



大学物理 典型题解

● 主编 周志祥 蒋建军



南京大学出版社

大学物理 典型题解

● 主编 周志祥 蒋建军



南京大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

大学物理典型题解 / 周志祥, 蒋建军主编. —南京:
南京大学出版社, 2014. 4

ISBN 978 - 7 - 305 - 13052 - 6

I. ①大… II. ①周… ②蒋… III. ①物理学—高等
学校—题解 IV. ①O4 - 44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 067857 号

出版发行 南京大学出版社
社 址 南京市汉口路 22 号 邮 编 210093
网 址 <http://www.NjupCo.com>
出 版 人 左 健

书 名 大学物理典型题解
主 编 周志祥 蒋建军
责任编辑 耿士祥 吴 汀 编辑热线 025 - 83686531

照 排 江苏南大印刷厂
印 刷 丹阳市兴华印刷厂
开 本 787×1092 1/16 印张 11.5 字数 280 千
版 次 2014 年 4 月第 1 版 2014 年 4 月第 1 次印刷
ISBN 978 - 7 - 305 - 13052 - 6
定 价 25.00 元

发行热线 025 - 83594756
电子邮箱 Press@NjupCo.com
Sales@NjupCo.com(市场部)

* 版权所有, 侵权必究

* 凡购买南大版图书, 如有印装质量问题, 请与所购
图书销售部门联系调换

前 言

《大学物理典型题解》是一本面向应用型高等院校工科类本科生使用的习题指导书。本书典型习题来源于张本袁副教授主编的《大学物理教程》章节练习及配套活页课外作业,书中给出了原题及其详细的解答。它力求适应当今大学物理课程的教学需要,既可为学生课后自己理解、复习、提高提供指导,也为教师积极开展旨在提高学生应用素质的习题课提供素材,并为正在学习大学物理课程的学生提供分单元的课后作业。

本书活页课外作业部分有 44 个单元,教材习题有 20 个章节,覆盖大学物理课程的所有基本内容和部分拓展内容。这些习题除了注重物理知识的覆盖面外,还注重对重点、难点内容的必要的重点训练,这里有各种解题方法的综合应用、物理学各部分知识的融合以及物理学基本原理在工程技术中的应用等,以期培养学生的创新思维和工程意识。活页作业为学生提供课后作业,其内容着重于基本概念的理解和基本规律的常规训练,涉及物理知识的方方面面,与教材构成了一个完整的教育和训练体系;教材习题则为学生学完本单元内容后检查学习效果和自我提高提供一种途径。全书除了为所有学习大学物理课程的学生达到课程基本要求提供各种训练外,还为那些有余力的优秀学生提供指导,在活页作业部分冠以“*”号以示区别。

考虑到不同读者学习大学物理的个人要求,本书从深度和广度上,对内容和选题做了较全面的考虑。因此本书既可作为非物理类理工科大学生,电大、函授等学生学习大学物理的参考书,也可供从事物理教学的教师参考使用,希望对各位读者有所启发和帮助。

本书习题解答是三江学院物理教研室全体教师多年的解题思路汇编,张本袁副教授、蒋建军老师等以及三江学院物理教研室的新老同仁们都在成书过程中给予关心、帮助和支持,作者在此一并表示衷心感谢。

由于编者水平有限,时间仓促,不妥之处在所难免,敬请读者不吝指正。

编者

2014 年 3 月

目 录

活页课外作业部分	1
力学 习题 1(质点运动学)	1
力学 习题 2(牛顿运动定律)	3
力学 习题 3(牛顿运动定律及其应用)	5
力学 习题 4(动量定理)	8
力学 习题 5(动能定理)	10
力学 习题 6(守恒定律)	12
力学 习题 7(刚体的转动惯量 转动定律)	14
力学 习题 8(转动定律 转动动能定理)	15
力学 习题 9(角动量及角动量定理 角动量守恒)	18
电学 习题 1(库仑力 叠加法求电场强度)	20
电学 习题 2(电场强度计算 电场强度通量)	21
电学 习题 3(高斯定理及其应用)	23
电学 习题 4(电势能 电势 电势差)	25
电学 习题 5(电势的计算 电场与电势的关系)	27
电学 习题 6(静电场中的导体 电容器的电容)	28
电学 习题 7(静电场中的介质 介质电容器)	30
电学 习题 8(静电场的能量与能量密度)	32
稳恒电流 习题 1(电阻 电流和电流密度)	33
稳恒电流 习题 2(欧姆定律 焦耳-楞次定律 电桥)	35
磁学 习题 1(电流的磁场)	37
磁学 习题 2(磁感应强度的计算 磁通量)	38
磁学 习题 3(安培环路定律)	40
磁学 习题 4(洛伦磁力 磁场对电流的作用)	41
磁学 习题 5(磁矩 磁力矩 磁介质)	43
磁学 习题 6(电磁感应定律 动生电动势)	45
磁学 习题 7(感生电动势 自感)	46
磁学 习题 8(互感 磁场的能量 位移电流)	48
热学 习题 1(理想气体状态方程)	50
热学 习题 2(能量均分定理 理想气体内能)	51
热学 习题 3(气体分子速率分布函数 平均自由程)	53
热学 习题 4(热力学第一定律)	53

热学 习题 5(循环过程 热力学第二定律 熵)	55
振动与波 习题 1(简谐振动 谐振动的能量)	57
振动与波 习题 2(简谐振动能量 振动的合成)	59
振动与波 习题 3(一维简谐波)	60
振动与波 习题 4(波的能量 波的干涉 驻波 多普勒效应)	62
波动光学 习题 1(杨氏双缝干涉 光程)	63
波动光学 习题 2(劈尖干涉)	64
波动光学 习题 3(牛顿环与光的衍射)	65
波动光学 习题 4(圆孔衍射 光栅衍射)	67
波动光学 习题 5(光的偏振 双折射)	68
近代物理基础 习题 1(黑体辐射 光电效应)	70
近代物理基础 习题 2(德布罗意波 不确定关系)	71
近代物理基础 习题 3(一维势阱等)	74
大学物理教程部分	76
第一章 质点运动学	76
第二章 牛顿运动定律	79
第三章 动量定理、动量守恒定理、角动量	84
第四章 动能定理、功能定理、机械能守恒定律	86
第五章 刚 体	90
第六章 静电场	95
第七章 静电场中的导体与介质	104
第八章 恒定电流	112
第九章 真空中的恒定磁场	116
第十章 磁介质	123
第十一章 电磁感应	126
第十二章 气体动理论	130
第十三章 热力学基础	136
第十四章 机械振动	148
第十五章 机械波 电磁波	153
第十六章 光的干涉	157
第十七章 光的衍射	162
第十八章 光的偏振	167
第十九章 狭义相对论基础	170
第二十章 量子物理学初步	174

活页课外作业部分

力学 习题 1(质点运动学)

1. 已知质点做直线运动,其坐标 $x = ce^{-kt}$, 式中 c, k 均为常量, 试求该质点的速度和加速度。

解 由已知条件可得质点的瞬时速度

$$v = \frac{dx}{dt} = -ck \cdot e^{-kt} = -kx$$

质点的瞬时加速度

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = -k \frac{dx}{dt} = -ck^2 \cdot e^{-kt} = k^2 x$$

2. 一质点的运动方程 $\mathbf{r} = (10 - 5t^2)\mathbf{i} + 10t\mathbf{j}$ (m), 求 $t = 1$ s 时刻质点的: (1) 位置矢量的大小; (2) 速度的大小; (3) 加速度的大小。

解 (1) 位置矢量的大小

$$|\mathbf{r}| = \sqrt{(10 - 5t^2)^2 + 100t^2} \Big|_{t=1} = \sqrt{100 - 100t^2 + 25t^4 + 100t^2} \Big|_{t=1} = 5\sqrt{5} \text{ m}$$

(2) 先求出质点的速度分量, 再求出速度的大小

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(10 - 5t^2) = -10t$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt}(10t) = 10 \text{ m/s}$$

所以

$$|\mathbf{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \Big|_{t=1} = \sqrt{(-10t)^2 + 10^2} \Big|_{t=1} = 10\sqrt{2} \text{ m/s}$$

(3) 先求出质点的加速度分量, 再求出加速度的大小

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = -10 \text{ m/s}^2$$

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} = 0 \text{ m/s}^2$$

所以

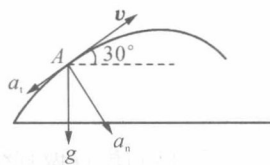
$$|\mathbf{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = 10 \text{ m/s}^2$$

3. 一物体做如图所示的斜抛运动,测得其在轨道的 A 点处速度大小为 v , 速度方向与水平方向的夹角为 30° , 则该物体在 A 点切向加速度的大小 $a_t = \frac{1}{2}g$, 轨道的曲率半径

$$\rho = \frac{2\sqrt{3}v^2}{3g}.$$

解 物体斜抛运动时只受到重力作用, 切向加速度

$$a_t = g \cdot \sin 30^\circ = \frac{1}{2}g$$



法向加速度

$$a_n = g \cdot \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}g$$

由

$$a_n = \frac{v^2}{\rho}$$

可得

$$\rho = \frac{v^2}{a_n} = \frac{2\sqrt{3}v^2}{3g}$$

4. 已知质点在直线上运动, 其速度 $v = \frac{b}{x}$, 式中 b 为一常量, 且 $t = 0$ 时, $x = x_0$, 试求:

(1) 该质点的坐标随时间的变化关系; (2) 加速度随坐标的变化关系。

解 (1) 因为

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{b}{x}$$

所以有

$$x dx = b dt$$

$$\int_{x_0}^x x dx = \int_0^t b dt$$

$$\frac{1}{2}(x^2 - x_0^2) = bt$$

$$x = \sqrt{2bt + x_0^2}$$

(2) 利用瞬时加速度公式可知

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d\left(\frac{b}{x}\right)}{dt} = \frac{-b}{x^2} \cdot \frac{dx}{dt} = \frac{-b}{x^2} \cdot v$$

所以加速度

$$a = \frac{-b}{x^2} \cdot \frac{b}{x} = -\frac{b^2}{x^3}$$

*5. 一质点沿半径为 $R=0.10\text{ m}$ 的圆周运动,其转动方程为 $\theta=2+t^2\text{ (rad)}$,求:(1) 质点在第1秒末的角速度和角加速度;(2) 质点在第1秒末的速度、第1秒末的总加速度。

解 (1) 质点的角速度 $\omega = \frac{d\theta}{dt} = 2t$, 当 $t=1\text{ s}$ 时

$$\omega = 2\text{ rad/s}$$

质点的角加速度 $\alpha = \frac{d\omega}{dt} = 2\text{ rad/s}^2$, 当 $t=1\text{ s}$ 时

$$\alpha = 2\text{ rad/s}^2$$

(2) 质点的速度 $v=R\omega=0.2t$, 当 $t=1\text{ s}$ 时

$$v = 0.2\text{ m/s}$$

质点的加速度

$$a_t = R\alpha = 0.2\text{ m/s}^2$$

$$a_n = \frac{v^2}{R} \text{ 或 } a_n = R \cdot \omega^2$$

$$a_n = 0.4\text{ m/s}^2$$

当 $t=1\text{ s}$ 时

$$a = 0.2e_t + 0.4e_n$$

力学 习题2(牛顿运动定律)

1. 一段路面水平的公路,转弯处轨道半径为 R 。轮胎与路面间的摩擦系数为 μ ,要使汽车不致侧向打滑,汽车在该处的行驶速度(C)。

A. 不得小于 $\sqrt{\mu Rg}$

B. 必须等于 $\sqrt{\mu Rg}$

C. 不得大于 $\sqrt{\mu Rg}$

D. 还应由汽车的质量 m 决定

解 汽车不侧向打滑,此时摩擦力大于等于向心力

$$\mu mg \geq m \frac{v^2}{R}$$

$$v \leq \sqrt{\mu Rg}$$

2. 一质量为 $m=45.0\text{ kg}$ 的物体,由地面以 $v_0=60\text{ m/s}$ 的速度竖直向上发射,物体受到的空气阻力 $f=kv(k=0.0352)$,求物体发射到最大高度所需时间。

解 物体受到重力和空气阻力,根据牛顿运动第二定律

$$m \frac{dv}{dt} = -(kv + mg)$$

$$\frac{1}{-\left(\frac{kv}{m} + g\right)} dv = dt$$

$$-\int_{v_0}^0 \frac{1}{\frac{kv}{m} + g} dv = \int_0^t dt$$

$$\frac{m}{k} \ln \left(1 + \frac{kv_0}{mg}\right) = t$$

$$t = 1278.4 \cdot \ln 1.0047 \text{ s} = 6.11 \text{ s}$$

3. 工地上有一吊车,上吊两块水泥板 A 和 B,质量分别为 100 kg 和 200 kg,忽略钢丝绳和金属框的质量,问:吊车以 $a_1 = 10 \text{ m/s}^2$ 的加速度吊起时,钢丝绳受到的作用力为多大? A 对 B 的作用力为多大? 若工地上只有一根承载 $4 \times 10^3 \text{ N}$ 的钢丝绳,起吊的最大加速度为多少?

解 设 A、B 之间的作用力为 N ,建立竖直向上的 y 轴

$$\begin{cases} F - N - m_B g = m_B a \\ N - m_A g = m_A a \\ F = (m_A + m_B)(g + a) \end{cases}$$

(1) $F = 300 \times 20 \text{ N} = 6000 \text{ N}$

(2) 物体 B 对 A 的作用力 $N = m_A(g + a) = 2000 \text{ N}$

所以 A 对 B 的作用力为 -2000 N

(3) 起吊的最大加速度

$$a = \frac{F}{m_A + m_B} - g = \frac{4000}{300} \text{ m/s}^2 - 10 \text{ m/s}^2 = 3.3 \text{ m/s}^2$$

4. 一质量为 1000 t 的列车,以 $v_0 = 30 \text{ m/s}$ 的速度在水平的铁轨上行驶,制动后受到的阻力 $f = bv$,设 $b = 6000 \text{ N} \cdot \text{s/m}$,问列车在离站多远开始制动?

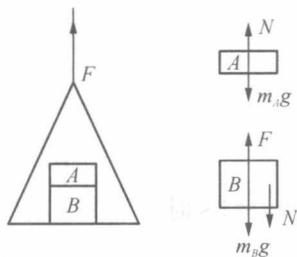
解 列车在水平方向只受到阻力,所以在水平方向有

$$m \frac{dv}{dt} = -bv$$

$$m \frac{dv}{dt} dx = -bv dx$$

$$mdv = -b dx$$

$$\int_{v_0}^0 dv = -\frac{b}{m} \int_0^x dx$$



所以

$$v_0 = \frac{b}{m}x$$

$$x = \frac{mv_0}{b} = \frac{1\,000 \times 10^3 \times 30}{6\,000} \text{ m} = 5\,000 \text{ m}$$

5. 一质量可忽略的滑轮的两边分别挂有质量为 m_A, m_B 的小球, 静止时 m_A 高度比 m_B 高 h_0 , 设 $m_A > m_B$, 问由静止释放到两者处于同一水平面的时间为多少? m_A 下落时绳子中的张力为多少?

解 设 m_A 受到绳子的张力为 T_1 , m_B 受到绳子的张力为 T_2 。

设 m_A, m_B 的加速度大小为 a , 分别进行受力分析可得

$$\begin{cases} m_A g - T_1 = m_A a \\ T_2 - m_B g = m_B a \end{cases}$$

滑轮质量可忽略, 所以不考虑滑轮的转动惯量, $T_1 = T_2$, 所以

$$a = \frac{m_A - m_B}{m_A + m_B} g$$

因为

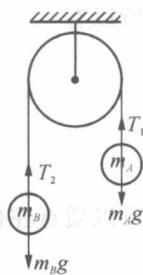
$$\frac{1}{2} h_0 = \frac{1}{2} a t^2$$

所以由静止释放到两者处于同一水平面的时间

$$t = \sqrt{\frac{h_0}{a}} = \sqrt{\frac{(m_A + m_B) h_0}{(m_A - m_B) g}}$$

m_A 下落时绳子中的张力

$$T_1 = m_A (g - a) = m_A g - m_A \frac{m_A - m_B}{m_A + m_B} g = \frac{2m_A m_B g}{m_A + m_B}$$



力学 习题 3(牛顿运动定律及其应用)

1. 质量为 10 kg 的质点在力 $F = 120t + 40 \text{ (N)}$ 的作用下沿 x 轴运动。在 $t = 0$ 时质点位于 $x_0 = 5.0 \text{ m}$ 处, 速度为 $v_0 = 6 \text{ m/s}$ 。求: 质点在任意时刻的速度和位置。

解 根据牛顿第二定律可知

$$m \frac{dv}{dt} = 120t + 40$$

因为 $m = 10 \text{ kg}$, 所以

$$\frac{dv}{dt} = 12t + 4$$

$$\int_{v_0}^v dv = \int_0^t (12t + 4) dt$$

质点在任意时刻的速度

$$v = v_0 + 6t^2 + 4t = 6t^2 + 4t + 6$$

因为

$$v = \frac{dx}{dt}$$

所以有

$$dx = v dt$$

$$\int_{x_0}^x dx = \int_0^t (6t^2 + 4t + 6) dt$$

所以质点在任意时刻的位置为

$$x = 2t^3 + 2t^2 + 6t + 5$$

2. 一球形容器落入水中,刚接触水面时的速度为 v_0 。设此容器受到的浮力与重力相等,而水的阻力 $f = -bv$ (b 为常数),求:(1) 速度与时间的关系;(2) 位置与时间的关系。

解 建立竖直向下的 x 轴

(1) 根据牛顿第二定律

$$f = ma = -bv$$

$$m \frac{dv}{dt} = -bv$$

所以

$$\int_{v_0}^v \frac{dv}{v} = -\frac{b}{m} \int_0^t dt$$

$$v = v_0 e^{-\frac{bt}{m}}$$

(2) 位置与时间的关系由

$$\frac{dx}{dt} = v$$

可知

$$\frac{dx}{dt} = v_0 e^{-\frac{bt}{m}}$$

所以

$$\int_0^x dx = v_0 \int_0^t e^{-\frac{bt}{m}} dt$$

$$x = \frac{mv_0}{b} (1 - e^{-\frac{bt}{m}})$$

3. 在高空有一质量为 $m=5 \text{ kg}$ 的小球由静止落下, 受到的空气阻力正比于它的速度, 比例系数 $k=1.5 \text{ N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$, 求: (1) 该物体落下的最大速度 v_m ; (2) 小球落下 10 s 后的速度。

解 (1) 在竖直方向小球受到重力和空气阻力, 根据牛顿第二定律

$$mg - kv = m \frac{dv}{dt}$$

当速度最大时

$$mg = kv \text{ 即 } \frac{dv}{dt} = 0$$

所以

$$v_m = \frac{mg}{k} = \frac{5 \times 9.8}{1.5} \text{ m/s} = 32.7 \text{ m/s}$$

(2) 改写运动方程

$$dv = \left(g - \frac{k}{m}v \right) \cdot dt$$

$$\int_0^v \frac{dv}{g - \frac{k}{m}v} = \int_0^{10} dt$$

$$-\frac{m}{k} \ln \left(g - \frac{k}{m}v \right) \Big|_0^v = 10$$

$$g - \frac{k}{m}v = g \cdot e^{-\frac{10k}{m}}$$

$$v = \frac{mg}{k} (1 - e^{-\frac{10k}{m}}) = v_m (1 - e^{-3}) = 31 \text{ m/s}$$

4. (1) 有一半径为 R 的公路拐弯处, 根据一般的车速 v_0 设计成外高内低的坡度, 问即使在摩擦系数为零时, 汽车也不侧向滑动的坡度倾角为多大? (2) 若拐弯处为平地, 圆弧半径为 R , 最大速度为 v_0 , 路面的摩擦系数 μ 至少多大?

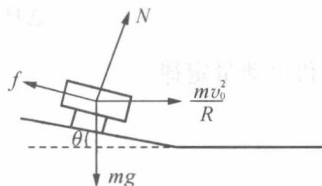
解 (1) 对汽车进行受力分析, 汽车不侧向滑动, 水平方向受力平衡

$$N \cdot \sin \theta = m \cdot \frac{v_0^2}{R}$$

竖直方向

$$N \cdot \cos \theta = mg$$

所以



$$\tan \theta = \frac{v_0^2}{Rg}$$

可以得出

$$\theta = \arctan \frac{v_0^2}{Rg}$$

(2) 拐弯处汽车受到的摩擦力大于或等于向心力, 汽车才不发生滑动

$$\mu mg > \frac{mv_0^2}{R}$$

$$\mu > \frac{v_0^2}{Rg}$$

力学 习题 4(动量定理)

1. 一辆运载矿砂的列车以 v_0 的速度从矿砂漏斗下匀速通过, 设矿砂从漏斗漏出的量为每秒 m_0 , 忽略摩擦和阻力, 问列车需多大的牵引力才能保证以速度 v_0 继续前行?

解 设 t 时刻列车的质量为 m , 速度为 v_0 , $t+dt$ 时刻列车的质量为 $(m+m_0 dt)$, 速度为 v_0

由动量守恒定律

$$F \cdot dt = m_0 dt \cdot v_0$$

所以列车的牵引力

$$F = m_0 v_0$$

2. 正三角形水平光滑轨道 ABC 中有一质量为 m 、速度为 v 的小球经过 A 点时速度大小不变, 作用时间 $t=0.1$ s, 求小球受到轨道的作用力。

解 设小球在 t 时间内由速度 v_1 变为 v_2 , 动量改变量

$$\Delta P = P_2 - P_1 = mv_2 - mv_1$$

所以

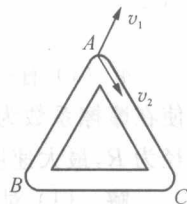
$$\Delta P = 2mv \cos 30^\circ = \sqrt{3}mv$$

利用动量定理

$$ft = \Delta P$$

$$f = \frac{\Delta P}{t} = \frac{\sqrt{3}mv}{0.1} = 10\sqrt{3}mv$$

所以小球受到轨道的平均作用力为 $10\sqrt{3}mv$, 方向向下。



* 3. 水平面上一根截面半径 $r = 10 \text{ cm}$ 的水管在某处有一个半径为 8 m 的圆弧, 水流沿原先的流进的垂直方向流去, 若管中水流的速度 $v = 2 \text{ m/s}$, 问水对管子的作用力。

解 设在 dt 时间内流出(流入)水管水的质量 $dm = \rho sv dt$, 由 dm 的动量改变量计算出管子对水的作用力的冲量

$$F dt = dm v (i - j) = \rho s v^2 (i - j) dt$$

所以

$$F = \rho s v^2 (i - j)$$

因为 $s = \pi r^2$, 所以

$$|F| = \sqrt{2} \rho s v^2 = \sqrt{2} \times 1000 \times \pi \times 0.1^2 \times 2^2 \text{ N} \approx 177.6 \text{ N}$$

则水对管子的作用力大小为 177.6 N , 方向与管子给水的力相反, 即指向左上方 45° 。

4. 一宇航员正在空间站外面进行维修工作。起初, 他沿着空间站以 1.00 m/s 的速度运动。后来, 他需要改变运动的方向 90° , 并且将速度增加到 2.00 m/s 。(1) 求宇航员完成这样的运动所需要的冲量的大小和方向。(假设宇航员、太空服及推进器的总质量为 100 kg)

(2) 若推进器提供的推动力为 50 N , 宇航员完成这样的运动改变至少需要多长时间?

解 (1) 利用动量定律有

$$I = F \Delta t = m v_2 - m v_1$$

冲量的大小

$$|I| = m \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = 100 \sqrt{5} \text{ N} \cdot \text{s} \approx 224 \text{ N} \cdot \text{s}$$

冲量的方向

$$\tan \alpha = 2$$

$$\alpha = \arctan 2 = 63.43^\circ$$

$$\theta = 180^\circ - \alpha = 116^\circ$$

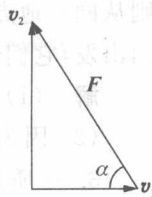
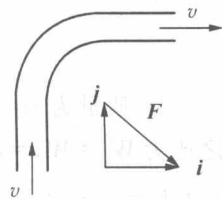
I 的方向与 v_1 成 116° 夹角。

(2) $F = 50 \text{ N}$, 由动量定律

$$F \cdot \Delta t = 100 \sqrt{5} \text{ N} \cdot \text{s}$$

所以

$$\Delta t = 2 \sqrt{5} \text{ s} = 4.47 \text{ s}$$



力学 习题 5(动能定理)

1. 质量为 m_1 和 m_2 的两个物体具有相同的动量。欲使它们停下来,外力对它们做的功之比为 $W_1 : W_2 = m_2 : m_1$;若它们具有相同的动能,欲使它们停下来,外力的冲量之比为 $I_1 : I_2 = \sqrt{m_1} : \sqrt{m_2}$ 。

解 (1) 因为 $m_1 v_1 = m_2 v_2$, 所以

$$W_1 : W_2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 : \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{m_1} : \frac{1}{m_2} = m_2 : m_1$$

(2) 因为 $\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_2 v_2^2$, 所以

$$m_1 v_1 : m_2 v_2 = \sqrt{\frac{1}{2} m_1^2 v_1^2} : \sqrt{\frac{1}{2} m_2^2 v_2^2} = \sqrt{m_1} : \sqrt{m_2}$$

2. 质量为 m_1 和 m_2 的两物体在摩擦系数为 μ 的水平地面上运动。若它们的动能相等,则从同一地点出发,它们经过的路程之比为 $s_1 : s_2 = m_2 : m_1$;若它们的动量相等,从同一时间出发,它们经过的时间之比为 $t_1 : t_2 = m_2 : m_1$ 。

解 (1) 因为 $\mu m_1 g s_1 = \mu m_2 g s_2$, 所以 $s_1 : s_2 = m_2 : m_1$;

(2) 因为 $\mu m_1 g t_1 = \mu m_2 g t_2$, 所以 $t_1 : t_2 = m_2 : m_1$ 。

3. 一质量为 m 的质点沿一半径为 R 的圆作圆周运动,其法向加速度 $a_n = \alpha t^4$ (α 为常数),求作用在该质点上的合外力的功率。(提示: $P = \frac{dW}{dt}$)

解 法向加速度 $a_n = \frac{v^2}{R}$, 所以

$$\frac{v^2}{R} = \alpha t^4$$

$$v^2 = \alpha R t^4$$

$$W = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \alpha R t^4$$

所以

$$P = \frac{dW}{dt} = 2m\alpha R t^3$$

4. 有一质量 $m = 10 \text{ kg}$ 的木块,放置在一摩擦系数为 $\mu = 0.1$ 的水平木板上。一质量 $m_0 = 100 \text{ g}$ 的子弹,以水平速度 $v_0 = 200 \text{ m/s}$ 打入此木块中,求:(1) 木块受打击后的速度;(2) 木块在木板上滑行的距离。

解 (1) 子弹打入木块后,木块的速度可根据动量定律解得

$$m_0 v_0 = (m_0 + m) v$$

$$v = \frac{m_0 v_0}{m_0 + m} = \frac{0.1 \times 200}{10.1} \text{ m/s} = 1.98 \text{ m/s}$$

(2) 子弹打入木块后的总动能

$$E_k = \frac{1}{2} (m + m_0) v^2 = \frac{(m_0 v_0)^2}{2(m + m_0)}$$

由动能定理:

$$W = -E$$

即

$$\mu (m + m_0) g s = \frac{(m_0 v_0)^2}{2(m + m_0)}$$

所以

$$s = \frac{(m_0 v_0)^2}{2\mu (m + m_0)^2 g} = \frac{(0.1 \times 200)^2}{2 \times 0.1 \times 10.1^2 \times 9.8} \text{ m} = 2 \text{ m}$$

5. 一质量为 m 的质点系在细绳的一端, 绳的另一端固定在水平面上。此质点在粗糙的水平面上做半径为 R 的圆周运动。若质点的初速度为 v_0 , 当它运动一周时, 其速度为 $\frac{v_0}{2}$ 。求: (1) 质点运动一周摩擦力做的功; (2) 滑动摩擦系数; (3) 静止前质点运动的圈数。

解 (1) 由动能定理, 质点运动一圈摩擦力所做功

$$W_f = E_{k2} - E_{k1} = \frac{1}{2} m \left(\frac{v_0^2}{4} - v_0^2 \right) = -\frac{3}{8} m v_0^2$$

(2) 摩擦力所做的功

$$W_f = f s = -\mu m g \cdot 2\pi R$$

$$-\mu m g \cdot 2\pi R = -\frac{3}{8} m v_0^2$$

所以

$$\mu = \frac{3v_0^2}{16\pi Rg}$$

(3) 设质点运动 n 圈后静止, 由动能定理可知

$$n \cdot W_f = -\frac{1}{2} m v_0^2$$

所以

$$n = \frac{\frac{1}{2} m v_0^2}{\frac{3}{8} m v_0^2} = \frac{4}{3}$$

所以静止前质点运动了 $4/3$ 圈。