

萬 有 文 庫

第二集七種

王 雲 五 主 編

數 理 精 蘊

(二)

清 聖 祖 敕 編

商 務 印 書 館 發 行

數理精蘊

(二)

清聖祖編

萬有文庫

第二集七種

總編纂
王雲五

商務印書館發行

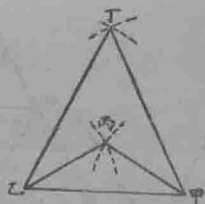
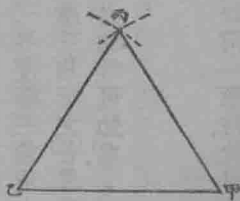
數理精蘊上編卷四

幾何原本十一

第一

作三界度等之三角形及兩界度等之三角形法。如欲作三界度等之三角形。則作一甲乙線。取甲乙之度爲準。以甲爲心。自甲至丙作弧一段。又以乙爲心。自乙至丙作弧一段。兩弧相交處至甲乙作二線。即成三界度等之甲丙乙三角形矣。蓋甲乙丙三角形之甲乙甲丙丙乙三界。原係一圓之輻線。其度必等。度既等而線未有不等者也。若欲作兩界度等之三角形。仍作一甲乙線。比甲乙線之度。或大或小。取一度。以甲乙二處爲圓心。皆至丙作弧兩段。仍於兩弧相交處作二線。即成兩界度等之甲丙乙三角形矣。蓋甲丙丙乙二線。雖比甲乙線或大或小。然二線俱同爲一圓之輻線。其度自等。兩度既等。則兩界線亦必等也。

第二



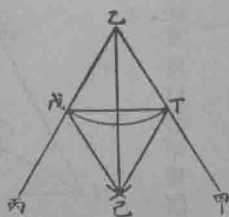
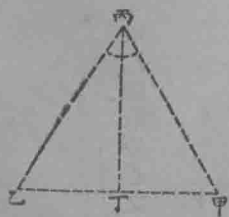
平分直線角爲兩分法。如甲乙丙角。欲平分爲兩分。乃以乙角爲心。任意作弧線一段。則乙甲、乙丙、二線截於丁戊。卽成乙丁、乙戊、等度二線。自弧兩端復作一丁戊線。照丁戊線度。依前節法。作一三界度等之丁己戊三角形。則己角與乙角正相對。乃自乙角至己角。作一乙己直線。卽分甲乙丙角爲兩平分矣。何也。其乙丁己、乙戊己兩三角形之乙丁、乙戊二界。是一圓之輻線。其度等。而丁己、戊己二界。是三界度等三角形之兩傍界。其度亦等。而乙己線既爲兩形之共界。其等無疑。此兩三角形之各界度。既各相等。則與丁己、戊己界相對之丁乙己、戊乙己二角。亦必相等可知矣。見二

第三

平分一直線爲兩分法。如有甲乙一直線。欲平分爲兩段。乃如第一節法。於甲乙線上。作一甲丙乙三界度等之三角形。又如第二節法。平分甲丙乙角爲二分。自丙角作垂線至甲乙線。卽平分甲乙線於丁。而甲丁、丁乙兩段必等也。蓋甲丙乙原爲三界度等之三角形。今作丙丁垂線。平分爲兩三角形。則兩三角形之相當各角各界必俱等。而甲丁、丁乙爲兩形相當之底界。其度安得不等乎。

第四

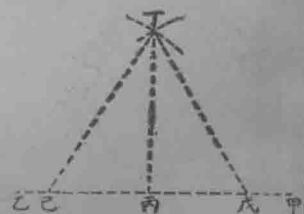
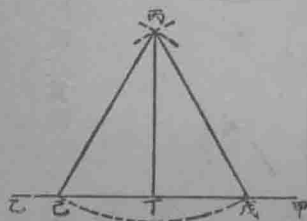
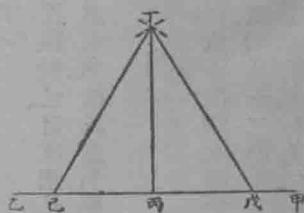
橫線上立縱線法如有甲乙一橫線。欲於丙處立一縱線。則於丙之兩旁。任意取等度二分爲戊丙。己丙。



以戊爲心於橫線上作弧一段又以己爲心於橫線上作弧一段兩弧相交於丁此丁處正與丙相對自丁至丙作一直線即甲乙線上正立之縱線也試自戊己至丁作二線成一戊丁己三角形此形之丁戊丁己兩線俱同一圓之輻線其度必等而丁丙線既將戊己底線爲兩平分則丁丙線必爲甲乙線之垂線矣見二卷第十節。

第五

有一橫線自此線上不拘何處立縱線法如有甲乙一橫線自此線上丙處至甲乙線欲作一縱線則以丙爲心作弧線一段截甲乙線於戊己乃自戊己至丙作二線成一戊丙己三角形又照第二節分角法平分丙角爲二分自丙至甲乙線上作丙丁線則此丙丁線即爲自丙至甲乙線之縱線也蓋戊丙己三角形之丙戊丙己兩界度等故戊角與己角必等而丙丁線又平分丙角爲二則所分之戊丙丁己丙丁兩角度亦等而丙丁戊丙丁己兩並角亦必等此兩並角既等則成兩直角既成兩直角則丙丁線必爲甲乙橫線之垂線矣見一卷第十節。

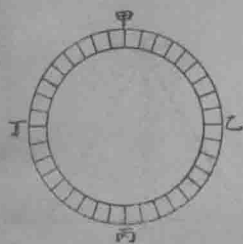
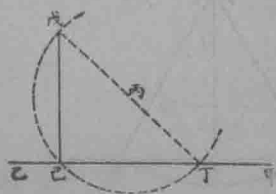
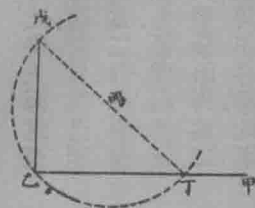


第六

在橫線一邊立縱線法。如有甲乙橫線。在乙邊欲立一縱線。則於甲乙線上不拘何處立爲圓心。如以丙爲圓心。自丙至乙爲圓界。旋轉作一圓。則於甲乙線丁處相交。即自丁處過丙心至相對界作一直線。交圓界於戊。乃自戊至乙作一戊乙直線。即是乙邊所立之縱線也。蓋丁乙戊角。因在半圓。必爲直角。見四卷第十四節。既爲直角。則戊乙線必爲甲乙線之垂線。既爲垂線。故爲橫線一邊所立之縱線也。若甲乙線一邊之上有一戊點。欲自戊至甲乙線一邊作一垂線。則自戊至甲乙線任意作一戊丁斜線。遂將戊丁斜線平分於丙。於是以丙爲心。自戊旋轉作一圓。則截甲乙線於己。自戊至己作一直線。即是欲作之垂線也。蓋戊己丁角。既在半圓。必爲直角。既爲直角。則戊己必爲垂線矣。

第七

一圓分爲三百六十度法。如甲乙丙丁一圓界。欲分爲三百六十度。則取圓之幅線度。緣圓界比之。即分圓界爲六段。將六段各平分爲二。則爲十二段。十二段各平分爲三。則爲三十六段。三十六段各平分爲十。即成三百六十度矣。

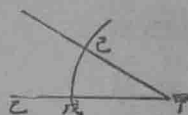
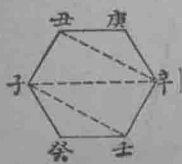
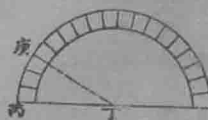
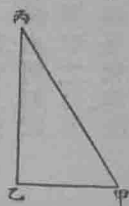
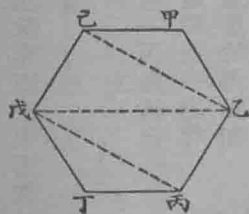


第八

一直線上作角度法。如甲乙線上，欲作三十度之角，則用有度之圖，依圖之丙丁輻線度，截甲乙線於戊，於是以甲爲心，自戊作弧一段，復依圖界之丙庚三十度之分，自戊截弧於己，乃自己至甲作一直線，即成己甲戊三十度之角矣。

第九

各種多界形，做已有之形，或大或小，另作一同式形法。如有甲乙丙一三角形，欲做此式另作一形，則考甲乙界度有幾分，如甲乙界度爲三分，今取其二分作一丁戊線，又以甲丙界度亦作三分，而取其二分，以丁爲圓心，作弧一段，又以乙丙界度亦作三分，而取其二分，以戊爲圓心，作弧一段，兩弧相交於己，乃自己至丁戊作二線，即成丁戊己一小三角形，與原有甲乙丙大三角形爲同式也。蓋丁戊己三角形之三界，雖與甲乙丙三角形之三界不等，而其相當各角之度俱等，因其相當各角之度俱等，故其相當各界之比例皆同，相當各界之比例既同，則其二形之式不得不同也。若有一甲乙丙丁戊己六界形，欲做



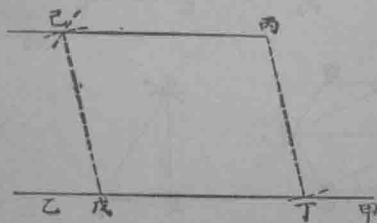
此式另作一形。則在此六界形作分角線。分爲四三角形。照前法做作四三角形。卽成一庚辛壬癸子丑小六界形。其式與原有之甲乙丙丁戊己大六界形同也。

第十

有一直線。或上或下一點。作與此線平行一線法。如甲乙線上有一丙點。欲自丙點作與甲乙線平行一線。則以丙爲圓心。任意取甲乙線之近甲邊一處作弧一段。如丁。又取甲乙線之近乙邊一處爲心如戊。乃照丙丁原度。於丙點相對處作弧一段。如己。復照丁戊度。以丙爲心。於丙點相對處作弧一段。則二弧相交於己。乃自丙至己交處作一丙己直線。卽爲甲乙線之平行線也。何則。試自丁戊二處至丙己二處作二線。卽成丙丁戊己一四界形。此四界形之丙丁己戊相對之兩縱線。丙己丁戊相對之兩橫線。因依各度所取。必兩兩相等。既兩兩相等。則必爲平行線之四邊形。然則丙己甲乙爲平行線四邊形之二線。豈有不平行之理哉。

第十一

有一直線。上作一正方形法。如甲乙一直線。欲作一正方形。則以甲爲心。取甲乙度。自乙至丙作一弧線。又以乙爲心。依甲乙度。自甲至丁作一弧線。又於甲乙線之兩端。照本卷第六節。立甲丙、乙丁二縱線。則乙丙弧截於丙。甲丁弧截於丁。乃自丙至丁作一直線。卽成甲乙丁丙一正方形也。何則。丙甲、甲乙、乙丁、



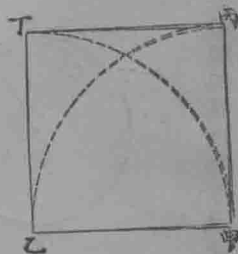
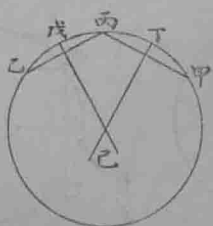
三線俱同爲一圓之幅線其度必等而丁丙丙甲二線又俱切一圓界爲兩尖相合其度亦必等見四卷第七節。則四界俱等矣且甲乙二角又爲垂線所立之角必成直角則丙丁二角亦必爲直角而四角又等矣四角皆等故甲乙丁丙形爲甲乙線上所立之正方形也。

第十二

平分一弧爲兩段法如有甲乙弧欲平分爲兩段則自甲至乙作一甲乙弦線將此弦線照本卷第三節平分直線爲兩分法作一戊丁縱線復自戊引至弧界截甲乙弧於丙即平分甲乙弧爲甲丙丙乙兩段矣蓋丙丁縱線既平分甲乙弦線則亦必平分甲乙弧之全圓既平分甲乙弧之全圓則必平分甲乙弧爲兩段可知矣見四卷第六節。

第十三

有一段弧欲繼此弧作一全圓法如有甲乙一段弧繼此弧欲作一全圓則在此弧界任意指三處如甲丙乙自甲乙二處至丙作甲丙丙乙二線照前節作平分甲丙丙乙兩弦之丁己戊己二線引長則相交於己乃以己爲心繼甲乙弧界作一全圓即成甲乙弧之全圓也蓋丁己戊己二線既平分甲丙丙乙二弦則必平分甲丙丙乙二弧見四卷第六節。既平分甲丙丙乙二弧則其相交之處必爲圓心故己爲繼



甲丙乙弧界所作全圖之圓心也。

第十四

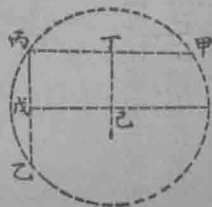
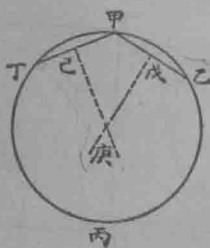
不拘何處有三點。求緣此三點作一圓法。如甲、乙、丙三點。不在一直線上。欲緣此三點作一圓。則依前節作甲丙、丙乙、二線。又平分此二線正中作丁、己。戊、己二垂線。引長至己處相交。遂以己爲心。以甲乙丙爲界作一圓。則甲、乙、丙三點俱在一圓之界矣。此節之理。與前節同。

第十五

有圓不知中心。求知中心之法。如有一甲乙丙丁圓。不知其中心。欲求知之。則於此圓界隨便取甲、乙、丁三處。從甲至乙至丁作二弦線。將此二線平分正中爲戊、己二處。自戊、己作戊庚、己庚兩垂線。則相交於庚。此庚卽是甲乙丙丁圓之中心也。此節之理。亦與前同。

第十六

有圓外一點。將此點至圓界作切線法。如乙圓之外有一甲點。欲將此甲點與圓界相切。作一切線。則以此甲點至圓心作一甲乙直線。又以乙爲心。以甲爲界作一甲丙圓界。又自甲乙線所截圓之丁處。作一丁己垂線。則此垂線卽截甲丙圓界於丙。乃自丙至乙心。作一丙乙直線。復自丙乙所截圓界戊處。作一戊甲線。卽是自甲點至圓

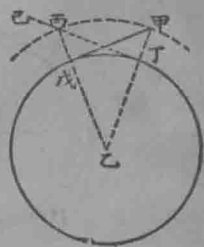
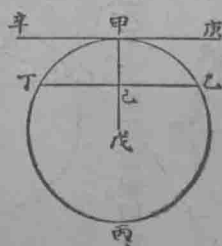


界所作之切線也。何則。此乙丁、乙戊、既同爲一圓之輻線。其乙甲、乙丙、亦同爲一圓之輻線。則甲乙戊與丙乙丁兩三角形之各兩邊線必等。而兩三角形又同一乙角。然則兩三角形之每相當各角必俱等矣。見二卷第六節。夫丁丙線原爲甲乙輻線之垂線。則丁角必爲直角。而相當之戊角。亦必爲直角矣。戊角既爲直角。則甲戊線亦必爲乙丙輻線之垂線。故甲戊與丙丁皆爲圓界之切線也。見四卷第九節。

第十七

有圓內弦線。欲與此弦線平行。作圓外切線法。如有一甲乙丙丁圓之乙丁弦線。欲與此乙丁弦線平行。作切圓之切線。則從圓心戊至乙丁弦。作戊己垂線。平分乙丁弦線於己。引長截圓界於甲。爲甲戊線。又切甲處作庚辛線。爲甲戊之垂線。卽是所求之切線也。何則。此庚辛線既爲甲戊線之垂線。其戊甲庚角必爲直角。又己戊線既爲乙丁線之垂線。其戊己乙角亦必爲直角。然則戊甲庚角與戊己乙角。既俱爲直角。其度必等。因其度等。故乙丁、庚辛兩線爲兩平行線也。又戊甲線爲圓之輻線。而庚辛既爲甲戊之垂線。則必爲甲乙丙丁圓之切線。可知矣。見四卷第九節。

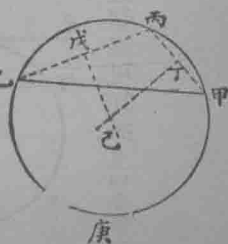
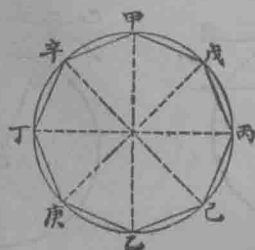
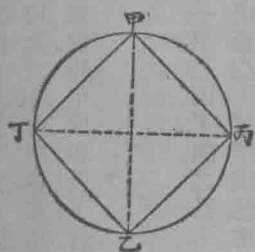
第十八



作函三角形之圖法。如甲乙丙三角形。欲作函此三角形之一圓。則平分甲丙邊於丁。平分丙乙邊於戊。自丁戊作二垂線。引長至己相交。即以己爲心。任以甲丙乙三角形之一角爲界。作一甲丙乙庚圓。卽是函甲丙乙三角形之圓也。此節之理。與本卷第十三節同。

第十九

圓內作等度四角形。及等度八角形法。如甲丙乙丁圓內。欲作一等度四角形。則以甲乙、丙丁二徑線交於圓心。皆作直角。復自甲、丙、乙、丁四處。作甲丙、丙乙、乙丁、丁甲四弦線。卽成甲丙乙丁等度之四角形也。何則。甲乙、丙丁二徑線。在圓心作直角相交。則平分圓界爲四分矣。既平分圓界爲四分。則甲丙、丙乙、乙丁、丁甲四弦線。度必等。而甲、丙、乙、丁四角。既俱立在一圓之半界。亦必俱爲直角。見四卷第十四節。既俱爲直角。必爲正方形可知矣。苟欲作等度八角形。則照前平分圓界爲四分。將所分之每分。又各平分爲二分。卽平分圓界爲八分。乃作八弦線。卽成甲戊丙己乙庚丁辛一形。爲圓內等度八角形也。

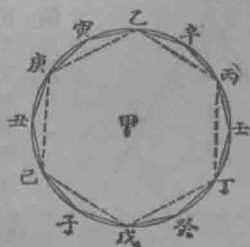
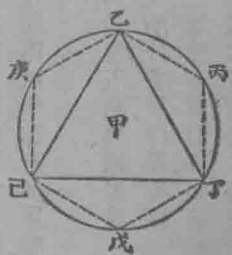
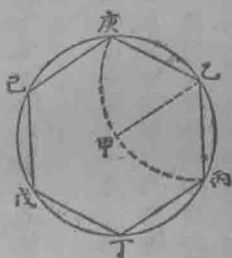


第二十

圓內作等度六角形三角形十二角形法。如甲圓內欲作等度六角形。則以圓之甲乙幅線爲度。將圓界分爲乙丙丙丁丁戊戊己己庚庚乙六段。作六弦線。卽成一乙丙丁戊己庚等度之六角形也。何則。苟以乙爲心。以甲爲界。作一丙甲庚弧線。則乙丙乙甲二線俱爲丙甲庚圓之幅線。而度必等。夫乙丙丁戊己庚六界形之諸界。因俱照甲乙幅線度所作。故此形之六界俱相等也。若欲作三角形。則照前法。將圓界分爲六段。以所分六段兩兩相合爲三段。作乙丁丁己己乙三弦線。卽成一乙丁己等度三角形也。若欲作十二角形。亦照前法。將圓界分爲六段。以所分六段各平分爲二分。作十二弦線。卽成一乙辛丙壬丁癸戊子己丑庚寅等度之十二角形也。

第二十一

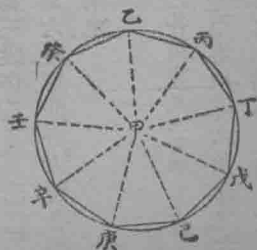
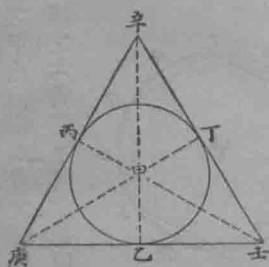
圓內作各種等度多界形總法。苟甲圓內欲作等度多界各種形。則察各種形之各角度。見三卷第十七節。如等度三角形之三角俱六十度。四角形之四角俱九十度。五角形之五角俱一百零八度。六角形之六角俱一百二十度。七角形之七角俱一百二十八度。三十四分一十七秒。八角形之八角俱一百三十五



度九角形之九角俱一百四十度十角形之十角俱一百四十四度十一角形之十一角俱一百四十七度一十六分二十二秒十二角形之十二角俱一百五十度今甲圖內若欲作一等腰九角形則以九角形之每角一百四十度與一百八十度相減餘四十度復以別有度之圖取四十度之分以分甲圖界即平分爲乙丙丁戊己庚辛壬癸之九分再照平分度作乙丙丁戊己庚辛壬癸九弦線即成甲圖內等度之九角形也何也從圖心甲作線至各角分九角形爲九三角形其每三角形之三角共一百八十度內減去二界角一百四十度餘心角四十度即每界所對之角此九角形之每界即九心角之弦線故以心角度分圖界度即得九角形之分也凡圖內欲作等邊多界形皆依此法作之

第二十二

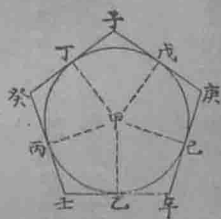
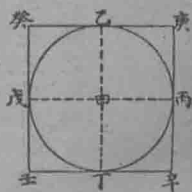
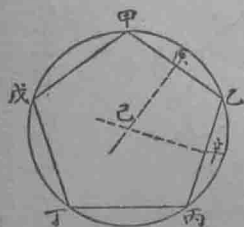
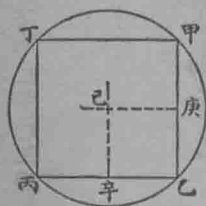
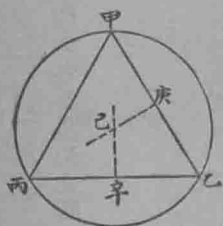
作函圖等度多界形法如欲作函圖之等度三角形四角形五角形或多界形則將圖界照欲作之幾界平分爲幾段乃自圖心至所分各界作幾幅線於幅線之末各作切界線俱引長至合角即成函圖之等度多界形也如第一圖自甲心至庚辛壬三角作甲庚甲辛甲壬三線即成六三角形其庚甲乙庚甲丙兩三角形之庚乙庚丙二線爲合尖切圖之線其度必等見四卷第七節而庚甲乙辛甲丁兩形之庚甲乙辛甲丁二角爲對角其度又等庚



乙甲、辛丁甲之二角，爲幅線切線所成之角，其度又皆爲直角相等。見四卷第五節。則其餘一角亦必等，而其乙甲、丁二界，又同爲一圓之幅線，其度必等，則其他界亦必俱等可知。再辛丙、辛丁二線，壬丁、壬乙二線，俱爲合尖切圓之線，其度相等，而辛甲丙與壬甲乙兩三角形，壬甲丁與庚甲丙兩三角形，必俱與前每相當之角等，則此六三角形俱相等矣。六三角形俱相等，則其庚乙、乙壬、壬丁、丁辛、辛丙、丙庚，相等之六界，兩兩相合，卽成庚壬、庚辛、辛壬之三界，其度安得不等乎？故庚辛壬三角形，爲函圖等界形也。其第二圖函圖四角形，第三圖函圖五角形，或更欲作多界形，其理皆同。

第二十三

作函等度多界形之圖法，如甲乙丙三角形，或甲乙丙丁四角形，或甲乙丙丁戊五角形，欲作函此三形之圖，則任用此三形之甲乙、乙丙、二界，平分於庚、辛二處，乃自庚、辛二處，各作垂線，至各形中心相



交爲己，即以己爲心，以各形之角爲界作圓，即成函此三形之圓也。何也？各形之界，皆爲圓之弦線，而弦線上所作之垂線，必皆交於圓心。今甲乙、乙丙、二界上所作之庚己、辛己、二線，既平分二界而相交於己，則己必爲圓心，故以己爲心作圓，即成函各等界形之圓也。

第二十四

作函於等度多界形之圓法，如甲乙丙三角形，或甲乙丙丁四角形，或甲乙丙丁戊五角形，欲在此三形內各作一圓，則照前節平分甲乙、乙丙、二界，作己庚、己辛、二垂線，引長相交於己，即以己爲心，以庚辛爲界作圓，即成多界形內所函之圓也。何也？己庚、己辛、二線，是平分甲乙、乙丙、二線之垂線，引長之，必相交於各形之中心。今既相交於己，則己必爲各形之心。凡形心作垂線至各界，其度必等，即如圓之輻線，故以己爲心，庚辛爲界所作之圓，即爲各等界形所函之圓也。

第二十五

有一三角形一圓形，於此圓內作切圓界三角形，與原有之三角形同式法，如有甲乙丙一三角形，丁戊

