应用型本科院校、大学独立院校本科生学习高等数学的同步习题教学辅导书,也可供从事高等数学教学的教师布置作业和考试命题使用,还可供报考硕士研究生或自学高等数学的广大读者参考.

图书在版编目(CIP)数据

高等数学同步作业与训练 / 韩慧蓉,岳忠玉主编.
-- 上海:同济大学出版社,2015.8
ISBN 978-7-5608-5912-5

Ⅰ.①高… Ⅱ.①韩… ②岳… Ⅲ.①高等数学—高等学校—习题集 Ⅳ.①O13-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2015)第164009号

高等数学同步作业与训练

主编 韩慧蓉 岳忠玉

责任编辑 张崇豪 **责任校对** 徐春莲 **封面设计** 陈益平

出版发行 同济大学出版社 www.tongjipress.com.cn
(地址:上海市四平路1239号 邮编:200092 电话:021-65985622)
经　销 全国各地新华书店
印　刷 同济大学印刷厂
开　本 787 mm×1 092 mm 1/16
印　张 17
字　数 424 000
印　数 1—4 100
版　次 2015年8月第1版 2015年8月第1次印刷
书　号 ISBN 978-7-5608-5912-5

定　价 38.00元

前　言

本书是参照教育部高等院校"工科类数学基础课程教学基本要求"以及西安航空学院教学的实际情况，结合教师多年的教学经验编写而成的. 在教学实践中，我们深切体会到一本好的习题册对于加强学生对概念的理解、巩固所学知识、熟练掌握基本的计算方法、提高分析问题和解决问题的能力是非常重要的，同时，对于提高教学质量也起着不可忽视的作用. 本书就是根据这个目的进行编写的.

本书的编写体例安排与同济大学数学系编写的《高等数学》(第六版)(上、下册)是一致的，所以配合教材使用极为方便，习题难度总体低于教材习题的难度. 适用于普通应用型本科院校、大学独立院校等，教师可将本章节习题作为作业布置，每章自测题由学生独立完成. 同时书中还配有考研训练题和部分真题，学生可以作为考研资料使用. 本书还附有期中测试题和期末测试题.

参加本书编写的教师均来自高等数学教学第一线，有着丰富的教学实践经验. 全书分 12 章，由张政(第 1 章、第 3 章)，周千(第 2 章)，赵芳玲(第 4 章)，赵乃虎(第 6 章)，李文胜(第 7 章、第 12 章)，张惠玲(第 8 章、第 9 章)，朱熙(第 10 章)参与编写，第 5 章、第 11 章和其余部分由韩慧蓉编写，全书编写大纲及框架结构安排由韩慧蓉承担，最后的统稿、定稿由韩慧蓉承担. 另外，张惠玲、周千、李文胜也承担了部分考研训练题的编写、统稿和校对工作. 岳忠玉承担了本书的审稿工作，提出了许多有价值的意见.

在本书的编写过程中，参阅了其他相关同类教材、文献资料，在此对这些教材、文献资料的编著者表示诚挚的谢意!

由于编者的教学经验和水平有限，加之时间仓促，错误和疏漏之处在所难免，恳请使用者批评指正.

编者

2015 年 5 月

目　录

第 1 章

函数与极限

1.1 映射与函数

1.1.1 判断题

1. 若 $f(x)=\ln x^3$, $g(x)=3\ln x$, 则 $f(x)=g(x)$ ( ).

2. 若 $f(x)=x+1$, $g(x)=\dfrac{x^2-1}{x-1}$, 则 $f(x)=g(x)$ ( ).

3. 若 $f(x)=1-x^2$, $g(x)=\sqrt{(1-x^2)^2}$, 则 $f(x)=g(x)$ ( ).

4. 若 $f(x)=x$, $g(x)=\arccos(\cos x)$, 则 $f(x)=g(x)$ ( ).

1.1.2 填空题

1. 开区间________是以 2 为中心、以 1 为半径的邻域.

2. 函数 $y=\dfrac{1}{1-x^2}+\sqrt{x+2}$ 的定义域是________.

3. 考察奇偶性：$y=\dfrac{e^x-e^{-x}}{2}$ 是________；其图形关于________对称.

4. 考察单调性：$y=\ln|x|$ 在________内是单调增的；在________内是单调减的.

5. 设 $\varphi(t)=t^3+1$, 则 $\varphi(t^2)=$ ________；$[\varphi(t)]^2=$ ________.

1.2.3 计算题

$f(x)=\begin{cases}1, & |x|<1\\ 0, & |x|=1\\ -1, & |x|>1\end{cases}$, $g(x)=e^x$, 试求 $f[g(x)]$, $g[f(x)]$. 并给出两个函数的图形.

1.2 数列的极限

1.2.1 填空题

1. 数列 $-1, 2, -3, 4, -5, \cdots$ 的一般项为________.
2. 设 $|q|<1$, 则 $\lim\limits_{n\to\infty} q^n =$ ________.
3. 设 $a>0$, 则 $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a} =$ ________.

1.2.2 判断题

下列各题中,哪些数列收敛?哪些数列发散?对收敛数列,通过观察 $\{x_n\}$ 的变化趋势,写出它们的极限:

(1) $\left\{(-1)^n \dfrac{1}{n}\right\}$;

(2) $\left\{\dfrac{n-1}{n+1}\right\}$;

(3) $\{n(-1)^n\}$;

(4) $\left\{[(-1)^n+1]\dfrac{n+1}{n}\right\}$.

1.3 函数的极限

1.3.1 填空题

1. 设 $f(x)=\frac{|x|}{x}$，则 $f(0-0)=$ ________；$f(0+0)=$ ________；故 $\lim\limits_{x\to 0}f(x)$ $=$ ________.

2. 设 $f(x)=\begin{cases}x-1, & x\leqslant 0,\\ x^2, & x>0,\end{cases}$ 则 $f(0-0)=$ ________；$f(0+0)=$ ________；故 $\lim\limits_{x\to 0}f(x)=$ ________.

1.3.2 计算题

如图 1-1 所示的函数 $f(x)$，求下列极限，如极限不存在，说明理由.

1. $\lim\limits_{x\to -2}f(x)$.

2. $\lim\limits_{x\to -1}f(x)$.

3. $\lim\limits_{x\to 0}f(x)$.

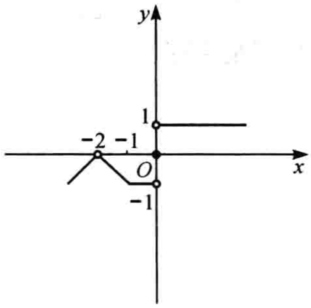


图 1-1

1.3.3 判断题

如图 1-2 所示的函数 $f(x)$，下列陈述中，哪些是对的？哪些是错的？

1. $\lim\limits_{x\to 0}f(x)$ 不存在.

2. $\lim\limits_{x\to 0}f(x)=0$.

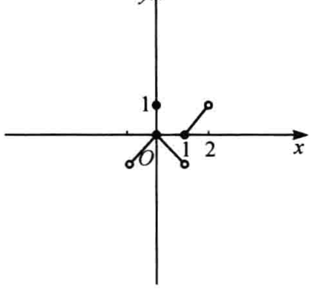


图 1-2

3. $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = 1$.

4. $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = 0$.

5. $\lim\limits_{x \to 1} f(x)$ 不存在.

1.3.4 计算题

求 $f(x) = \dfrac{|x|}{x(x-1)}$ 当 $x \to 0$ 和 $x \to 1$ 时的左、右极限,并说明它们在 $x \to 0$ 和 $x \to 1$ 时极限是否存在.

1.4 无穷小与无穷大

1.4.1 判断题

1. 两个无穷小的商一定是无穷小(　　).

2. 零是可以作为无穷小的唯一常数(　　).

3. 无穷大是指很大的数(　　).

4. 在自变量的同一变化过程中，若 $f(x)$ 为无穷小，且 $f(x) \neq 0$，则 $\dfrac{1}{f(x)}$ 为无穷大(　　).

1.4.2 选择填空题

下列变量在所给的趋向下________是无穷小，________是无穷大，________既不是无穷小也不是无穷大.

(A) $x \to 0$，$\dfrac{1+2x}{x^2}$　　(B) $x \to 0^+$，$\lg x$　　(C) $x \to 0$，$x^3 + \sin x$

(D) $x \to \pi$，$x^3 + \sin x$　　(E) $x \to 0$，$3^{-x} - 1$　　(F) $x \to +\infty$，$3^{-x} - 1$

1.4.3 解答题

函数 $f(x) = 2^{\frac{1}{x}}$ 当 $x \to 0$ 时极限存在吗？为什么？何时是无穷小？何时是无穷大？

1.4.4 计算题

求函数 $f(x) = \dfrac{4}{2 - x^2}$ 的图形渐近线.

1.5 极限运算法则

1.5.1 计算题

1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{4x^3-2x^2+x}{3x^2+2x}$.

2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(x+h)^2-x^2}{h}$.

3. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2+x}{x^4-3x^2+1}$.

4. $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^2-6x+8}{x^2-5x+4}$.

5. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)\left(2-\dfrac{1}{x^2}\right)$.

6. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{4}+\cdots+\dfrac{1}{2^n}\right)$.

7. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1+2+3+\cdots+(n-1)}{n^2}$.

8. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+1)(n+2)(n+3)}{5n^3}$.

9. $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{1}{1-x}-\dfrac{3}{1-x^3}\right)$.

10. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3+2x^2}{(x-2)^2}$.

11. $\lim\limits_{x\to\infty}(2x^3-x+1)$.

12. $\lim\limits_{x\to 0}x^2\sin\dfrac{1}{x}$.

1.5.2 证明题

证明：函数 $f(x)=\dfrac{1}{x}\cos\dfrac{1}{x}$ 在点 $x=0$ 处的任何邻域内是无界的，但当 $x\to 0$ 时，不是无穷大.

1.6 极限存在准则 两个重要极限

1.6.1 填空题

1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin ax}{x}=$ ________.

2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin ax}{\tan bx}=$ ________ $(b\neq 0)$.

3. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{1}{x}\sin x+x\sin\dfrac{1}{x}\right)=$ ________.

4. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{\frac{n}{3}}=$ ________.

5. $\lim\limits_{x\to 0}(1-3x)^{\frac{2}{x}}=$ ________.

6. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{a}{x}\right)^{bx}=$ ________ $(ab\neq 0)$.

1.6.2 计算题

1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 2x}{x\sin x}$.

2. $\lim\limits_{n\to\infty}2^n\sin\dfrac{x}{2^n}$（$x$ 为不等于零常数）.

3. $\lim\limits_{x\to 0}(1-x)^{\frac{1}{x}}$.

4. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{1+x}\right)^x$.

1.6.3 证明题

利用极限存在准则证明 $\lim\limits_{n\to\infty}n\left(\dfrac{1}{n^2+\pi}+\dfrac{1}{n^2+2\pi}+\cdots+\dfrac{1}{n^2+n\pi}\right)=1$.

1.7 无穷小的比较

1.7.1 计算题

1. 利用等价无穷小的性质，求下列极限：

(1) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 2x}{\tan^2 x}$；

(2) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arctan 2x}{\sin 3x}$；

(3) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin(x^n)}{(\sin x)^m}$（$n$，$m$ 为正整数）；

(4) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x-\tan x}{(\sqrt[3]{1+x^2}-1)(\sqrt{1+\sin x}-1)}$.

2. 当 $x\to 0$ 时，$2x-x^2$，与 x^2-x^3 相比，哪一个高阶无穷小？

3. 当 $x\to 1$ 时，无穷小 $1-x$ 与(1) $1-x^3$；(2) $\dfrac{1}{2}(1-x^2)$ 是否同阶？是否等价？

4. 讨论极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{2-2\cos x}}{x}$.

1.8 函数的连续性与间断点

1.8.1 填空题

1. 设 $f(x)=(x-1)^2\sin\dfrac{1}{x-1}$，则间断点为________；属于第________类________间断点；若要使 $f(x)$ 在该点连续，则应补充定义，令 $f(1)=$ ________.

2. 设 $f(x)=\cos^2\dfrac{1}{x}$，则间断点为________；属于第________类________间断点.

3. 设 $f(x)=\begin{cases}x-1, & x\leqslant 1,\\ 3-x, & x>1,\end{cases}$ 则间断点为________；属于第________类________间断点.

4. 设 $f(x)=\begin{cases}x^2-2x+1, & x>1,\\ 1, & x=1,\\ x^2-1, & x<1,\end{cases}$ 则间断点为________；属于第________类________间断点；若要使 $f(x)$ 在该点连续，则应补充定义，令 $f(1)=$ ________.

5. $f(x)=\dfrac{1}{\dfrac{x(x+2)}{x^2-4}}$ 的间断点为________；其中________属于第________类________间断点；________属于第________类________间断点.

6. $f(x)=\dfrac{x}{\tan x}$ 的间断点为________________________；其中，$x=0$ 为第________类________间断点；$x=k\pi$，($k=\pm1,\pm2,\cdots$) 为第________类________间断点；而 $x=k\pi+\dfrac{\pi}{2}$，($k=\pm1,\pm2,\cdots$) 为第________类________间断点.

7. 若函数 $f(x)$ 在点 x_0 连续且 $f(x_0)\neq 0$，则存在 x_0 的某邻域 $U(x_0)$，当 $x\in U(x_0)$ 时，________.

1.8.2 解答题

指出下列函数的间断点，说明这些间断点属于哪一类. 如果是可去间断点，那么，补充或改变函数的定义使它连续：

1. $y=\dfrac{x^2-1}{x^2-3x+2}$.

2. $y=\begin{cases}x-1, & x\leqslant 1,\\ 3-x, & x>1.\end{cases}$