

新课标**高考数学**
第二轮复习用书

2015



洞穿高考

数学辅导丛书

洞穿高考数学 解答题核心考点

文科版



提炼核心考点，构建数学题模型，
举一反三，“秒杀”高考数学解答题

主编●张永辉



清华大学出版社



洞穿高考

数学辅导丛书

洞穿高考数学 解答题核心考点

文科版

主编 ● 张永辉

清华大学出版社
北京

内 容 简 介

《洞穿高考数学解答题核心考点》是为快速提高考生高考数学解答题的解题能力而编写的考前第二轮复习用书,分为理科版和文科版,系统介绍了高考数学解答题的七大板块:三角函数、立体几何、概率统计、解析几何、函数与导数、数列与不等式及创新题、选修内容.本书从历年的高考真题和众多经典模拟题中筛选核心考点,归纳并总结出各类考点的解题方法和技巧,解法快捷,旨在帮助考生“秒杀”高考解答题,达到口述回答解答题的从容境界.

本书为文科版,适合高考文科学生、高中数学教师、高考数学命题与考试研究者以及广大数学爱好者参考使用.

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售.

版权所有,侵权必究.侵权举报电话:010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

洞穿高考数学解答题核心考点:文科版/张永辉主编. —北京:清华大学出版社,2015

(洞穿高考数学辅导丛书)

ISBN 978-7-302-38774-9

I. ①洞… II. ①张… III. ①中学数学课—高中—题解—升学参考资料 IV. ①G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 286432 号

责任编辑:陈仕云

封面设计:刘 超

版式设计:文森时代

责任校对:马军令

责任印制:沈 露

出版发行:清华大学出版社

网 址: <http://www.tup.com.cn>, <http://www.wqbook.com>

地 址:北京清华大学学研大厦 A 座 邮 编:100084

社 总 机:010-62770175 邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质 量 反 馈:010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印 刷 者:北京富博印刷有限公司

装 订 者:北京市密云县京文制本装订厂

经 销:全国新华书店

开 本:203mm×280mm

印 张:18.25

字 数:560千字

版 次:2015年2月第1版

印 次:2015年2月第1次印刷

印 数:1~4000

定 价:36.80元

产品编号:061460-01

《洞穿高考数学解答题核心考点(2014版)》

与2014年高考真题对照表

绝非猜题,但命题神似! 绝非押题,但题名金榜!

《洞穿高考数学解答题核心考点》上的试题经多年沉淀,很多题目与高考试题相差无几,神似真题考前活现. 现摘录部分相似试题,以飨读者.

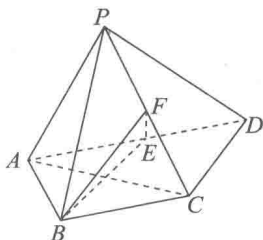
2014年普通高等学校招生考试试题	《洞穿高考数学解答题核心考点(2014版)》
2014 福建文 18 已知函数 $f(x) = 2\cos x(\sin x + \cos x)$. (1)求 $f\left(\frac{5\pi}{4}\right)$ 的值; (2)求函数 $f(x)$ 的最小正周期及单调递增区间.	第一章 三角函数 核心考点一 三角函数的图像和性质 已知函数 $f(x) = \cos^2 \omega x + \sqrt{3} \sin \omega x \cos \omega x$ ($\omega > 0$) 的最小正周期为 π. (1)求 $f\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ 的值; (2)求函数 $f(x)$ 的单调区间及其图像的对称轴方程. (2014 版第 3 页例 1.2)
相似点:主要考查三角函数的图像和性质,(1)问先利用三角恒等变换公式(倍角公式的逆用及辅助角公式)化为 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的形式求解;(2)问确定函数的性质(最小正周期、单调区间、对称轴等). 相似度: 99%.	
2014 浙江文 18 在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c, 已知 $4\sin^2 \frac{A+B}{2} + 4\sin A \sin B = 2 + \sqrt{2}$. (1)求角 C 的大小; (2)已知 $b = 4$, $\triangle ABC$ 的面积为 6,求边长 c 的值.	第一章 三角函数 核心考点二 解三角形 已知 a, b, c 分别为 $\triangle ABC$ 三内角 A, B, C 的对边, $a\cos C + \sqrt{3}a\sin C - b - c = 0$. (1)求角 A 的大小; (2)若 $a = 2$, $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{3}$, 求 b, c. (2014 版第 11 页例 1.10 变式 3)
相似点:解三角形问题一般是从“角”或“边”两个角度进行突破,实现“边”或“角”的统一. 可以将 a, b, c 和 A, B, C 作为解三角形的基本要素,根据已知条件,通过运用正弦定理、余弦定理、面积公式等并利用解方程等手段进行求解. 本题(1)问更侧重于三角形中的三角恒等变换. 相似度: 99%.	
2014 辽宁文 17 在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c, 且 $a > c$, 已知 $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 2, \cos B = \frac{1}{3}, b = 3$, 求: (1)$a$ 和 c 的值; (2) $\cos(B - C)$ 的值.	第一章 三角函数 三角函数核心预测题 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A, \angle B, \angle C$ 的对边分别为 a, b, c, 且满足 $\cos \frac{A}{2} = \frac{2\sqrt{5}}{5}, b + c = 6, \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 3$. (1)求 a 的值; (2)求 $\sin\left(A + \frac{\pi}{4}\right) \sin\left(B + C + \frac{\pi}{4}\right)$ 的值. (2014 版第 121 页预测题十四)

相似点:(1)根据向量数量积和余弦定理等公式列方程求解;(2)求解三角形中的三角恒等变换. 相似度:95%.

2014 山东文 18

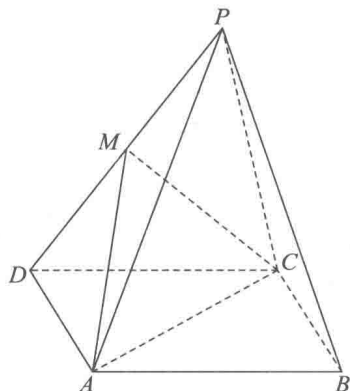
如图所示,在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $AP \perp$ 平面 PCD , $AD \parallel BC$, $AB = BC = \frac{1}{2}AD$, E, F 分别为线段 AD, PC 的中点.

- (1)求证: $AP \parallel$ 平面 BEF ;
(2)求证: $BE \perp$ 平面 PAC .



第二章 立体几何

核心考点一 证明空间中平行与垂直的位置关系
如图所示,在四棱锥 $P-ABCD$ 中,底面 $ABCD$ 为平行四边形, M 为 PD 的中点.
求证: $PB \parallel$ 平面 ACM .



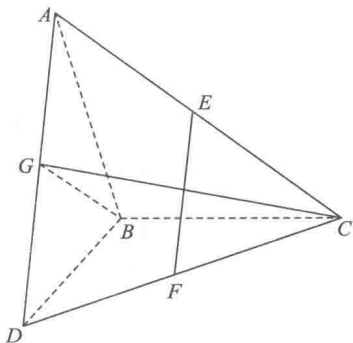
(2014 版第 16 页例 2.1 变式 1)

相似点:利用不同向进面,三角形中位线平行底边是关键,由线线平行推出线面平行. 相似度:95%.

2014 辽宁文 19

如图所示, $\triangle ABC$ 和 $\triangle BCD$ 所在平面互相垂直,且 $AB = BC = BD = 2$, $\angle ABC = \angle DBC = 120^\circ$, E, F, G 分别为 AC, DC, AD 的中点.

- (1)求证: $EF \perp$ 平面 BCG ;
(2)求三棱锥 $D-BCG$ 的体积.



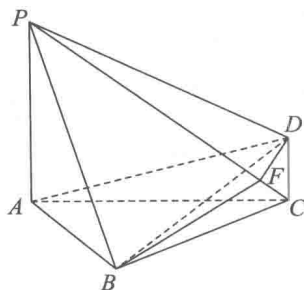
附:锥体的体积公式 $V = \frac{1}{3}Sh$,其中 S 为底面面积, h 为高.

第二章 立体几何

立体几何核心预测题

四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA \perp$ 底面 $ABCD$, $PA = 2\sqrt{3}$,
 $BC = CD = 2$, $\angle ACB = \angle ACD = \frac{\pi}{3}$.

- (1)求证: $BD \perp$ 平面 PAC ;
(2)若侧棱 PC 上的点 F 满足 $PF = 7FC$,求三棱锥 $P-BDF$ 的体积.



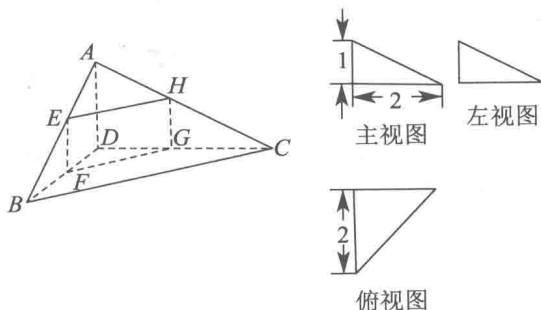
(2014 版第 122 页预测题三)

相似点:利用三角形全等和等腰三角形三线合一的性质证明线线垂直,进而得出线面垂直,再用比例问题求解部分几何体的体积. 相似度:95%.

2014 陕西文 17

四面体 $ABCD$ 及其三视图如图所示, 平行于棱 AD, BC 的平面分别交四面体的棱 AB, BD, DC, CA 于点 E, F, G, H .

- (1) 求四面体 $ABCD$ 的体积;
- (2) 求证: 四边形 $EFGH$ 是矩形.

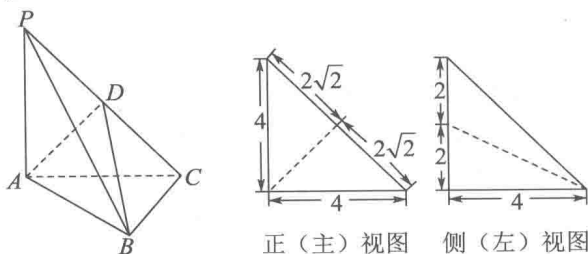


第二章 立体几何

立体几何核心预测题

如图所示, 在三棱锥 $P-ABC$ 中, $PA \perp$ 平面 ABC , $AC \perp BC$, D 为侧棱 PC 上一点, 它的正(主)视图和侧(左)视图如图所示.

- (1) 求证: $AD \perp$ 平面 PBC ;
- (2) 求三棱锥 $D-ABC$ 的面积;
- (3) 在 $\angle ACB$ 的平分线上确定一点 Q , 使得 $PQ \parallel$ 平面 ABD , 并求此时 PQ 的长.



(2014 版第 124 页预测题九)

相似点: 以三视图为载体, 结合线面平行、垂直的定理证明空间线面位置关系, 并求相关几何体的体积. **相似度:** 95%.

2014 山东文 16

海关对同时从 A, B, C 三个不同地区进口的某种商品进行抽样检测, 从各地区进口此种商品的数量(单位: 件)如表所示. 工作人员用分层抽样的方法从这些商品中共抽取 6 件样品进行检测.

地区	A	B	C
数量	50	150	100

- (1) 求这 6 件样品中来自 A, B, C 各地区商品的数量;
- (2) 若在这 6 件样品中随机抽取 2 件送往甲机构进行进一步检测, 求这 2 件商品来自相同地区的概率.

第三章 统计、统计案例、概率

核心考点三 统计概率知识的综合应用题

有 7 位歌手 (1 ~ 7 号) 参加一场歌唱比赛, 由 500 名大众评委现场投票决定歌手名次, 根据年龄将大众评委分为五组, 各组的人数如下表所示.

组别	A	B	C	D	E
人数	50	100	150	150	50

- (1) 为了调查评委对 7 位歌手的支持情况, 现用分层抽样的方法从各组中抽取若干评委, 其中从 B 组中抽取了 6 人. 请将其余各组抽取的人数填入下表中.

组别	A	B	C	D	E
人数	50	100	150	150	50
抽取人数		6			

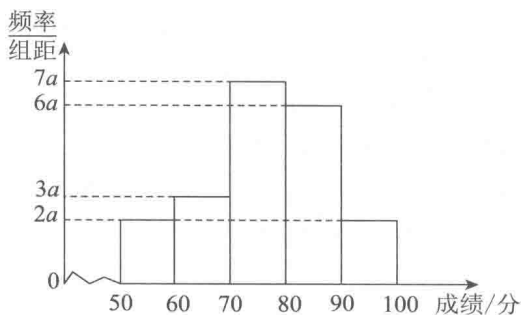
- (2) 在 (1) 中, 若 A, B 两组被抽到的评委中各有 2 人支持 1 号选手, 现从这两组被抽到的评委中分别任选 1 人, 求这 2 人都支持 1 号选手的概率.

(2014 版第 44 页例 3.11)

相似点: 考查分层抽样, 总体与样本, 古典概型(枚举法)的计算. **相似度:** 99%.

2014 重庆文 17

20 名学生某次数学考试成绩(单位:分)的频率分布直方图如图所示.



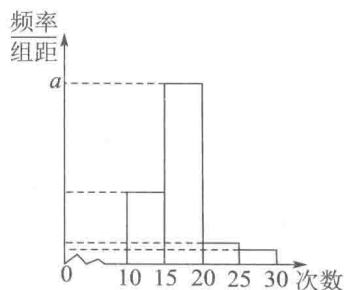
- (1)求频率分布直方图中 a 的值;
- (2)分别求出成绩落在 $[50, 60)$ 与 $[60, 70)$ 中的学生人数;
- (3)从成绩在 $[50, 70)$ 的学生中任选 2 人,求此 2 人的成绩都在 $[60, 70)$ 中的概率.

第三章 统计、统计案例、概率

统计、统计案例、概率核心预测题

对某校高一年级学生参加社区服务次数进行统计,随机抽取 M 名学生作为样本,得到这 M 名学生参加社区服务的次数,根据此数据作出了以下频数与频率的统计表和如图所示的频率分布直方图.

分组	频数	频率
$[10, 15)$	10	0.25
$[15, 20)$	25	n
$[20, 25)$	m	p
$[25, 30)$	2	0.05
合计	M	1



- (1)求出表中 M, p 及图中 a 的值;
- (2)若该校高一学生有 360 人,试估计他们参加社区服务的次数在区间 $[15, 20)$ 内的人数;
- (3)在所取样本中,从参加社区服务的次数不少于 20 次的学生中任选 2 人,求至多一人参加社区服务次数在区间 $[20, 25)$ 内的概率.

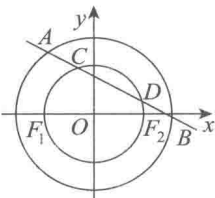
(2014 版第 129 页预测题六)

相似点:以频率分布直方图、表的形式呈现,进行频率与频数的计算,古典概型(枚举法)的考查. **相似度:**99%.

2014 陕西文 20

已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 经过点 $(0, \sqrt{3})$, 离心率为 $\frac{1}{2}$, 左、右焦点分别为 $F_1(-c, 0), F_2(c, 0)$.

- (1)求椭圆的方程;
- (2)若直线 $l: y = -\frac{1}{2}x + m$ 与椭圆交于 A, B 两点, 与以 F_1F_2 为直径的圆交于 C, D 两点, 且满足 $\frac{|AB|}{|CD|} = \frac{5\sqrt{3}}{4}$, 求直线 l 的方程.



第四章 解析几何

解析几何核心预测题

已知圆 $M: (x - \sqrt{2})^2 + y^2 = \frac{7}{3}$, 若椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右顶点为圆 M 的圆心, 离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

- (1)求椭圆 C 的方程;
- (2)已知直线 $l: y = kx$, 若直线 l 与椭圆 C 分别交于 A, B 两点, 与圆 M 分别交于 G, H 两点(其中点 G 在线段 AB 上), 且 $|AG| = |BH|$, 求 k 的值.

(2014 版第 134 页预测题五)

相似点:直线与椭圆、直线与圆的位置关系的综合,已知弦长问题求解直线方程、斜率. **相似度:**95%.

2014 北京文 19

已知椭圆 $C: x^2 + 2y^2 = 4$.

- (1)求椭圆 C 的离心率;
- (2)设 O 为原点,若点 A 在直线 $y = 2$ 上,点 B 在椭圆 C 上,且 $OA \perp OB$,求线段 AB 长度的最小值.

第四章 解析几何

核心考点三 解析几何中的最值及范围问题

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{m^2} + y^2 = 1$ (常数 $m > 1$),点 P 是 C 上的动点, M 是右顶点,定点 A 的坐标为 $(2,0)$.

- (1)若 M 与 A 重合,求椭圆 C 的焦点坐标;
- (2)若 $m = 3$,求 $|PA|$ 的最大值与最小值;
- (3)若 $|PA|$ 的最小值为 $|MA|$,求 m 的取值范围.

(2014 版第 70 页例 4.15 变式 2)

相似点:利用相关点的坐标表示出线段的长度,再根据横、纵坐标的范围求解最值问题. **相似度:**90%.

2014 四川文 20

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左焦点为 $F(-2,0)$,离心率为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

- (1)求椭圆 C 的标准方程;
- (2)设 O 为坐标原点, T 为直线 $x = -3$ 上一点,过 F 作 TF 的垂线交椭圆于 P, Q .当四边形 $OPTQ$ 是平行四边形时,求四边形 $OPTQ$ 的面积.

第四章 解析几何

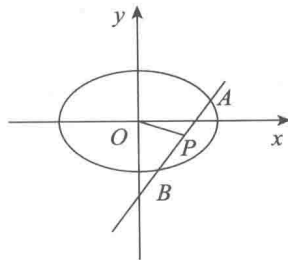
已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{1}{2}$,右焦点为 F ,右顶点 A 在圆 $F: (x-1)^2 + y^2 = r^2 (r > 0)$ 上.

- (1)求椭圆 C 和圆 F 的方程;
- (2)已知过点 A 的直线 l 与椭圆 C 交于另一点 B ,与圆 F 交于另一点 P .请判断是否存在斜率不为 0 的直线 l ,使点 P 恰好为线段 AB 的中点,若存在,求出直线 l 的方程;若不存在,说明理由.

(洞穿高考 2014 版备选题)

相似点:通过研究几何性质将试题的本质化归为中点弦问题,即在椭圆 E :

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 中,如图所示,若直线 $y = kx + m (k \neq 0 \text{ 且 } m \neq 0)$ 与椭圆 E 交于 A, B 两点, P 为弦 AB 的中点,设直线 PO 的斜率为 k_0 ,则 $k_0 k = -\frac{b^2}{a^2}$. **相似度:**90%.



2014 山东文 20

设函数 $f(x) = a \ln x + \frac{x-1}{x+1}$,其中 a 为常数.

- (1)若 $a = 0$,求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;
- (2)讨论函数 $f(x)$ 的单调性.

第五章 函数与导数

核心考点一 含参函数的单调性(区间)与极值、最值

设函数 $f(x) = a \ln x + \frac{2a^2}{x} (a \neq 0)$,讨论函数 $f(x)$ 的单调性.

(2014 版第 72 页例 5.1 变式 1)

相似点:对于含参函数的单调性的讨论:第一步,求函数的定义域;第二步,求导函数;第三步,以导函数的零点存在性进行讨论;第四步,当导函数存在多个零点时,讨论它们的大小关系及与区间的位置关系;第五步,画出导函数的同号函数的草图,从而判断其导函数的符号;第六步,根据第五步的草图列出 $f'(x)$, $f(x)$ 随 x 的变化而变化的情况表,并写出函数的单调区间;第七步,综合上述讨论的情形,完整地写出函数的单调区间. **相似度:**90%.

2014 天津文 19

已知函数 $f(x) = x^2 - \frac{2}{3}ax^3 (a > 0), x \in \mathbf{R}$.

- (1)求 $f(x)$ 的单调区间和极值;
 (2)若对于任意的 $x_1 \in (2, +\infty)$, 都存在 $x_2 \in (1, +\infty)$, 使得 $f(x_1) \cdot f(x_2) = 1$, 求 a 的取值范围.

第五章 函数与导数**核心考点四 不等式恒成立与存在性问题**

已知函数 $f(x) = 2ax^3 - 3ax^2 + 1, g(x) = -\frac{a}{4}x + \frac{3}{2} (a \in \mathbf{R})$.

- (1)当 $a = 1$ 时,求函数 $y = f(x)$ 的单调区间;
 (2)当 $a \leq 0$ 时,若任意给定的 $x_0 \in [0, 2]$, 在区间 $[0, 2]$ 上总存在两个不同的 $x_i (i = 1, 2)$, 使得 $f(x_i) = g(x_0)$ 成立,求 a 的取值范围.

(2014 版第 86 页例 5.16 变式 2)

相似点:求解含参函数的单调区间与极值,函数中的恒成立与存在性的综合问题,求参数的取值范围. **相似度:**95%.

2014 陕西文 21

设函数 $f(x) = \ln x + \frac{m}{x}, m \in \mathbf{R}$.

- (1)当 $m = e$ (e 为自然对数的底数)时,求 $f(x)$ 的极小值;
 (2)讨论函数 $g(x) = f'(x) - \frac{x}{3}$ 零点的个数;
 (3)若对任意 $b > a > 0$, $\frac{f(b) - f(a)}{b - a} < 1$ 恒成立,求 m 的取值范围.

第五章 函数与导数**核心考点二 含参函数在区间上具有单调性、无单调性或存在单调区间,求参数范围**

已知函数 $f(x) = \ln x + \frac{1}{x} + ax (a \text{ 为实数})$.

- (1)当 $a = 0$ 时,求 $f(x)$ 的最小值;
 (2)若 $f(x)$ 在区间 $[2, +\infty)$ 上是单调函数,求 a 的取值范围.

(2014 版第 76 页例 5.7 变式 1)

相似点:求函数的极值与最值,已知函数在某个区间上的单调性求参数的取值范围. **相似度:**95%.

2014 福建文 22

已知函数 $f(x) = e^x - ax (a \text{ 为常数})$ 的图像与 y 轴交于点 A , 曲线 $y = f(x)$ 在点 A 处的切线斜率为 -1 .

- (1)求 a 的值及函数 $f(x)$ 的极值;
 (2)求证:当 $x > 0$ 时, $x^2 < e^x$;
 (3)求证:对任意给定的正数 c , 总存在 x_0 , 使得当 $x \in (x_0, +\infty)$ 时, 恒有 $x < ce^x$.

第五章 函数与导数**核心考点五 利用导数证明不等式**

设函数 $f(x) = x + ax^2 + b \ln x$, 曲线 $y = f(x)$ 过 $P(1, 0)$, 且在 P 点处的切线斜率为 2 .

- (1)求 a, b 的值;
 (2)证明: $f(x) \leq 2x - 2$.

(2014 版第 89 页例 5.18 变式 3)

相似点:利用导数证明不等式,关键是构造函数,有时根据题设直接证明显然难度很大,所以需要将不等式等价转化为较容易证明的结构形式. **相似度:**95%.

2014 重庆文 19 已知函数 $f(x) = \frac{x}{4} + \frac{a}{x} - \ln x - \frac{3}{2}$, 其中 $a \in \mathbf{R}$, 且曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线垂直于直线 $y = \frac{1}{2}x$. (1) 求 a 的值; (2) 求函数 $f(x)$ 的单调区间和极值.	第五章 函数与导数 函数与导数核心预测题 设函数 $f(x) = x - \frac{2}{x} - a \ln x (a \in \mathbf{R})$. (1) 当 $a = 3$ 时, 求 $f(x)$ 的极值; (2) 讨论 $f(x)$ 的单调性. (2014 版第 139 页预测题一)
相似点: 含参函数分类讨论求解单调区间与极值. 相似度: 90%.	
2014 湖南文 16 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = \frac{n^2 + n}{2} (n \in \mathbf{N}^*)$. (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式; (2) 设 $b_n = 2^{a_n} + (-1)^n a_n$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 $2n$ 项和.	第六章 数列与不等式及创新题 核心考点三 数列的前 n 项和 S_n 的求解 已知 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 且 $S_n = 2a_n + n^2 - 3n - 2, n = 1, 2, 3, \dots$. (1) 求证: 数列 $\{a_n - 2n\}$ 为等比数列; (2) 设 $b_n = a_n \cdot \cos n\pi$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 P_n. (2014 版第 107 页例 6.16 变式 2)
相似点: 数列分组求和. 相似度: 95%.	
2014 新课标 I 文 17 已知 $\{a_n\}$ 是递增的等差数列, a_2, a_4 是方程 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 的根. (1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式; (2) 求数列 $\left\{\frac{a_n}{2^n}\right\}$ 的前 n 项和.	第六章 数列与不等式及创新题 核心考点三 数列的前 n 项和 S_n 的求解 已知各项均为正数的数列 $\{a_n\}$ 满足: $a_1 = 1, a_{n+1}^2 - a_n^2 = 2 (n \in \mathbf{N}^*)$. (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式; (2) 求数列 $\left\{\frac{a_n^2}{2^n}\right\}$ 的前 n 项和 S_n. (2014 版第 105 页例 6.14 变式 2)
相似点: 利用错位相减法求解数列的前 n 项和. 相似度: 95%.	
2014 广东文 19 设各项均为正数的数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n, 且 S_n 满足 $S_n^2 - (n^2 + n - 3)S_n - 3(n^2 + n) = 0, n \in \mathbf{N}^*$. (1) 求 a_1 的值; (2) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式; (3) 求证: 对一切正整数 n, 有 $\frac{1}{a_1(a_1+1)} + \frac{1}{a_2(a_2+1)} + \dots + \frac{1}{a_n(a_n+1)} < \frac{1}{3}.$	第六章 数列与不等式及创新题 核心考点四 数列与不等式的综合及创新题 设各项均为正数的数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n, 满足 $4S_n = a_{n+1}^2 - 4n - 1, n \in \mathbf{N}^*$, 且 a_2, a_5, a_{14} 构成等比数列. (1) 证明: $a_2 = \sqrt{4a_1 + 5}$; (2) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式; (3) 证明: 对一切正整数 n, 有 $\frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \dots + \frac{1}{a_{n-1} a_n} < \frac{1}{2}.$ (2014 版第 108 页例 6.17 变式 2)

相似点:考查利用 S_n 与 a_n 的关系求解通项公式,不等式证明问题,对于 $\sum_{i=1}^n a_i < C$ 或 $\sum_{i=1}^n a_i > C$ (C 是常数)的数列不等式的证明,一般考虑对 a_n 进行放缩,目标是变成可求和的情形,通常为可裂项相消或压缩等比的数列. 证明时要注意对照求证的结论,调整和控制放缩的度. 以上两题均转化为压缩等比数列求和. **相似度:**99%.

本书编委会

主 编 张永辉

副主编 余 臣 张宏卫 张喜金 王晓明 董家兴

彭剑平 高艳山 李拴柱 颜亚冰 孙光磊

孟令修 梁雅眉 董安林 安 英 白立星

编 委 徐贵冬 徐宣庆 李 鹏 陈 杰 吉海波

佟宝忠 熊建军 臧敦亮 张胜利 陈汉邦

陈治海 肖贵钧 李小华 樊德国

做最好的高考数学书

——“洞穿高考数学辅导丛书”总序

我一直认为,数学是高考中最难的一科.高考成功一定要经过努力,但努力不一定能成功,选择永远比努力更重要.从最新数学高考的命题特点来看,试题明显从过去单纯地强调简单的观察能力和特殊技巧,转变为现在深刻地强调要把握数学问题的原理及解题的通法通性.于是,打造最好的高考数学书成为时代赋予我们的使命.

笔者出版了多本高考数学专著,历经九载,与国内权威出版社合作,联合打造了中国数学教辅研发品牌——“洞穿高考数学辅导丛书”.本丛书摒弃了目前教辅图书的编写模式,每一个例题、变式题、巩固训练题都经过编者的精心研究,从备战高考的三个复习阶段入手,从不同角度给所有学生全程、全方位的辅导.笔者多年致力于高考数学教学与研究,通过对优秀考生的调查统计,发现大多数考生在复习中经历了一个“发现自我,改造自我,突破自我”的过程,即不知道自己做什么(全面复习)—知道自己做什么(重点突破)—不知道自己不知道什么(冲刺高考)—全知道(决胜高考),而我们寻求的正是这种应对考试的复习之道.

第一轮复习的重点是“三基”训练,目标是全面、扎实、系统、灵活,即夯实基础,全面复习.学生应该重点建构自己的知识体系,弄清高考考什么,怎么考?与第一轮复习配套的用书为《新课标高考数学题型全归纳》,采用“题型+模型”的编写模式.全书以题型(理科 202 个,文科 173 个)为主线,总结了高考所有重要考点和题型的解题思路及科学有效的套路方法.对于重要的题型,我们给出“分析”,引导学生自己找到解题的突破口,还给出“评注”来升华解题方法,从而达到归纳解题方法的目的.有些评注写得入木三分,直接揭示了高考题母题的来源.书中的“模型”部分,更是将许多相关问题一网打尽,使考生能以不变应万变,达到“无招胜有招”的境界.

第二轮复习的重点是专题强化训练,目标在于提高学生解决高考解答题的能力,重点突破.考生要集中练习高考的核心考点,不求面面俱到,但是一定要把重要考点各个击破,真正做到触类旁通、闻一知十.与第二轮复习配套的用书为《30 分钟拿下高考数学选择题、填空题》、《洞穿高考数学解答题核心考点》.这两本辅导书从高考数学选择题、填空题与解答题的实战角度进行编写,对于选择题、填空题,我们的目标是 30 分钟轻取 70 分.《30 分钟拿下高考数学选择题、填空题》一书通过方法篇、题组篇与实战篇的训练,能让考生在考场上高效地解答选择题、填空题;《洞穿高考数学解答题核心考点》一书能帮助考生快速掌握“秒杀”高考解答题的方法与技巧.为了提高考生解决解答题的能力,我们从历年高考真题和众多模拟题中筛选核心考点,归纳总结出各种解题方法和技巧,以求达到口述解答题的从容境界.

经过两轮复习后,很多考生仍然感觉做题时心中没谱,那么,这就需要第三轮复习:模拟、强化.这是第一、二轮复习的提升,不仅要检验对各考点的掌握情况,更重要的是对知识的融会贯通、查漏补缺

缺、答题技巧的训练乃至对学生智能、情感和意志等进行调节. 因此, 我们悉心研发了第三轮复习用书——《高考数学临门一脚(含密押三套卷)》. 本书整合了全国各地权威数学名家的研究成果, 研发出密押三套卷, 将最前沿的考试方向与命题趋势以试卷的形式呈现给大家, 密押试题的考点相互补充, 形成整体, 是一份临考前不可或缺的重要材料, 希望同学们在使用时一定要做到“卷做三遍, 题后三思”.

总之, 这三轮复习用书功能各异, 但合起来又构成一个有机整体. 这就是倾心为你打造的成功计划的三部曲, 按我们的计划, 一步一个脚印, 结果定在掌控中! 希望中国千万名高考考生通过使用这四本书, 考进自己理想的大学, 这是我们最开心、最幸福的事情. 希望大家能从中得到启发, 并肯定我们的成果. 当然, 我们也会继续努力前进, “做最好的高考数学书”是我们不变的信念, 永恒的追求.

为了满足理科和文科考生的学习需要, 上述每一个阶段的复习用书均分为理科版和文科版两个分册, 欢迎广大考生订购. 同时, 第一阶段复习用书《新课标高考数学题型全归纳》还有配套电子课件免费赠送, 为教学提供了便利, 让老师备课变得轻松而高效!

高考长路, 拼搏依旧, 温柔依旧——因为有你相伴!

温家宝同志曾以诗明志, 今天, 我们把这句诗转赠给紧张备考的高三学子, 也送给辛勤教学、默默无闻、无私奉献的高中毕业班园丁们.

“华山再高, 顶有过路.”

张永辉

2014年12月

再版前言

为了满足高三考生的高考数学复习要求,我们专门编写了《新课标高考数学题型全归纳》、《30分钟拿下高考数学选择题、填空题》和《洞穿高考数学解答题核心考点》以及《高考数学临门一脚(含密押三套卷)》作为贯穿高三不同复习阶段的四本辅导丛书。

在高考冲刺阶段时间紧、任务重的情况下,为了帮助同学们赢得时间,快速击破高考的最后壁垒,我们悉心研究了近七年来的高考数学试题,并经过层层筛选,提炼出核心考点,构造常考模型,才有了《洞穿高考数学解答题核心考点》的问世。相信本书在启迪思维、开拓思路、提高应试技巧诸方面将起到良师益友的作用。

本书特点:

1. 内容系统、全面。本书系统介绍了高考数学解答题的七大板块,即三角函数、立体几何、概率统计、解析几何、函数与导数、数列与不等式及创新题、选修内容的命题规律和解题方法,研究并挖掘出重要模型,旨在帮助考生“秒杀”高考解答题,以达到口述解答题的从容境界。

2. 解法快捷。本书针对各种题型均总结出解题方法、规律和技巧(如函数不等式与数列不等式中经典不等式的应用,独特的解题方法会令读者有耳目一新的感觉),这是本书的精华之一。编者以实用性、针对性和高效性为原则,帮助读者掌握解题规律和方法,做到举一反三、触类旁通,大大提高解题能力。

3. 精选典例。本书编者以近七年的高考数学真题和模拟题为素材,通过分析、归纳,遴选出高考解答题七大板块的核心考点(题型)及例题,所选例题极具典型性和代表性。例题及变式题的解答以题型所总结出的“思路提示”的解题方法和规律为指导,体现通解通法,考生可从中体会该题型的解题方法,丰富解题经验。

4. 针对性强。本书在“第一部分”各章节除了设有“核心考点”及其“思路提示”外,还相应地设置了“核心预测题”。编者将近几年高考试题和模拟题中的相关问题收集到一起提供给读者,以求快速掌握高考命题思路和解题方法。其中在2010—2014年高考试题中,众多省(市)的高考题被直接命中。

本书适合参加高考的文科考生在第二轮复习时研读,也可作为高中数学教师的教学参考资料。编者相信,书中所总结的解题方法对读者提高解题能力一定有所帮助,所以本书不仅是广大考生的良师益友,也是教师的得力助手。

编者虽倾心倾力,但能力有限,若有疏漏和不妥之处,敬请广大读者和数学同行指正。

愿此书伴随莘莘学子步入理想的大学!

张永辉

2014年12月于北京

目 录

第一部分 解答题核心考点及核心预测题

第一章 三角函数	2
核心考点一 三角函数的图像和性质	2
核心考点二 解三角形	9
三角函数核心预测题	13
第二章 立体几何	18
核心考点一 空间中平行与垂直的位置关系	18
核心考点二 空间角及空间距离的计算	30
立体几何核心预测题	37
第三章 统计、统计案例、概率	41
核心考点一 统计基础及统计案例	41
核心考点二 概率基础	49
核心考点三 统计与概率的综合应用	55
统计、统计案例、概率核心预测题	59
第四章 解析几何	65
核心考点一 求椭圆标准方程的方法	65
核心考点二 定点、定值问题	69
核心考点三 解析几何中的最值及范围问题	81
解析几何核心预测题	88
第五章 函数与导数	94
核心考点一 含参函数的单调性(区间)、极值与最值	94
核心考点二 含参函数在区间上具有单调性、无单调性或存在单调区间,求参数范围	100
核心考点三 方程解(函数零点)的个数问题	104
核心考点四 不等式恒成立与存在性问题	107
核心考点五 利用导数证明不等式	115
函数与导数核心预测题	119

第六章 数列、不等式和创新题	125
核心考点一 等差数列等比数列的综合	125
核心考点二 数列的通项公式 a_n 与前 n 项和公式 S_n 的求解	131
核心考点三 数列与不等式的综合及创新题	138
数列与不等式及创新题核心预测题	148
第七章 选修内容	153
几何证明选讲(选修 4-1)	153
核心考点一 相似三角形及射影定理	153
核心考点二 与圆有关的性质及定理	159
坐标系与参数方程(选修 4-4)	166
核心考点三 参数方程与普通方程、极坐标系与直角坐标系的互化	166
核心考点四 参数方程中参数的几何意义	172
不等式选讲(选修 4-5)	174
核心考点五 含绝对值不等式及其解法	174
核心考点六 基本不等式,柯西不等式的应用	178
核心考点七 不等式证明的几种方法	180
选修内容核心预测题	182

第二部分 变式题与核心预测题参考答案

第一章 三角函数变式题及核心预测题参考答案	189
第二章 立体几何变式题及核心预测题参考答案	196
第三章 统计、统计案例、概率变式题及核心预测题参考答案	207
第四章 解析几何变式题及核心预测题参考答案	215
第五章 函数与导数变式题及核心预测题参考答案	231
第六章 数列、不等式和创新题变式题及核心预测题参考答案	248
第七章 选修内容变式题及核心预测题参考答案	264