



当代
杰出青年
科学文库

流动与传热数值计算

——若干问题的研究与探讨

宇波 著



科学出版社

当代杰出青年科学文库

流动与传热数值计算

——若干问题的研究与探讨

宇 波 著

科 学 出 版 社

北 京

内 容 简 介

本书介绍了笔者近十年教学和科研中积累的对流动与传热数值计算若干问题的一些认识,包括网格生成、方程离散、格式性质、多重网格、收敛准则和 POD 低阶模型等。

本书适用于高等院校和科研单位的研究生、工程技术人员和研究人员,也可作为能源动力、石油化工等相关专业的计算流体力学与传热学课程的参考用书。

图书在版编目(CIP)数据

流动与传热数值计算:若干问题的研究与探讨/宇波著. —北京:科学出版社,2015.9

(当代杰出青年科学文库)

ISBN 978-7-03-045599-9

I. ①流… II. ①宇… III. ①流体力学-数值计算②传热-数值计算
IV. ①O52②TK124

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 209883 号

责任编辑:万群霞 乔丽维 / 责任校对:桂伟利

责任印制:张 倩 / 封面设计:陈 敬

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

北京通州皇家印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2015 年 9 月第 一 版 开本:720×1000 1/16

2015 年 9 月第一次印刷 印张:13 1/2

字数:265 000

定价:88.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

序

中国石油大学(北京)的宇波教授,十余年来潜心钻研传热与流动的数值模拟方法及其应用,在讲授《数值传热学》课程的同时,对数值方法的本身做了许多有益的改进与发展,遂总结成这本书。我有幸参与了其中部分问题研究过程中的讨论,宇波教授也曾在我的研究组做过5年多的研究,对他的为人治学印象深刻,于是当宇波教授嘱我写序时,我就不揣冒昧欣然命笔了。

我在通读全书后,发现该书有以下三个特点。

(1) 从数值模拟的全过程看,内容相对完整全面。宇波教授在十余年的研究中,从通用控制方程的改进、非结构化网格铺切法的完善,对流项离散格式的性质分析、求解代数方程的多重网格方法使用中的注意事宜,一直到数值解迭代求解的收敛标准和分析误差的基准解,都有自己独到的见解与发展。就通用控制方程的改进而言,宇波教授所提出的改进形式将几十年来在传热与流动数值模拟中曾经广泛采用的形式中存在的困惑一扫而光,我在自己的研究生教育及计算程序中已加以采用,效果良好。且该书所介绍的内容大都是作者自己的研究成果,这是相当难能可贵的。

(2) 注意将新方法应用于工程实际问题的求解。对工程技术领域的研究者来说,数值方法只是我们解决问题的一种有力工具,最好的方法如果不与实际工程问题的求解相结合就失去了它的意义。目前,将传热与流动数值模拟结果直接应用于现场生产的指导存在一个根本的问题就是数值模拟所费的时间远远高于在线指导所允许的时间,解决这个矛盾的一种有效方法就是采用数学中的最佳正交分解方法(POD)。通俗地说,这种方法是通过预先离线计算实际问题中可能遇到的多种工况的速度场与温度场,利用数学方法从大量计算结果的样本中提炼出满足最小二乘意义上的最优基函数,通过基函数的线性组合可以迅速预测某个计算工况的速度场与温度场,从而满足在线指导生产过程的需要。该书对POD方法做了基本的介绍,然后对将POD方法应用于导热和对流问题中存在的问题做了有效地改进。

(3) 适合我国能源等相关学科的研究生教育。在该书的附录中给出了全书各

章的随堂测试题,这是宇波教授教学经验的结晶,对其他教师会有很好的参考价值,也为读者检测自己掌握的程度提供了一种方法。

我在高兴地看到我国传热与流动的数值模拟方法得到普遍使用和重视的同时,也注意到了一种“泛化”的倾向:只注重机械地使用商业软件(只要选择方法与模型,启动开关,就能得出结果)而轻视对基本数值方法及其物理意义的学习和理解。如果我们的学生,特别是研究生只是会使用这些软件(绝大部分是国外开发的软件),而不注重对方法本身的理解与研究,那么我们国家的研究生水平最多只能是二流的。我高兴地看到有一批像宇波教授那样的学者,仍然在数值方法的领域不断耕耘,并及时写出总结,既促进了学科的发展,也有利于研究生的学习,这是值得称道的。

该书虽然不是长篇巨著,但从上面所说的3个特点可以看出,对我国广大的读者而言,只要具备关于流动与传热数值模拟的基本知识,阅读本书就一定能够收到事半功倍的效果,这对促进我国流动与传热过程的数值求解乃至物理问题的数值求解及其应用事业的发展会起到重要的作用。

西安交通大学教授

中国科学院院士



2015年8月于西安

前 言

理论分析、实验研究和数值模拟是当代科学研究相辅相成的三大手段,在流动与传热的研究方面也不例外。流动与传热的数值计算作为多学科的交叉,在探索未知领域、促进科技发展和保障国防安全等方面具有不可替代的作用。本书主要总结了笔者从2005年4月至今在中国石油大学(北京)讲授《数值传热学》的一些教学心得及若干科研成果,希望能给读者提供一些参考。

本书共6章,前五章主要讨论流动与传热数值计算的主流方法之一——有限容积法,具体内容如下。第1章讲述生成非结构化四边形网格的铺砌法,主要包括对传统铺砌法不足的分析及在此基础上提出的改进技术;第2章主要围绕方程离散过程中的若干问题进行研究,包括通用控制方程的形式、圆柱坐标和极坐标下导热方程的离散、非结构化网格的计算性能、附加源项法和动量插值方法的实施等;第3章主要讨论非稳态离散方程的相容性和稳定性、对流扩散方程的守恒性与非守恒性及有界格式的稳定性和计算精度与效率问题;第4章主要对几何多重网格和代数多重网格方法的实施及其中涉及的若干关键问题进行研讨;第5章提出一种基于规正余量的收敛标准,并给出规则区域和非规则区域上若干问题的基准解;第6章主要探讨在直角坐标系和贴体坐标系下导热和对流换热问题的POD-Galerkin低阶模型。此外,本书附录还给出了笔者教学中设计的随堂测试题及编程训练题。

能够完成此书,首先要感谢我的恩师——西安交通大学陶文铨院士二十年来对我的循循引领和悉心指导,正是他的知遇之恩、提携之情和鼓励之意鞭策我在流动与传热数值计算的领域里不断前行。我还要感谢这些年与我合作过并对我多有指导和帮助的美国宾夕法尼亚大学Churchill院士、日本九州大学尾添絃之教授与日本东京理科大学川口靖夫教授等。当然,我还要感谢我的研究生王艺(现在的同事)、李旺、禹国军、王敏、李瑞龙、韩东旭、王鹏、赵宇、刘人玮、李敬法、张文华、汤雅雯和章涛等对本书的帮助。最后,我要深深地感谢我的夫人张萍女士。结婚十八年以来,她一直默默地承担几乎所有家务,孝敬老人,教育子女,构筑了一个温暖的家,成为我安心研究最坚实的后盾。

本人的研究工作一直得到国家自然科学基金委的大力支持,特别感谢国家杰

出青年科学基金项目(项目编号:51325603)和国家自然科学基金重点项目(项目编号:51134006)的资助。同时感谢中国石油大学(北京)2012年“研究生教育质量与创新工程”项目的支持。

不才学识浅陋,难免会有不足,望读者不吝批评指正,在此深表谢意!

宇 波

2015年5月

于中国石油大学(北京)

Email:yubobox@vip.163.com

目 录

序

前言

第 1 章 非结构化四边形网格铺砌法	1
1.1 非结构化四边形网格生成技术概述	1
1.1.1 间接法	1
1.1.2 直接法	2
1.2 改进的非结构化四边形网格铺砌法	3
1.2.1 传统铺砌法的基本原理	3
1.2.2 传统铺砌法的实施步骤	3
1.2.3 改进铺砌法的步骤及关键技术	9
1.3 改进的铺砌法实例及性能分析	19
1.3.1 网格生成实例	19
1.3.2 算法性能分析	21
1.4 小结	24
参考文献	24
第 2 章 控制方程的离散	27
2.1 通用控制方程	27
2.1.1 现有通用控制方程的局限性分析	28
2.1.2 通用控制方程的新形式	28
2.1.3 物理问题与结果分析	29
2.2 基于局部解析解的圆柱坐标系导热方程的离散	32
2.2.1 基于局部解析解的圆柱坐标系导热方程的离散	32
2.2.2 物理问题与结果分析	36
2.3 坐标变换思想在圆柱坐标系和球坐标系导热方程中的应用	38
2.3.1 基于坐标变换的圆柱坐标系导热型方程及其离散	38
2.3.2 基于坐标变换的球坐标系导热型方程及其离散	39
2.3.3 物理问题与结果分析	40
2.4 非结构化三角形网格内外节点布置方式比较研究	42
2.4.1 非结构化三角形网格内外节点布置方式比较	43
2.4.2 物理问题与结果分析	46

2.5	非结构化三角形和四边形网格内节点法计算性能研究	49
2.5.1	计算精度和收敛速度的理论分析	50
2.5.2	物理问题与结果分析	51
2.6	二维圆柱坐标系下对流扩散方程的非结构化网格离散方法	53
2.6.1	圆柱坐标系下三角形网格界面面积矢量及控制容积计算方法	53
2.6.2	物理问题与结果分析	57
2.7	实施边界条件的二阶附加源项法	59
2.7.1	附加源项法的实施方法	59
2.7.2	物理问题与结果分析	61
2.8	与时间步长无关的动量插值方法	63
2.8.1	Rhie-Chow 动量插值	63
2.8.2	Choi 动量插值	66
2.8.3	与时间步长无关的动量插值	66
2.8.4	物理问题与结果分析	68
2.9	小结	69
	参考文献	70
第3章	离散方程与对流差分格式的性质	73
3.1	边界和物性参数显式处理引起的相容性问题	73
3.1.1	内点采用隐式格式、边界显式处理的相容性分析	73
3.1.2	待求变量采用隐式格式、物性采用显式更新的相容性分析	74
3.1.3	物理问题与结果分析	75
3.2	守恒型与非守恒型方程离散计算性能对比	77
3.2.1	计算精度对比	77
3.2.2	稳定性对比	78
3.2.3	计算效率及稳健性对比	80
3.3	有界格式的稳定性、截差精度与计算效率	80
3.3.1	有界格式的稳定性证明	81
3.3.2	有界格式的截差精度	85
3.3.3	有界格式的计算效率	89
3.4	小结	90
	参考文献	90
第4章	多重网格方法	92
4.1	几何多重网格实施步骤及注意事项	92
4.1.1	几何多重网格的实施步骤	92
4.1.2	几何多重网格实施中的注意事项	95

4.2 CS 格式余量限定算子构建的守恒原理	96
4.2.1 问题的提出	96
4.2.2 积分型和微分型离散方程最优余量限定算子	98
4.2.3 满足能量不平衡量等量传递的余量限定算子	100
4.3 求解非线性问题的多重网格延拓松弛方法	100
4.3.1 多重网格延拓松弛方法	100
4.3.2 物理问题与结果分析	101
4.4 代数多重网格简介及注意事项	104
4.4.1 代数多重网格与几何多重网格的区别	104
4.4.2 代数多重网格的实施步骤	104
4.4.3 代数多重网格实施中的注意事项	106
4.5 基于局部信息优先原则的网格粗化策略	109
4.5.1 经典网格粗化策略的不足	109
4.5.2 基于局部信息优先原则的网格粗化策略	111
4.5.3 物理问题与结果分析	113
4.6 小结	117
参考文献	118
第 5 章 收敛标准和基准解	121
5.1 基于规正余量的收敛标准	121
5.1.1 影响余量大小的因素分析	121
5.1.2 基于规正余量的收敛标准	124
5.1.3 物理问题与结果分析	125
5.2 规则计算区域上若干流动与传热问题的基准解	130
5.2.1 物理问题与计算条件	131
5.2.2 基准解	133
5.3 非规则计算区域上若干流动与传热问题的基准解	143
5.3.1 物理问题与计算条件	144
5.3.2 基准解	145
5.4 小结	151
参考文献	151
第 6 章 POD 低阶模型及其应用	153
6.1 POD 简介	153
6.1.1 POD 基函数	153
6.1.2 样本矩阵	156
6.1.3 谱系数	156

6.2	导热 POD-Galerkin 低阶模型	157
6.2.1	直角坐标下导热 POD-Galerkin 低阶模型	157
6.2.2	基于贴体坐标的导热 POD-Galerkin 低阶模型	169
6.3	对流换热 POD-Galerkin 低阶模型	175
6.3.1	直角坐标下的对流换热 POD-Galerkin 低阶模型	175
6.3.2	基于贴体坐标的对流换热 POD-Galerkin 低阶模型	180
6.4	小结	188
	参考文献	189
附录		191
附录 1 随堂测试题		191
附录 1.1	控制方程、边界条件及计算区域的离散	191
附录 1.2	离散方程的误差与物理特性	193
附录 1.3	扩散方程的离散	194
附录 1.4	对流扩散方程的离散	195
附录 1.5	压力速度耦合求解算法	198
附录 1.6	离散方程的求解	198
附录 1.7	贴体坐标与非结构化网格	199
附录 2 编程训练题及要求		200
附录 2.1	编程训练题	200
附录 2.2	编程训练要求	203
附录 2.3	编程训练答辩要求	203

第 1 章 非结构化四边形网格铺砌法

网格的合理设计和高质量生成是进行数值模拟的前提条件,也是影响后续数值计算效率和计算结果精度的决定性因素之一^[1,2]。随着工程实际问题所涉及的计算区域趋向复杂化和不规则化,如何提高网格对复杂几何形状的计算区域的适应能力和灵活性,同时减少网格生成过程中的人工工作量,对数值传热学和计算流体力学的进一步推广应用具有非常重要的意义^[3]。非结构化四边形网格相对于非结构化三角形网格具有更好的性能,因而越来越受到重视。本章首先简要介绍非结构化四边形网格生成技术,尤其是目前普遍采用的铺砌法,然后详细阐述笔者对传统铺砌法中网格尺寸的控制和交叉情况判断及处理所做的改进工作。

1.1 非结构化四边形网格生成技术概述

依据网格节点的几何拓扑关系,流动与传热数值计算常用的网格可分为结构化网格与非结构化网格。与结构化网格相比,非结构化网格因其具有节点几何拓扑关系灵活、便于控制网格尺寸分布、易于实现局部加密和自适应处理等优点,更适用于复杂不规则区域的网格剖分。

在二维非结构化网格自动生成的研究中,应用最为广泛的两类网格是三角形网格和四边形网格。目前,三角形网格的生成技术已趋于成熟,而四边形网格的自动生成技术还不够完善,而且研究人员一般认为,在网格数目相同的情况下,高质量四边形网格的计算精度和效率要优于三角形网格^[4,5],Yu 等^[6]从误差分析的角度给出了三角形网格和四边形网格在获得相同计算精度时二者网格数的定量关系,基于收敛过程的本质,提出网格尺寸是影响收敛速度的主要因素。研究结果表明,四边形网格在计算精度和收敛速度方面均优于三角形网格。因此,对复杂不规则区域快速生成高质量的非结构化四边形网格已成为非结构化网格生成技术研究领域中的热点和难点。

自 20 世纪 80 年代以来,经过 30 余年的发展,非结构化四边形网格生成技术已经取得了长足的进步,国内外研究人员提出了多种不同的方法进行网格剖分,一般来说,这些方法可以分为间接法和直接法两大类。

1.1.1 间接法

当采用间接法进行非结构化四边形网格生成时,计算区域首先用三角形网格

进行离散,之后再通过不同的方法将三角形网格转化成四边形网格。Lo^[7]提出了一种通过删除相邻三角形网格的公共边从而生成四边形网格的算法,这种方法实施较为简便,但无法保证所有三角形网格都能转化成四边形网格。在此基础上, Lee 和 Lo^[8]提出了针对 Lo^[7] 先前算法的改进方法,引入了局部三角形网格分裂和交换的操作,避免了残余三角形网格的出现。类似地,将三角形网格转化为全四边形网格的算法也被 Johnston 等^[9]所提出。此外, Zhu 等^[10]提出了一种前沿推进的间接算法,在推进前沿的同时将两个三角形网格合并生成一个四边形网格。Petersen^[11]和 Merhof 等^[12]还分别提出了基于网格分级和区域分块思想的非结构化四边形网格间接生成算法。

采用间接法时,四边形网格在已生成的三角形网格上获得,可以实现较好的网格尺寸控制,并且由于三角形网格生成技术已非常成熟,使得间接法的健壮性很令人满意。但通过间接法得到的四边形网格和直接法生成的网格相比,质量普遍较差,这也使得间接法不如直接法应用广泛。

1.1.2 直接法

直接法是对计算区域直接生成四边形网格而不预先生成三角形网格的算法,一般可归为两类。第一类方法称为“区域分解法”(domain decomposition method),这类方法通过一定的规则将计算区域逐级细分至简单区域从而生成四边形网格, Baehmann 等^[13]、Talbert 和 Parkinson^[14]、Tam 和 Armstrong^[15]及 Joe^[16]分别提出了具有代表性的此类算法。这类方法通过区域递归分解可以提高网格的生成速度,但健壮性和边界附近的网格质量都不理想。

第二类方法称为“前沿推进法”(advancing front method),这类方法是从布置在计算区域边界上的初始节点开始生成新网格,逐渐向区域内部推进直至整个区域都被四边形网格铺满。Zhu 等^[10]较早开始了这方面的工作,之后 Blacker 和 Stephenson^[17]提出了名为“铺砌法”(paving method)的算法,该方法是从计算区域的外部向内部逐行生成四边形网格,直至整个区域被离散完毕。铺砌法具有生成网格边界吻合性好、不规则节点数量少、网格间拓扑关系稳定等优良特性^[17],在提出后得到了广泛的重视和应用。

然而,传统的铺砌法同样存在一些不足之处。由于缺乏明确数学理论的支持,铺砌法在生成非结构化四边形网格的过程中不可避免地会遇到网格重叠或网格边距离过近的情况,传统方法在处理这些情况时,需要遍历所有的网格生成边,所以计算效率较低。另外,对于不同边界初始节点密度相差很大的情况,如何保证网格尺寸的均匀过渡也是铺砌法面临的一大难题。尽管很多研究人员都对上述两个问题提出了自己的解决办法,但大部分方法都有其自身的局限性。由此看来,开发可靠的高质量非结构化四边形网格生成方法仍是一项具有挑战性的课题^[18]。

由上述可见,在控制网格整体尺寸分布和高效交叉判断处理等方面,传统的铺砌法还存在较大的改进空间。笔者提出了不同于以往研究者的改进思路和实施方法^[19,20],实现了复杂计算区域的高质量非结构化四边形网格剖分,下面对这一工作予以介绍。

1.2 改进的非结构化四边形网格铺砌法

1.2.1 传统铺砌法的基本原理

铺砌法是一种直接生成非结构化四边形网格的前沿推进法,该算法具体实施时不必事先生成三角形网格或在计算区域内部布置节点,而是根据固定边界上初始离散节点的位置直接生成四边形网格单元,向计算区域内部层层推进,直至整个区域被四边形网格填满,如图 1.2.1 所示。

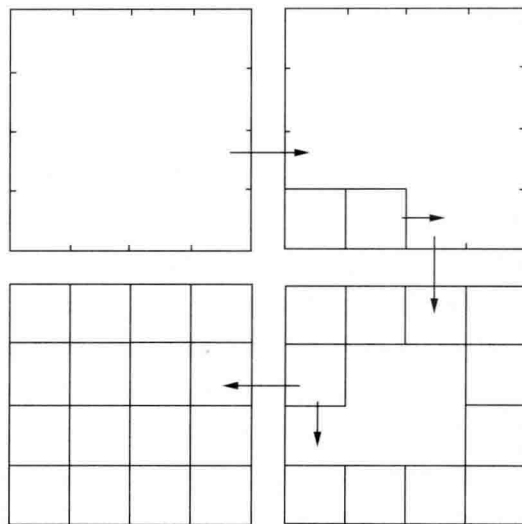


图 1.2.1 铺砌法生成网格基本过程

1.2.2 传统铺砌法的实施步骤

由于缺乏数学理论的支持,加上非结构化四边形网格自身复杂的拓扑特性,铺砌法采取了一系列严格控制的步骤来保证网格生成的质量和整个过程的稳定性,在详细阐述铺砌法具体的实施步骤前,有必要对其中涉及的特定术语及注意事项进行简要介绍。

在采用铺砌法生成非结构化四边形网格前,首先要确定计算区域固定边界数量和其上固定节点的几何位置信息。若计算区域为单连通区域,则只有一条固定边界;若计算区域为多连通区域,则存在多条边界,并且可以根据各边界的相对位置进一步将其划分为内部固定边界和外部固定边界,如图 1.2.2 所示。一旦初始的固定边界确定,在整个非结构化四边形网格生成过程中,固定边界上节点的位置和彼此间的连通关系均保持不变。

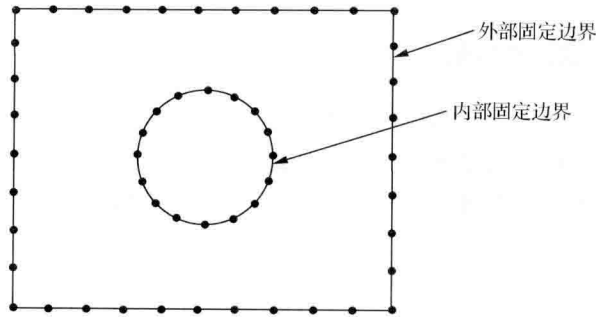


图 1.2.2 边界分类

对于某一计算区域,一般只有一条外部固定边界,内部固定边界可以有多条,为了保证网格生成过程的顺利进行,固定边界上的节点之间不能交叉并且每条边界要完全封闭。外部固定边界上的节点一般按照逆时针方向布置,而内部固定边界上的节点一般按照顺时针方向布置,并且所有的内部固定边界都要在外部固定边界内闭合,各固定边界彼此之间也不能存在任何交叉的情况。

在实际的网格生成过程中,算法操作的是铺砌边界,铺砌边界的形状随着网格的生成而不断变化,初始的铺砌边界也就是最初的固定边界,随着非结构化网格不断生成,铺砌边界就会逐渐远离其自身所在的固定边界。和固定边界类似,铺砌边界也分为内部铺砌边界和外部铺砌边界,外部铺砌边界从外部固定边界出发,沿逆时针方向在其上生成网格,而内部铺砌边界从内部固定边界出发,沿顺时针方向在其上生成网格。

在各个边界上的节点也可以根据其所在边界的性质进行分类,固定边界上的节点通常称为固定节点,铺砌边界上的节点则称为动态生成节点,每个铺砌边界上的节点都有一个内角值,这个内角是由连接当前节点和其前后两个节点的两条线段所构成的,如图 1.2.3 所示。此外,应注意生成全四边形的计算网格时需保证每条铺砌边界上的网格节点数都必须为偶数。

在熟悉铺砌法的基本术语后,下面将对铺砌法的主要实施步骤作进一步的介绍。

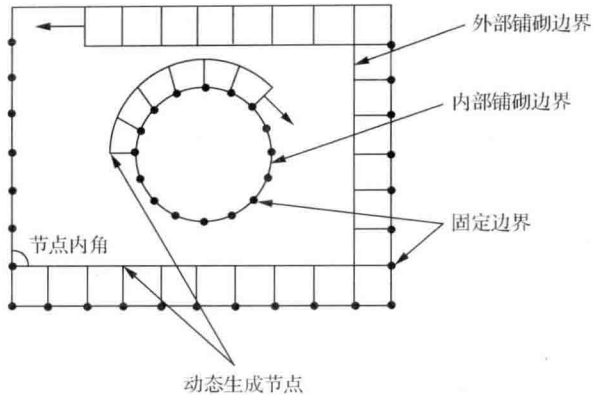


图 1.2.3 节点及其内角

1) 输入初始条件

需要输入的初始条件主要包括内外固定边界的数量,各个边界的尺寸或形状,各个边界上所要布置的固定节点数量、密度及方式。

2) 离散固定边界

根据输入的初始条件,在各个固定边界上生成初始固定节点,并储存各固定节点的编号和坐标信息。这些节点的坐标位置和彼此间的连通关系在网格生成的整个过程中都不会改变。常用的布置固定节点的方法主要有均匀布点法和非均匀布点法两种。

(1) 均匀布点法主要适用于不需要进行局部加密的网格生成情况,生成的各个网格尺寸基本相同。布点时某一边界上的应布点数 N 将边界长度 L 分为 $N-1$ 份,步长即为 $\frac{L}{N-1}$,所有节点在该边界上均匀分布。

(2) 非均匀布点法主要适用于需要进行局部加密的网格生成情况,这在实际问题中更为常见,例如,数值模拟埋地热油管道的热力影响区域时,距离管壁较近的土壤温度梯度较大,要求的计算精度相对于其他区域也就更高,所以管道附近的土壤区域网格布置得要更细密一些,这时需要采用等差法或等比法进行非均匀布点。

3) 网格生成边的分类与选取

如图 1.2.4 所示,在生成新网格前,每一段铺砌边界上的网格生成边通常根据 Owen 等^[21]提出的 Q-Morph 法中的标准进行分类和状态值标定。网格生成边的状态值取决于其首末两个网格节点的内角值,并会决定接下来该条边采取何种方式生成新网格。

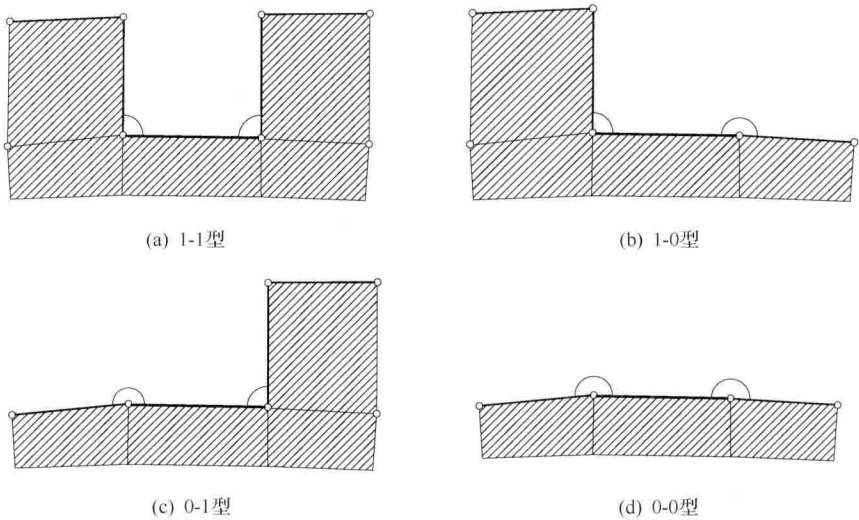


图 1.2.4 网格生成边的分类

4) 新网格生成

在新网格生成前,新节点会首先生成。新节点是由铺砌边界上的网格节点生成的,一般以相邻三点为基础,并以一定的角度和方向在目标区域内部投射而成。由于区域形状的不规则性,节点的内角值会存在比较大的差异,不同的内角值对应于不同的新节点生成算法,所以首先要进行节点的角度计算与分类。

假设新节点的生成是以当前边界上相邻的三点 N_{i-1} 、 N_i 、 N_{i+1} 为基础进行的,令节点 N_i 的内角为 α , 节点 N_{i-1} 到节点 N_i 的距离为 d_1 , 节点 N_i 到 N_{i+1} 的距离为 d_2 , 则利用余弦定理计算出 N_i 的内角值 α 后,通常采用下面的方法对节点进行分类^[17]: ①终止节点 $0^\circ < \alpha \leq 135^\circ$; ②边界节点 $135^\circ < \alpha \leq 225^\circ$; ③角节点 $225^\circ < \alpha \leq 315^\circ$; ④转节点 $315^\circ < \alpha \leq 360^\circ$ 。

分类完毕后,针对不同类型的节点采取相应的算法生成新节点,具体步骤可采用传统铺砌法^[17]或 Q-Morph 法^[21]中的步骤,图 1.2.5(a)~图 1.2.5(d) 依次表示终止节点、边界节点、角节点和转节点生成新节点的方法,下面就对这四种情况逐一进行简单介绍。

(1) 终止节点生成新节点。

由于终止节点本身内角值较小,如果以其为基点生成新节点,很有可能会出现小角度情况,给后续处理带来麻烦,所以一般采用的做法是遇到终止节点不生成新节点而是直接连接已经存在的两个节点形成一个四边形单元。如图 1.2.5(a) 所示, N_i 为一终止节点, N_{i-1} 和 N_{i+1} 分别为 N_i 的前一节点和后一节点,直接连接 N_{i-1} 生成的新节点 N_j 与 N_{i+1} 即可封闭形成一个新的四边形单元。