高中物理竞赛

全解题库

主 编 朱建廉 陈连余

南京大学出版社

高中物理竞赛全解题库

主 编 朱建廉 陈连余

南京大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

高中物理竞赛全解题库/朱建廉,陈连余主编. —南京:南京大学出版社,2010.6

ISBN 978-7-305-06850-8

Ⅰ.①高… Ⅱ.①朱… ②陈… Ⅲ.①物理课—高中—解题 Ⅳ.①G634.75

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 049855 号

出 版 者 南京大学出版社
社　　址 南京市汉口路 22 号　　邮　　编 210093
网　　址 http://www.NjupCo.com
出 版 人 左 健

书　　名 高中物理竞赛全解题库
主　　编 朱建廉 陈连余
责任编辑 孟庆生　　编辑热线 025-83593947
审读编辑 胡申生

照　　排 南京南琳图文制作有限公司
印　　刷 南通印刷总厂有限公司
开　　本 787×1092 1/16 印张 26.75 字数 668 千
版　　次 2010 年 6 月第 1 版 2010 年 6 月第 1 次印刷
ISBN 978-7-305-06850-8
定　　价 48.00 元

发行热线 025-83594756
电子邮箱 Press@NjupCo.com
Sales@NjupCo.com(市场部)

* 版权所有,侵权必究
* 凡购买南大版图书,如有印装质量问题,请与所购图书销售部门联系调换

声明:本社正版图书已贴有数码防伪标志,欢迎拨打免费电话查询。
如未贴防伪标志均系盗版图书,欢迎举报!

编委会

编委成员　丁　萍　冯惠愚　陶兆龙　李跃学　戴　喜　翁德强
吴祥华　殷　涛　凌惠明　朱　骏　蔡　欣　王丙风
朱建廉　陈连余　邢　标　朱　焱　吴兴国　张玉元
陈立其　徐　锐　黄皓燕　夏广平　邱会明　崔卫国
刘江田　张培成　陈　懿　陈　益　冯建农　龚国祥
诸全头　吴名胜　张永辉　邱　荣　戴建良

本册主编　朱建廉　陈连余

本册作者　邢　标　朱　焱　吴兴国　张玉元　陈立其　陈连余
徐　锐　黄皓燕　夏广平　邱会明　朱建廉　崔卫国

前言

自1984年开展的全国中学生物理竞赛活动以来，高中物理教育对于激发高中生学习物理的热情及在物理学习中启迪学生的思维等，均产生了积极的影响。无论是关注着中学生物理竞赛的高中物理教师，还是有志于参与中学生物理竞赛的高中学生，拥有一册针对高中物理竞赛习题的指导用书，是一种非常现实而强烈的共同愿望。为了满足广大师生的这一需求，我们编写了这册《高中物理竞赛全解题库》。根据《全国中学生物理竞赛内容提要》，兼顾高中阶段物理学科的教学要求，把全书分为17个专题，每个专题设置了"赛点追踪""例题全解""关键点拨""竞赛练习"和"答案全解"等5个栏目。其中"赛点追踪"概括呈现专题的知识概要；"例题全解"精选典型例题实施分析解答示范；"关键点拨"扼要指明相应专题问题解决的要点；"竞赛练习"针对全国中学生物理竞赛中的"预赛"和"复赛"分别组织了一定数量的训练习题；"答案全解"对所有训练习题给出全解分析。

为了确保本书实用性和针对性特色，我们在编写过程中特别关注"预复赛题的分离""高考试题的渗透""解题过程的示范""解题策略的指导""思维品质的构建""思想方法的提炼"等因素，力求对本书的使用者有实效性启迪。

本书的编写者都是长期工作在高中物理教学第一线、长期从事高中物理竞赛辅导工作、分别获得高级或中级教练员资格的老师，多人次因为高中物理竞赛辅导工作成绩优异而荣获由全国中学生物理竞赛委员会颁发的优秀教练员奖。他们分别是：邢标（专题1、专题10）、朱焱（专题2、专题12）、吴兴国（专题3、专题13）、张玉元（专题4、专题14）、陈立其（专题5）、陈连余（专题6、专题15）、徐锐（专题7）、黄皓燕（专题8）、夏广平（专题9）、邱会明（专题11）、朱建廉（专题16）、崔卫国（专题17）。朱建廉、陈连余两位老师负责全书的统稿工作。

本书出现疏漏在所难免，热诚希望使用者尤其是从事高中物理教学、物理竞赛辅导的专业工作者能够为我们指正，以便使该书进一步完善。

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

目 录

专题1 运动学

赛点追踪

1. 参照系、位置坐标

研究物体的运动必须首先确定物体的位置，位置的确定与参考系有关，选择某个假想是静止的物体为参考，建立坐标系. 物体任意时刻的位置 A 可表达为

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)$$

或

$$x=x(t),$$
$$y=y(t),$$
$$z=z(t).$$

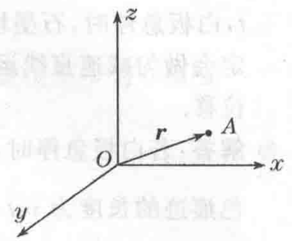

图 1-1

自然界中运动是绝对的，而静止是相对的，所以运动的描述是相对的.

2. 直线运动和平面曲线运动

(1) 匀变速直线运动，运动规律为

$$v_t=v_0+at,$$
$$s=v_0t+at^2/2,$$
$$v_t^2-v_0^2=2as.$$

(2) 斜抛运动，运动规律为

$$v_x=v_0\cos\varphi, v_y=v_0\sin\varphi-gt.$$
$$x=v_0\cos\varphi t, y=v_0\sin\varphi t-gt^2/2.$$

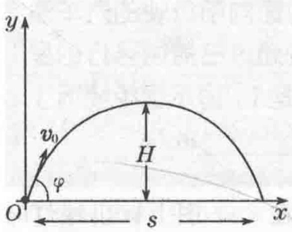

图 1-2

轨道方程

$$y=-\frac{gx^2}{2v_0^2\cos^2\varphi}+x\tan\varphi,$$

水平射程和射高为

$$s=\frac{v_0^2\sin 2\varphi}{g}, H=\frac{v_0^2\sin^2\varphi}{2g}.$$

3. 关联速度

关联速度就是两个速度通过某种方式联系起来. 比如一根杆上的两个速度通过杆发生联系，一根绳两端的速度通过绳发生联系. 杆(或张紧的绳)上各点沿杆(或张紧的绳)方向的速度分量相同. 如果杆(或张紧的绳)围绕某一点转动，那么杆(或张紧的绳)上各点相对转动轴的角速度相同.

例题全解

例 1 (第 26 届预赛题)一块足够长的白板，位于水平桌面上，处于静止状态. 一石墨块(可视为质点)静止在白板上. 石墨块与白板间有摩擦，滑动摩擦因数为 μ. 突然，使白板以恒定的速度 v_0 做匀速直线运动，石墨块将在板上划下黑色痕迹. 经过某一时间 t，令白板突然

停下,以后不再运动.在最后石墨块也不再运动时,白板上黑色痕迹的长度可能是(已知重力加速度为 g,不计石墨与板摩擦划痕过程中损失的质量)　　(　　)

A. $\dfrac{v_0^2}{2\mu g}$　　B. $v_0 t$　　C. $v_0 t-\dfrac{1}{2}\mu g t^2$　　D. $\dfrac{v_0^2}{\mu g}$

● **分析**:白板以恒定速度 v_0 做匀速直线运动时,石墨块将会做匀加速直线运动.经过某一时间 t,白板急停时,石墨块的速度可能达到速度 v_0,也可能小于 v_0.但是,白板急停时,石墨块一定会做匀减速直线运动.石墨块在板上黑色痕迹的长度就是从开始到最后与白板上的相对位移.

● **解答**:若白板急停时,石墨块的速度未能达到速度 v_0,则其速度应为 $\mu g t$.此过程中白板上黑色痕迹的长度为 $v_0 t-\dfrac{1}{2}\mu g t^2$.白板急停后,石墨块继续做减速运动,直至停止,运动位移为 $\dfrac{(\mu g t)^2}{2\mu g}=\dfrac{\mu g t^2}{2}$,即黑色痕迹的长度为$\dfrac{\mu g t^2}{2}$.但是,这一段痕迹与原来重合.所以,黑色痕迹总长度为 $v_0 t-\dfrac{1}{2}\mu g t^2$,选项为C.如果到 v_0 需要的时间超过了 t 则正确选项为A.所以本题的正确选项为A,C.

例2　(第25届预赛题)在一条笔直的公路上依次设置三盏交通信号灯 L_1、L_2 和 L_3,L_2 与 L_1 相距 80 m,L_3 与 L_1 相距 120 m.每盏信号灯显示绿色的时间间隔都是 20 s,显示红色的时间间隔都是 40 s.L_1 与 L_3 同时显示绿色,L_2 则在 L_1 显示红色经历了 10 s 时开始显示绿色.规定车辆通过三盏信号灯经历的时间不得超过 150 s.若有一辆匀速向前行驶的汽车通过 L_1 的时刻正好是 L_1 刚开始显示绿色的时刻,则此汽车能不停顿地通过三盏信号灯的最大速率________ m/s.若一辆匀速向前行驶的自行车通过 L_1 的时刻是 L_1 显示绿色经历了 10 s 的时刻,则此自行车能不停顿地通过三盏信号灯的最小速率是________ m/s.

● **分析**:采用图解法较为简单,可以避免繁杂的讨论,直观明了.只需在 $s-t$ 图上标出绿灯时间,找出符合要求的图线使之穿过 L_2、L_3 的绿灯时间区域,其斜率即为要求的速度.

● **解答**:作出如图1-3的 $s-t$ 图线.若有一辆匀速向前行驶的汽车通过 L_1 的时刻正好是 L_1 刚开始显示绿色的时刻,则此汽车能不停顿地通过三盏信号灯的最大速率为 $\dfrac{120}{60}=2(\text{m/s})$.若一辆匀速向前行驶的自行车通过 L_1 的时刻是 L_1 显示绿色经历了 10 s 的时刻,则此自行车能不停顿地通过三盏信号灯的最小速率是 $\dfrac{120}{140-10}=\dfrac{12}{13}(\text{m/s})$.

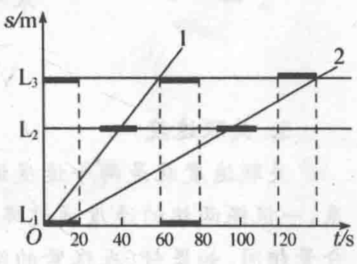

图1-3

例3　据报道,一儿童玩耍时不慎从 45 m 高的阳台上无初速掉下,在他刚掉下时恰被楼下一管理人员发现,该人员迅速由静止冲向儿童下落处的正下方楼底,准备接住儿童.已知管理人员到楼底的距离为 18 m,为确保安全能稳妥接住儿童,管理人员将尽力节约时间,但又必须保证接儿童时没有水平方向的冲击,不计空气阻力,将儿童和管理人员都看做质点,设管理人员奔跑过程中只做匀速或匀变速运动,g 取 10 m/s^2.

(1) 管理人员至少用多大的平均速度跑到楼底?

(2) 若管理人员在加速或减速的加速度大小相等,且最大速度不超过 9 m/s,求管理人员奔跑时加速度需满足什么条件?

分析:本题的关键是分清运动的四个阶段.

解答:(1) 儿童下落时间为 t,则

$$H=0.5gt^2,$$

要使他能接住儿童,他奔跑的时间要小于 3 s. 由 $x=vt$,得他的平均速度至少为 6 m/s.

(2) 设加速度为 a,由于要求没有水平方向的冲击,即 $v_t=0$,则:

时间 $$t_1+t_2+t_3=3\ \text{s}.$$

位移 $$s_1+s_2+s_3=18\ \text{m},$$

$$t_1=t_3=\frac{v_m}{a},$$

$$s_1=s_3=\frac{v_m^2}{2a},$$

$$s_2=v_m t_2.$$

由上可得 $a=9\ \text{m/s}^2$,则加速度应满足 $a=9\ \text{m/s}^2$.

例4 如图 1-4 所示是测试"10 m 折返跑"成绩的过程示意图. 测定时,在平直跑道上,受试者以站立式起跑姿势站在起点终点线前,当听到"跑"的口令后,全力跑向正前方 10 m 处的折返线,测试员同时开始计时. 受试者到达折返线处时,用手触摸折返线处的物体(如木箱),再转身跑向起点终点线,当胸部到达起点终点线的垂直面时,测试员停表,所用时间即为"10 m 折返跑"的成绩. 设受试者起跑的加速度为 4 m/s²,运动过程中的最大速度为 4 m/s,快到达折返线处时需减速到零,减速的加速度为 8 m/s²,返回时达到最大速度后不需减速,保持最大速度冲线. 求该受试者"10 m 折返跑"的成绩.

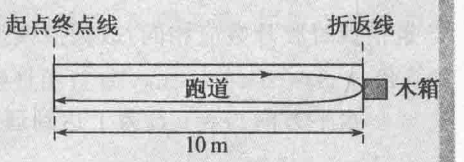

图 1-4

分析:本题的关键是分清整个运动过程的五个阶段.

解答:对受试者,由起点终点线向折返线运动的过程中:

加速阶段 $$t_1=\frac{v_m}{a_1}=1\ \text{s},$$

$$s_1=\frac{1}{2}v_m t_1=2\ \text{m}.$$

减速阶段 $$t_3=\frac{v_m}{a_2}=0.5\ \text{s},$$

$$s_3=\frac{1}{2}v_m t_3=1\ \text{m}.$$

匀速阶段

$$t_2=\frac{l-(s_1+s_3)}{v_m}=1.75\ \text{s}.$$

由折返线向起点终点线运动的过程中：

加速阶段

$$t_4=\frac{v_m}{a_1}=1\ \text{s},s_4=\frac{1}{2}v_m t_4=2\ \text{m},$$

匀速阶段

$$t_5=\frac{l-s_4}{v_m}=2\ \text{s}.$$

受试者“10 m 折返跑”的成绩为 $t=t_1+t_2+\cdots+t_5=6.25\ \text{s}$.

例 5 我们在电影或电视中经常可以看到这样的惊险场面：一辆高速行驶的汽车从山顶落入山谷. 为了拍摄重为 15 000 N 的汽车从山崖坠落的情景，电影导演通常用一辆汽车模型代替实际汽车. 设汽车模型与实际汽车的大小比例为 1/25，那么山崖也必须用 1/25 的比例来代替真实的山崖. 设电影每分钟放映的胶片张数是一定的，为了能把汽车模型坠落的情景放映得恰似拍摄实景，以达到以假乱真的视觉效果，问在实际拍摄的过程中，摄影机每秒钟拍摄的胶片数应为实景拍摄的胶片数的几倍？汽车模型在山崖上坠落的行驶速度应是真实汽车的实际行驶速度的几倍？

分析：本题理解的关键是模型运动与实景运动加速度 g 相同.

解答：$h=\frac{1}{2}gt^2$，又 $h=h_{实}/25$，所以 $t_{模}=t_{实}/5$. 为了使效果逼真，拍摄模型的胶片张数与实景拍摄时胶片数应相同，故拍摄模型时每秒拍摄胶片数应是实景拍摄时每秒拍摄胶片数的 5 倍.

水平方向：$x=v_0t$. 为了达到逼真效果，汽模在水平方向上飞行的距离也应是实际距离的 $\frac{1}{25}$ 即 $x_{模}=\frac{x_{实}}{25}$，所以汽车模型在山崖上坠落的行驶速度应是真实汽车的实际行驶速度的 1/5 倍.

例 6 线段 AB 长 s，分成 n 等分，一质点由 A 静止出发以加速度 a 向 B 作分段匀加速度直线运动，当质点到达每一等分的末端时，它的加速度增加 a/n，求质点运动到 B 点时的速度.

分析：依次类推寻找通项是关键.

解答：质点由 A 静止出发以加速度 a 做匀加速度直线运动的位移为 s/n，质点的速度 v_1. 由运动学公式可得

$$v_1=\sqrt{2a\frac{s}{n}}.$$

同理第二个 s/n 的初速度为

$$v_1=\sqrt{2a\frac{s}{n}}.$$

加速度为 $a+a/n$，则

$$v_2=\sqrt{v_1^2+2\left(a+\frac{a}{n}\right)\frac{s}{n}}=\sqrt{2\frac{s}{n}\left(2a+\frac{a}{n}\right)},$$

依次类推，则

$$v_n=\sqrt{2\frac{s}{n}\left\{na+\frac{a}{n}[(n-1)+(n-2)+\cdots+(n-n)]\right\}},$$

所以质点运动到 B 点时的速度为 $v=\sqrt{as\left(3-\frac{1}{n}\right)}$.

例7 如图1-5所示,以8 m/s匀速行驶的汽车即将通过路口,绿灯还有2 s将熄灭,此时汽车距离停车线18 m.该车加速时最大加速度大小为 $2\ m/s^2$,减速时最大加速度大小为 $5\ m/s^2$.此路段允许行驶的最大速度为12.5 m/s,下列说法中正确的有 ( )

A. 如果立即做匀加速运动,在绿灯熄灭前汽车可能通过停车线

B. 如果立即做匀加速运动,在绿灯熄灭前通过停车线汽车一定超速

C. 如果立即做匀减速运动,在绿灯熄灭前汽车一定不能通过停车线

D. 如果距停车线5 m处减速,汽车能停在停车线处

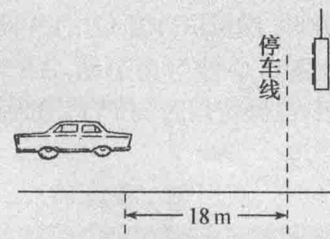

图1-5

分析:熟练应用匀变速直线运动的公式,是处理问题的关键,对汽车运动的问题一定要注意所求解的问题是否与实际情况相符.

解答:如果立即做匀加速直线运动,$t_1=2$ s内的位移 $x=v_0t_1+\frac{1}{2}a_1t_1^2=20\ m>18\ m$,此时汽车的速度为 $v_1=v_0+a_1t_1=12\ m/s<12.5\ m/s$,汽车没有超速,A项正确;如果立即做匀减速运动,速度减为零需要时间 $t_2=\frac{v_0}{a_2}=1.6$ s,此过程通过的位移为 $x_2=\frac{1}{2}a_2t_2^2=6.4$ m,C项正确、D项错误.答案为A,C.

例8 A,B两辆汽车在笔直的公路上同向行驶.当B车在A车前84 m处时,B车速度为4 m/s,且正以 $2\ m/s^2$ 的加速度做匀加速运动;经过一段时间后,B车加速度突然变为零.A车一直以20 m/s的速度做匀速运动.经过12 s后两车相遇.问B车加速行驶的时间是多少?

分析:数学方程的解答不合题意时应该舍去.

解答:设A车的速度为 v_A,B车加速行驶时间为 t,两车在 t_0 时相遇.则有

$$s_A=v_At_0, \tag{1-1}$$

$$s_B=v_Bt+\frac{1}{2}at^2+(v_B+at)(t_0-t), \tag{1-2}$$

式中,$t_0=12$ s,而 s_A,s_B 分别为A,B两车相遇前行驶的路程.依题意有

$$s_A=s_B+s. \tag{1-3}$$

式中 $s=84$ m.由式(1-1)(1-2)(1-3)得

$$t^2-2t_0t+\frac{2[(v_B-v_A)t_0-s]}{a}=0.$$

代入题给数据

$$v_A=20\ m/s, v_B=4\ m/s, a=2\ m/s^2,$$

有

$$t^2-24t+108=0,$$

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

解得

$$t_1=6\ \text{s}, t_2=18\ \text{s},$$

$t_2=18$ s 不合题意，舍去. 因此，B 车加速行驶的时间为 6 s.

例 9 质点 P_1，以 $\boldsymbol{v}_1$ 由 A 向 B 做匀速运动，同时质点 P_2 以 $\boldsymbol{v}_2$ 从 B 指向 C 做匀速运动，$AB=l$，$\angle ABC=\alpha$ 且为锐角，如图 1-6 所示，试确定何时刻 P_1P_2 的间距 d 最短？最短为多少？

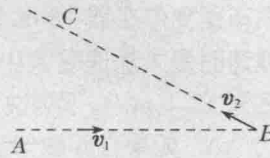

图 1-6

分析：本题理解的关键是数学方法的合理应用.

解答：设经过时间 t 相距为 d，则此时质点 P_1 前进的距离为 v_1t，P_2 前进的距离为 v_2t，由余弦定理可得

$$d=\sqrt{(l-v_1t)^2+(v_2t)^2-2(l-v_1t)\cdot v_2t\cos\alpha},$$

即

$$d=\sqrt{(v_1^2+v_2^2+2v_1v_2\cos\alpha)t^2-2(lv_1+lv_2\cos\alpha)t+l^2},$$

对根号里面配方可得

$$t=\frac{l(v_1+v_2\cos\alpha)}{v_1^2+v_2^2+2v_1v_2\cos\alpha},$$

$$d_{\min}=\frac{lv_2\sin\alpha}{\sqrt{v_1^2+v_2^2+2v_1v_2\cos\alpha}}.$$

例 10 由于汽车在冰面上行驶时摩擦因数很小，所以其最大加速度不能超过 $a=0.5\ \text{m/s}^2$. 根据要求，驾驶员必须在最短时间内从点 A 到达点 B，直线 AB 垂直于汽车的初始速度 $\boldsymbol{v}$，如图 1-7 所示. 如果 A，B 之间的距离 $AB=375$ m，而初速度 $v=10$ m/s，那么这个最短时间为多少？其运动轨迹是什么？

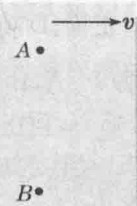

图 1-7

分析：本题是一个典型的相对运动问题，而且用常规的方法是很难解出此题的，然而如果用坐标系转换法解此题，其难度却可以大大降低.

解答：实行坐标系转换：汽车在 A 点不动，而让 B 点以恒速 v 向汽车运动的相反方向运动. 在此坐标系内汽车为了尽快与 B 点相遇，必须沿直线以恒加速度 a 向 B 点驶去. 假设它们在 D 点相遇，如图 1-8 所示. 设 $AB=b$，我们可以列出：

$$b^2+(vt)^2=\left(\frac{1}{2}at^2\right)^2. \qquad (1-4)$$

由式(1-4)可得：

$$t=\sqrt{\frac{2v^2}{a^2}+\sqrt{\left(\frac{2v^2}{a^2}\right)^2+\frac{4b^2}{a^2}}}. \qquad (1-5)$$

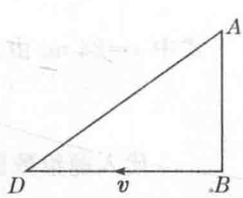

图 1-8

将数据代入式(1-5)得 $t=50$ s.

在地球坐标系内，它的运动是两个不同方向上的匀速直线运动

和匀加速直线运动的合运动，因而它的运动轨迹是一条抛物线.

例 11　当蒸汽船以 15 km/h 的速度向正北方向航行时，船上的人观察到船上的烟囱里冒出的烟飘向正东方向. 过一会儿，船以 24 km/h 的速度向正东方向航行，船上的人则观察到烟飘向正西北方向. 若在这两次航行期间，风速的大小和方向都不变，求风速.（提示：烟对地的速度即为风对地的速度）

● **分析**：画平行四边形图形是关键.

● **解答**：设风速为 v，则人观察到烟的飘向速度为

$$v_{\text{烟船}}=v_{\text{烟地}}-v_{\text{船地}}.$$

由图 1-9 所示，可知

$$v\sin\theta=15,\qquad(1-6)$$

$$\frac{24}{\sin(135°-\theta)}=\frac{v}{\sin 45°}.\qquad(1-7)$$

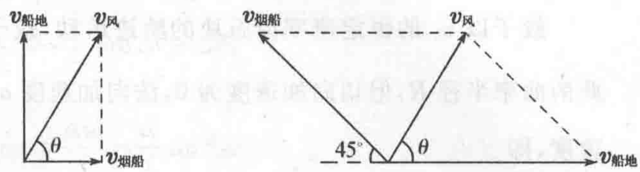

图 1-9

由式(1-7)，得到

$$\cos\theta+\sin\theta=\frac{24}{v}.$$

将式(1-6)代入上式，得到

$$\cos\theta+\sin\theta=\frac{24}{15/\sin\theta}=\frac{8\sin\theta}{5},$$

$$5\cos\theta+5\sin\theta=8\sin\theta,$$

得到

$$\tan\theta=5/3,\theta=59°,$$

即风来自西偏南 59°，风速大小为 17.5 km/h.

例 12　以速度 v_0 与水平方向成 α 角斜向上抛出石块，石块沿某一轨道飞行. 如果蚊子以大小恒定的速率 v_0 沿同一轨道飞行. 问蚊子飞到最大高度一半处具有多大加速度？空气阻力不计.

● **分析**：蚊子的运动实际上是匀速率曲线运动. 它的加速度就是它运动到不同位置时的向心加速度. 关键在于求出最大高度一半处时的曲率半径 R. 我们可以根据轨道方程，求出曲率半径 R.

● **解答**：现在我们根据石块的运动来求曲率半径. 石块的运动为斜上抛运动，它到达的最大高度为 $H=\dfrac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g}$.

设在 $H/2$ 处，速度与水平方向成 θ 角. 运动速度关系为

$$v_x=v_0\cos\alpha,$$

$$v_y=\sqrt{2g\cdot\frac{H}{2}}.$$

故有

$$\tan\theta=\frac{v_y}{v_x}.$$

由以上 4 式得 $$\tan\theta=\frac{1}{\sqrt{2}}\tan\alpha.$$

将加速度 g 分解为法向和切向方向得 $a_n=g\cos\theta$，根据向心加速度公式

$$a_n=\frac{v^2}{R}=\frac{v_x^2}{R\cos^2\theta},$$

得

$$R=\frac{v_0^2\cos^2\alpha}{g\cos^3\theta}=\frac{v_0^2\left(1-\frac{1}{2}\sin^2\alpha\right)^{\frac{3}{2}}}{g\cos\alpha}.$$

蚊子以 v_0 的恒定速率沿石块的轨迹运动，蚊子在 $H/2$ 高处曲率半径仍为石块运动到此的曲率半径 R，但切向加速度为 0，法向加速度 $a'_n=\frac{v_0^2}{R}$，蚊子的加速度等于该处的法向加速度，即

$$a=a'_n=\frac{v_0^2}{R}=\frac{\cos\alpha}{\left(1-\frac{1}{2}\sin^2\alpha\right)^{\frac{3}{2}}}g,$$

即为蚊子飞到最大高度一半处具有的加速度.

例 13 在倾角为 $\alpha=30°$ 足够长的斜坡上，以初速度 $\boldsymbol{v}_0$ 发射一炮弹，设 $\boldsymbol{v}_0$ 与斜坡的夹角为 $\beta=60°$，如图 1-10 所示，求炮弹落地点离发射点的距离 L.

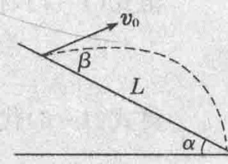

图 1-10

分析：巧妙选取正交分解的方向是解题重点.

解答：将 v_0 正交分解为

$$v_{0x}=v_0\cos 30°,\ v_{0y}=v_0\sin 30°,$$

设经过 t 的时间落到斜面上则

$$x=v_{0x}t=v_0\cos 30°\cdot t,$$

$$y=v_{0y}t-\frac{1}{2}gt^2=v_0\sin 30°\cdot t-\frac{1}{2}gt^2,$$

又由 $\frac{-y}{x}=\tan 30°$ 和 $L=\sqrt{x^2+y^2}$，可解得：$L=\frac{2v_0^2}{g}$.

例 14 如图 1-11 所示，一块小木块 P 放在很粗糙的水平面上，被一根绳拉着滑动，绳的另一端 Q 以速度 $\boldsymbol{v}_0$ 在轨道中运动，绳长 l，绳与轨道的夹角是 θ. 求此时 P 的速度和加速度.

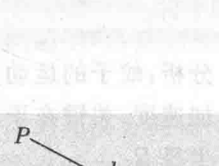

图 1-11

分析：由于水平面很粗糙，不沿绳方向的速度很快就被摩擦力消耗，因此 P 的速度一定沿绳的方向.

解答：P 的速度 $v=v_0\cos\theta$.

现取 Q 为参考系，因为 Q 无加速度，所以 P 在 Q 系中的加速度等于 P 在地面系中的加速度：

$$a_p = a_t + a_n.$$

在 Q 系中，P 有一个垂直于 PQ 的速度

$$v_1 = v_0 \sin\theta.$$

$$a_n = \frac{v_1^{\ 2}}{l} = \frac{v_0^2 \sin^2\theta}{l}.$$

$$a_t = \frac{\Delta v_1}{\Delta t} = \frac{v_0 \Delta \sin\theta}{\Delta t} = \frac{\Delta v_0}{\Delta t}[\sin(\theta+\Delta\theta) - \sin\theta] = \frac{\Delta v_0}{\Delta t}[\sin\theta\cos\Delta\theta + \cos\theta\sin\Delta\theta - \sin\theta]\frac{\Delta\theta}{\Delta t}.$$

因为 $\Delta\theta$ 很小，所以

$$\cos\Delta\theta \approx 1, \sin\Delta\theta \approx \Delta\theta,$$

故

$$a_t = v_0 \cos\theta \frac{\Delta v_0^2}{l} = \frac{v_0^2}{l}\sin\theta\cos\theta,$$

因此

$$a_p = \left(\frac{v_0^4}{l^2}\sin^4\theta + \frac{v_0^4}{l^2}\sin^2\theta\cos^2\theta\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{v_0^2}{l}\sin\theta.$$

例 15 在竖直平面内，支在原点 O 的一根弯杆，其形状可以用函数 $z=\frac{x^2}{k}$ 来描写，k 为有长度量纲的非零正常数. 在杆上穿一滑块，杆与滑块间的静摩擦因数为 μ，如图 1-12 所示.

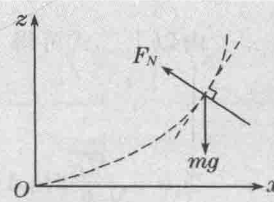

图 1-12

(1) 不考虑摩擦，求滑块的高度为 z 时，它在沿杆方向的加速度的大小. 下列 5 种答案中有一个是正确的，试作出判断并说明理由：$0, g, 2g\sqrt{\frac{z}{4z+k}}, gz\sqrt{4z^2+k^2}, \frac{gz}{k}$.

(2) 考虑摩擦，但杆不动，在什么情况下滑块可以在杆上静止？(用 z,μ,g,k 表示)

(3) 现在设杆以角速度 ω 绕 z 轴匀速转动，且有关系 $\omega=\sqrt{\frac{2g}{k}}$，这时滑块可以在何处相对于杆静止？

(4) 若 $\mu=0.5, \omega=\sqrt{\frac{6g}{k}}$，则滑块不滑动的条件又如何？

分析：在不考虑摩擦时，滑块在杆上运动的加速度即为重力加速度的切向分量 $a=g\sin\theta$；考虑摩擦而杆不动，则滑块静止为静力平衡；当杆匀速转动时，则在滑块相对于杆不动时，支持力和摩擦力在竖直方向的分力之和与重力平衡.

解答：(1) 由分析知道在不考虑摩擦时，滑块在杆上运动的加速度即为重力加速度的切向分量 $a=g\sin\theta$，其中 θ 为滑块所在点杆的法线与重力方向的夹角. a 一般不为零，且一定不超过 g，当 $z\to\infty$ 时，杆近于竖直，a 趋近于 g，于是可判断

$$a = 2g\sqrt{\frac{z}{4z+k}},$$

由此算得

$$\sin\theta = 2\sqrt{\frac{z}{4z+k}},$$

$$\tan\theta=2\sqrt{\frac{z}{k}}.$$

(2) 由分析知道考虑摩擦而杆不动,则滑块静止为静力平衡,滑块受重力影响有下滑趋势,摩擦力向上,支持力和摩擦力大小分别为

$$F_N=mg\cos\theta, F_f=mg\sin\theta.$$

平衡条件要求 $\dfrac{F_f}{F_N}\leqslant\mu\dfrac{F_N}{F_N}=\mu$,或 $\tan\theta\leqslant\mu$.

设 $z=z_0$ 时,$\tan\theta=\mu$,则滑块静止的条件为

$$z\leqslant z_0=\frac{\mu^2 k}{4}.$$

(3) 由分析知道当杆匀速转动时,则在滑块相对于杆不动时,支持力和摩擦力在竖直方向的分力之和与重力平衡,在水平方向的分力之和使滑块产生水平的向心加速度,由此可得(不妨设摩擦力沿杆向上)

$$F_N\sin\theta-F_f\cos\theta=m\omega^2\cdot\sqrt{kz}=\frac{m\omega^2 k\tan\theta}{2},$$

$$F_N\cos\theta+F_f\sin\theta=mg.$$

由以上二式可得

$$\frac{F_f}{F_N}=\frac{(1-A)\tan\theta}{1+A\tan\theta}, A=\frac{\omega^2 k}{2g}.$$

当 $\omega=\sqrt{\dfrac{2g}{k}}$ 时,$A=1$,有 $\dfrac{F_f}{F_N}=0$,即无摩擦力.

向心加速度完全由重力和支持力的合力提供,这个关系对任何 θ 都能满足,即此时滑块在任何位置都相对于杆静止.

(4) 当 $\omega=\sqrt{\dfrac{6g}{k}}$ 时,$A=3$,由 $\dfrac{F_f}{F_N}=\dfrac{(1-A)\tan\theta}{1+A\tan\theta}$ 可知,$F_f<0$,即摩擦力实际是向下的,由于旋转太快而滑块上有上移的趋势,滑块相对静止的条件为

$$\frac{|F_f|}{F_N}\leqslant\mu\frac{F_N}{F_N}=\mu,$$

即

$$\left|\frac{(1-A)\tan\theta}{(1+A)\tan^2\theta}\right|=\frac{2\tan\theta}{1+3\tan^2\theta}\leqslant\left(\mu=\frac{1}{2}\right), \text{或 } 3\tan^2\theta-4\tan\theta+1\geqslant0.$$

此二次函数不等式的判别式为:$\Delta=4^2-4\times3\times1=4>0$.

故不等式满足的条件为

$$\tan\theta\leqslant\frac{1}{3} \text{ 或 } \tan\theta\geqslant1.$$

用 $\tan\theta=2\sqrt{\dfrac{z}{k}}$ 代入,即得滑块不滑动的条件为 $0\leqslant z\leqslant\dfrac{k}{36}$ 或 $z\geqslant\dfrac{k}{4}$.

关键点拨

本专题涉及位移、速度、加速度等诸多物理量,基本公式也较多,同时还有描述运动规律的 $x-t$ 和 $v-t$ 图像等知识;本章在概念、规律的认识和建立过程中渗透了理想物理模型法、图像法、归谬法、猜想法、外推法及逆向思维法等方法,要从中体会逻辑推理和科学实验相结合的探

究方式.

本专题的重点是要深刻理解描述运动物理量的内涵和外延，掌握匀变速直线运动的规律，并掌握其研究的方法和运动规律的应用.

本专题的知识点更多地体现在综合题中，例如与力、电场中带电粒子、磁场中的通电导体、电磁感应现象等结合起来，还可以与航空、航海、公路、铁路等交通方面知识或新情景结合.

竞赛练习

预赛训练题

1. 一只兔子向着相距为 s 的大白菜走去. 若它每秒所走的距离，总是从嘴到白菜剩余距离的一半. 试分析兔子是否可以吃到大白菜？兔子平均速度的极限值是多少？

2. 一个质点自倾角为 α 的斜面上方定点 A，沿光滑斜槽从静止开始滑下，为了使质点在最短时间到达斜面，求斜槽与竖直方向的夹角 β.

3. 如图 1－13 所示，两等高光滑斜面固定在水平面上，已知斜面总长 $AC=A'B'+B'C'$，且 $\theta>\theta'$. 一物体分别由两斜面顶无初速滑下，到达斜面底的时间分别为 t 和 t'. 若不计转折处的碰撞损失，则两时间的大小关系为　　(　　)

A. $t>t'$　　B. $t<t'$

C. $t=t'$　　D. 不能确定

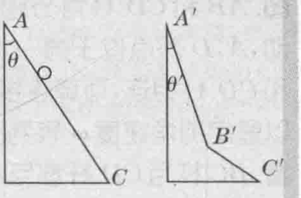

图 1－13

4. 如图 1－14 所示，所有质点同时从点 O 沿不同倾角的光滑斜面无初速滑下. 若将各质点在斜面上运动时间相同的点连成一线，则连线的性质为　　(　　)

A. 圆弧　　B. 抛物线

C. 水平线　　D. 斜线

(若将各质点在斜面上运动速率相等的点连成一线，又选哪一答案？)

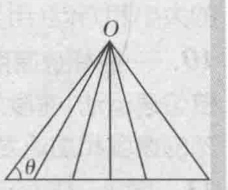

图 1－14

5. (第 18 届预赛题)如图 1－15 所示，杆 OA 长为 R，可绕过 O 点的水平轴在竖直平面内转动，其端点 A 系着一跨过定滑轮 B、C 的不可伸长的轻绳，绳的另一端系一物块 M，滑轮的半径可忽略，B 在 O 的正上方，OB 之间的距离为 H. 某一时刻，当绳的 BA 段与 OB 之间的夹角为 α 时，杆的角速度为 ω，求此时物块 M 的速率 v_M.

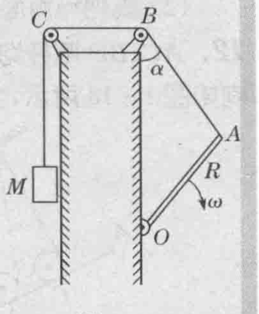

图 1－15

6. 一个足够大的房间高为 H，一盏灯挂在离地面高 h 处，灯泡破裂，碎片以同样大小的速度向四面八方飞去，如果碎片与天花板的碰撞是弹性的，与地板的碰撞是完全非弹性的，那么碎片洒落在地板上的半径多大？若 $H=5\ \text{m}$，$v_0=10\ \text{m/s}$，求：h 为多大时，R 有最大值，并求出该最大值.

7. A、B 两汽车站相距 60 km，从 A 站每间隔 10 min 有一辆汽车匀速开向 B 站，车速大小为 60 km/h. 若在 A 站正有汽车开出时，在 B 站有一辆汽车以同样大小的速度开向 A 站，问：

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com