



"十二五"普通高等教育本科国家级规划教材

大学数学系列教材(第三版)

# 大学数学 4

湖南大学数学与计量经济学院 组编

主编 罗汉 杨湘豫 彭国强

高等教育出版社



"十二五"普通高等教育本科国家级规划教材

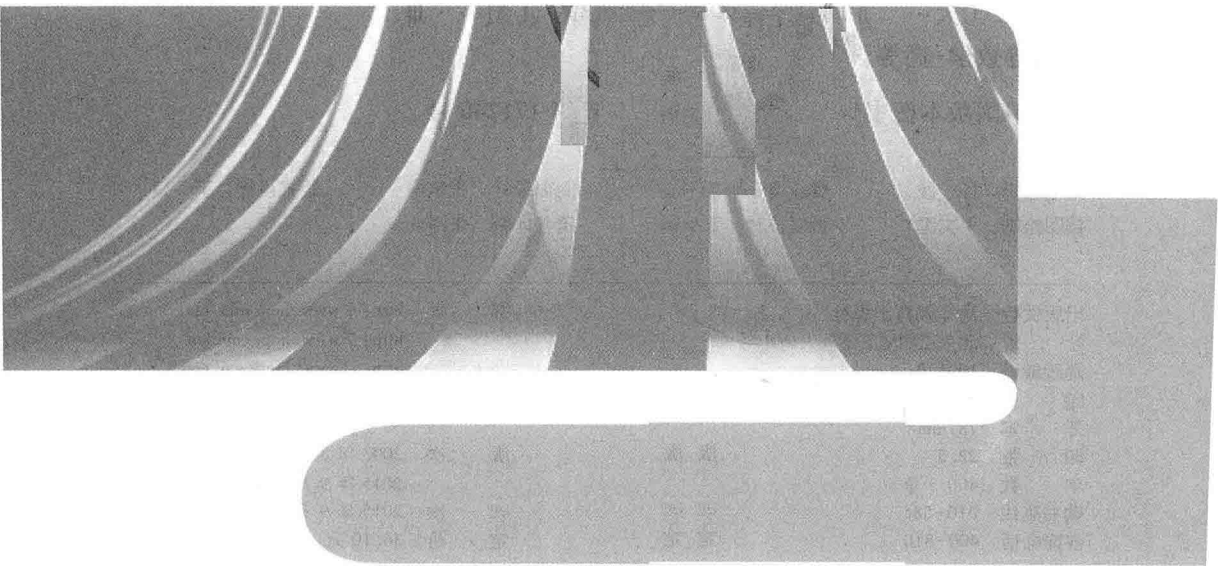
大学数学系列教材(第三版)

# 大学数学 4

Daxue Shuxue

湖南大学数学与计量经济学院 组编

主编 罗汉 杨湘豫 彭国强



高等教育出版社·北京



北航

C1812009

## 内容简介

本书是大学数学系列教材之一, 主要介绍概率论与数理统计的基本概念、基本理论和基本方法及其应用, 内容包括随机事件及其概率、随机变量及其分布、随机向量及其分布、数字特征、大数定律和中心极限定理、样本和抽样分布、参数估计、假设检验、方差分析和正交试验、回归分析、随机过程初步。各节后配有适量的习题, 各章后配有综合复习题。

本书结构严谨, 内容丰富, 重点突出, 难点分散, 概念、定理及理论叙述准确、精练, 符号表示标准、规范, 例题、习题等均经过精选, 具有代表性和启发性, 便于教学。

本书是为高等学校本科非数学类专业编写的“概率论与数理统计”课程的教材, 同时适合其他需要获得相应数学知识、提高数学素质和能力的人员使用。

## 图书在版编目(CIP)数据

大学数学.4/罗汉, 杨湘豫, 彭国强主编; 湖南  
大学数学与计量经济学院组编. --3 版.--北京: 高等  
教育出版社, 2015. 9

大学数学系列教材

ISBN 978-7-04-043427-9

I. ①大… II. ①罗… ②杨… ③彭… ④湖… III.  
①高等数学-高等学校-教材 IV. ①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 171240 号

策划编辑 杨波	责任编辑 杨波	封面设计 张申申	版式设计 于婕
插图绘制 尹文军	责任校对 张小楠	责任印制 张泽业	

---

出版发行 高等教育出版社	网 址 <a href="http://www.hep.edu.cn">http://www.hep.edu.cn</a>
社 址 北京市西城区德外大街 4 号	<a href="http://www.hep.com.cn">http://www.hep.com.cn</a>
邮政编码 100120	网上订购 <a href="http://www.landaco.com">http://www.landaco.com</a>
印 刷 北京市天大乐投资管理有限公司	<a href="http://www.landaco.com.cn">http://www.landaco.com.cn</a>
开 本 787mm×960mm 1/16	
印 张 22.5	版 次 2003 年 8 月第 1 版
字 数 400 千字	2015 年 9 月第 3 版
购书热线 010-58581118	印 次 2015 年 9 月第 1 次印刷
咨询电话 400-810-0598	定 价 36.10 元

---

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题, 请到所购图书销售部门联系调换  
版权所有 侵权必究  
物 料 号 43427-00

# 大学数学系列教材 (第三版)

湖南大学数学与计量经济学院组编

编委会主任 罗 汉

编委会成员 黄立宏 刘开宇 朱郁森 肖 萍 孟益民  
全志勇 邓远北 彭亚新 马传秀 罗 汉  
杨湘豫 彭国强 周金华 李丹衡 顾广泽

## 第三版前言

《大学数学》(1~5)系列教材是为了配合教育部“新世纪高等教育教学改革工程”,体现湖南大学课程教学改革的特色和经验,根据非数学类理工科各专业数学系列课程教学的需要,于2001年由我院组织部分教师编写出版的。内容包括传统的“高等数学”、“线性代数”、“概率论”和“数理统计”等,并统一用“大学数学”具名。2006年又成立编写委员会对该系列教材进行修订,陆续出版了第二版。

第二版的编委会由黄立宏担任主任,黄立宏、马柏林主编了《大学数学1》,曹定华、孟益民主编了《大学数学2》,曾金平、彭亚新主编了《大学数学3》,罗汉、杨湘豫主编了《大学数学4》,李丹衡、顾广泽、蒋月评主编了《大学数学5》。该套系列教材的初版和第二版先后被确定为“普通高等教育‘十五’国家级规划教材”和“普通高等教育‘十一五’国家级规划教材”,除作为湖南大学的理工学科各专业通识教育平台数学核心课程的指定教材外,也被国内许多高校选作本科相关专业的数学课程教材,使用十余年来受到了师生们的广泛好评。

大家在使用过程中也向我们提出了许多宝贵的意见和修改的建议,为了适应当前高等学校非数学类专业的数学核心课程教学的新要求,同时打造精品教材,我们决定组织人员对这套教材做进一步修订。此次修订保持原有的体系不变,改写了部分内容,调整了部分章节,订正了已发现的错误,精选和补充了部分例题和习题,并增加了每章之后的综合复习题。由于有一些参加原系列教材第二版编写的教师陆续调离或退休,为此我们调整了编委会和各教材的部分主编。

本书是在原《大学数学4》(第二版)的基础上进一步修订而成,由罗汉、杨湘豫、彭国强任主编,内容主要包括随机事件的概率、随机变量和随机向量的概率分布、随机变(向)量的数字特征、大数定律和中心极限定理、参数估计和假设检验、方差分析和回归分析、正交试验、随机过程简介等。

尽管如此,教材中不妥之处在所难免。仍然希望使用本教材的教师和学生提出宝贵意见,以便我们进一步改进。

本系列教材第三版的编写和出版继续得到我院各位教师和学校教务处以及高等教育出版社的大力支持,在此表示衷心的感谢。

湖南大学数学与计量经济学院

2014年3月

## 第二版前言

湖南大学数学与计量经济学院于2001年组织编写了《大学数学》(1~5)系列教材,由刘楚中任总主编,黄立宏任副总主编,其中,《大学数学1》由黄立宏和戴斌祥主编,刘楚中、杨湘豫、李亚琼、邓爱珍、孟益民、朱惠延参加编写;《大学数学2》由曾金平和李晓沛主编,彭亚新、邓爱珍、蒋月评参加编写;《大学数学3》由刘楚中和曹定华主编,杨冬莲、李建平、刘开宇、彭亚新、历亚、朱郁森参加编写;《大学数学4》由杨湘豫和邓爱珍主编,喻胜华、谭德俊、彭国强、晏木荣、刘先霞、胡春华参加编写;《大学数学5》由李董辉和曾金平主编,马传秀参加编写。该系列教材被列为“普通高等教育‘十五’国家级规划教材”,由高等教育出版社于2002年和2003年相继出版。教材出版后已历经湖南大学各非数学专业多届本科生使用,国内许多高校也将其选作一些本科专业的教材,得到师生的好评,同时我们也收集到了许多宝贵意见和修改建议。为了进一步提高教材质量,打造精品教材,学院决定组织人员对该系列教材进行修订,并于2005年底由黄立宏教授牵头将教材的修订申报了“普通高等教育‘十一五’国家级规划教材”,且顺利通过。现出版的此套教材就是在原《大学数学》(1~5)系列教材的基础上修订而成的。由于参加原系列教材编写的部分教师相继退休或调离,在此次修订工作中,我们新成立了编写委员会,委员会由黄立宏任主任,罗汉任副主任,修订版各分册的主编为成员。

本分册是在原系列教材之一的《大学数学4》的基础上修订而成的,由罗汉和杨湘豫任主编,内容包括随机事件及其概率、随机变量及其分布、数字特征、大数定律和中心极限定理,参数估计、假设检验、方差分析和回归分析等。修订版在原教材的基础上对教材内容的取舍和叙述进行了进一步锤炼,调整了部分内容顺序,增加和改写了部分内容,使之更加清晰、易懂、便于教学,更切合理工科各非数学专业的实际要求,也删改和补充了部分例题和习题,修改了个别错误和不当之处,书中打星号(\*)章节为选讲。

本教材中难免会有不妥之处和有待进一步改进的地方,希望使用本教材的教师和学生提出宝贵意见。

本系列教材的编写和出版得到湖南大学数学与计量经济学院各位教师和湖南大学教务处、高等教育出版社的大力支持,在此表示衷心感谢。

湖南大学数学与计量经济学院

2009年3月

# 第一版前言

本系列教材是教育部“新世纪高等教育教学改革工程”本科教育教学改革项目的研究成果之一,是湖南大学自1989年以来非数学类理工科各专业数学课程教学与教材改革有关成果的延续。

本系列教材对非数学类理工科数学课程所授知识进行了重新分块,进一步理顺了非数学类理工科数学各门课程之间的关系和内涵。在内容叙述与介绍中以物理、力学和工程中的数学模型为背景,辅以代数结构,注意内容间的有机结合,避免不必要的重复;注意连续和离散的关系,加强函数的离散化处理;内容展开注重由浅入深、由特殊到一般,给学生一个完整的知识体系,并注重培养学生研究问题和解决实际问题的能力;采用近代数学观点和数学思想方法,以集合、向量及映射贯穿全书,加强了近代数学思想方法和数学实践的内容,为学生今后学习近代数学知识奠定了良好的基础,使之更符合新世纪培养高素质人才的要求。在教材编写中特别注重教育观念、教学内容和教学模式的更新,注重对学生数学素质、计算及应用能力、创新意识和工程意识的培养。教材编写以培养学生良好数学素质为主要目标,同时为适应近年来随经济发展出现的专业调整和专业知识更新,为在教育教学改革中已调整、拓宽的各专业服务,本系列教材还适当地开设了一些有关的现代数学的知识窗口,以拓宽学生知识面,使教材具有较宽的口径和较大的适应性。本系列教材中,概念、定理及理论叙述准确、精炼,符号使用标准、规范,知识点突出,难点分散,证明和计算过程均着重体现近代数学思想方法,例题、习题等均经过精选,具有代表性和启发性。本系列教材适合大学非数学类理工科本科生以及各类需要提高数学素质和能力的人员使用。本系列教材中难免会有不妥之处,希望使用本教材的教师和学生提出宝贵意见。

本系列教材包括《大学数学(一)》(含一元微积分、常微分方程、级数、差分方程等)、《大学数学(二)》(含代数与几何等)、《大学数学(三)》(含多元微积分、向量分析、场论、积分变换、偏微分方程等)、《大学数学(四)》(含概率论、数理统计等)、《大学数学(五)》(含数值计算、数学建模、计算机与数学等)、《大学数学学习题集》(附习题解答)。整套教材由刘楚中任总主编,黄立宏任副总主编。本册《大学数学(四)》由杨湘豫、邓爱珍、喻胜华主编,参加编写的人员有:谭德俊、彭国强、晏木荣、刘先霞、胡春华。

本系列教材的编写得到湖南大学教务处的大力支持,在此表示衷心感谢。

湖南大学《大学数学》教材编写组

2002年9月

## 郑重声明

高等教育出版社依法对本书享有专有出版权。任何未经许可的复制、销售行为均违反《中华人民共和国著作权法》，其为人将承担相应的民事责任和行政责任；构成犯罪的，将被依法追究刑事责任。为了维护市场秩序，保护读者的合法权益，避免读者误用盗版书造成不良后果，我社将配合行政执法部门和司法机关对违法犯罪的单位和个人进行严厉打击。社会各界人士如发现上述侵权行为，希望及时举报，本社将奖励举报有功人员。

反盗版举报电话 (010) 58581897 58582371 58581879

反盗版举报传真 (010) 82086060

反盗版举报邮箱 dd@hep.com.cn

通信地址 北京市西城区德外大街4号 高等教育出版社法务部

邮政编码 100120



# 目 录

<b>第一章 随机事件及其概率</b> .....	1
第一节 随机事件及其运算 .....	1
一、随机试验和样本空间 .....	1
二、随机事件 .....	2
三、事件的关系和运算 .....	2
习题 1-1 .....	5
第二节 概率及其运算性质 .....	6
一、古典概型 .....	6
二、几何概型 .....	8
三、频率与概率 .....	10
四、概率的公理化定义 .....	11
五、概率的性质 .....	12
习题 1-2 .....	16
第三节 条件概率 .....	17
一、条件概率 .....	17
二、乘法公式 .....	18
三、全概率公式 .....	19
四、贝叶斯公式 .....	21
习题 1-3 .....	23
第四节 事件的独立性 .....	24
一、事件的相互独立 .....	24
二、伯努利概型 .....	28
三、系统的可靠度 .....	30
习题 1-4 .....	32
综合习题一 .....	33
<b>第二章 随机变量及其分布</b> .....	36
第一节 随机变量的概念 .....	36
习题 2-1 .....	37

第二节 离散型随机变量及其概率分布 .....	37
一、离散型随机变量及其概率分布律 .....	38
二、离散型随机变量的常见分布 .....	39
习题 2-2 .....	42
第三节 连续型随机变量及其概率分布 .....	42
一、连续型随机变量及其概率密度函数 .....	43
二、连续型随机变量的常见分布 .....	44
习题 2-3 .....	46
第四节 分布函数 .....	47
习题 2-4 .....	55
第五节 随机变量函数的分布 .....	56
一、离散型随机变量函数的分布 .....	56
二、连续型随机变量函数的分布 .....	57
习题 2-5 .....	62
综合习题二 .....	62
<b>第三章 随机向量及其分布 .....</b>	<b>66</b>
第一节 二维随机向量及其分布 .....	66
一、二维离散型随机向量的概率分布律 .....	66
二、二维连续型随机向量的概率密度函数 .....	68
三、二维随机向量的分布函数 .....	69
习题 3-1 .....	73
第二节 边缘分布 .....	75
一、边缘概率分布律 .....	76
二、边缘概率密度函数 .....	77
三、边缘分布函数 .....	79
习题 3-2 .....	80
第三节 条件分布 .....	81
一、离散型随机变量的条件分布 .....	81
二、连续型随机变量的条件分布 .....	83
习题 3-3 .....	86
第四节 随机变量的独立性 .....	87
习题 3-4 .....	91
第五节 随机向量函数的分布 .....	92

一、离散型随机向量函数的分布	92
二、连续型随机变量之和的分布	95
三、连续型随机变量之商的分布	99
四、其他分布举例	100
习题 3-5	103
综合习题三	104
<b>第四章 数字特征</b>	<b>107</b>
第一节 数学期望	107
一、离散型随机变量的数学期望	107
二、连续型随机变量的数学期望	108
三、随机变量函数的数学期望	109
四、数学期望的性质	112
习题 4-1	113
第二节 方差	115
一、方差的概念	115
二、方差的性质	116
习题 4-2	119
第三节 常见随机变量的期望和方差	120
一、常见离散型随机变量的期望和方差	120
二、常见连续型随机变量的期望和方差	121
习题 4-3	125
第四节 协方差及相关系数	126
一、协方差	126
二、相关系数	127
三、随机变量的相关性	129
习题 4-4	131
第五节 矩、协方差矩阵	132
一、矩	132
二、随机向量的协方差矩阵	133
习题 4-5	135
综合习题四	136
<b>第五章 大数定律和中心极限定理</b>	<b>139</b>
第一节 大数定律	139

一、切比雪夫不等式 .....	139
二、大数定律 .....	141
习题 5-1 .....	145
第二节 中心极限定理 .....	145
一、莱维-林德伯格定理 .....	146
二、棣莫弗-拉普拉斯定理 .....	149
习题 5-2 .....	151
综合习题五 .....	152
<b>第六章 样本和抽样分布</b> .....	<b>154</b>
第一节 总体与样本 .....	154
一、总体 .....	154
二、样本与简单随机抽样 .....	155
习题 6-1 .....	157
第二节 总体分布的近似估计 .....	157
一、经验分布函数 .....	157
二、频率直方图 .....	159
习题 6-2 .....	161
第三节 统计量 .....	162
一、统计量 .....	162
二、三个重要的抽样分布 .....	164
三、概率分布的分位点 .....	166
习题 6-3 .....	169
第四节 抽样分布定理 .....	170
习题 6-4 .....	173
综合习题六 .....	174
<b>第七章 参数估计</b> .....	<b>176</b>
第一节 点估计的方法 .....	176
一、矩估计法 .....	176
二、最大似然估计法 .....	179
习题 7-1 .....	183
第二节 点估计的评价标准 .....	184
一、无偏性 .....	184
二、有效性 .....	187

---

三、一致性 .....	189
习题 7-2 .....	190
第三节 区间估计 .....	190
一、区间估计的方法与步骤 .....	191
二、正态总体均值的区间估计 .....	192
三、正态总体方差的区间估计 .....	195
四、两个正态总体均值差的区间估计 .....	196
五、两个正态总体方差比的区间估计 .....	198
习题 7-3 .....	200
综合习题七 .....	201
<b>第八章 假设检验</b> .....	<b>204</b>
第一节 假设检验的基本思想 .....	204
一、问题的提出与统计假设 .....	204
二、假设检验的基本思想与一般步骤 .....	205
三、两类错误 .....	207
习题 8-1 .....	208
第二节 单正态总体参数的假设检验 .....	208
一、单正态总体均值 $\mu$ 的检验 .....	208
二、单正态总体方差 $\sigma^2$ 的检验 .....	211
习题 8-2 .....	213
第三节 双正态总体参数的假设检验 .....	215
一、双正态总体均值差的检验 .....	215
二、双正态总体方差比的检验 .....	218
习题 8-3 .....	220
* 第四节 非参数检验方法 .....	222
习题 8-4 .....	226
综合习题八 .....	227
<b>第九章 方差分析和正交试验</b> .....	<b>229</b>
第一节 单因素方差分析 .....	229
一、单因素方差分析的数学模型 .....	230
二、单因素方差分析的方法 .....	231
习题 9-1 .....	236
第二节 双因素方差分析 .....	237

一、交互作用 .....	237
二、无交互作用的双因素方差分析 .....	238
* 三、有交互作用的双因素方差分析 .....	243
习题 9-2 .....	248
* 第三节 正交试验 .....	249
一、正交表 .....	249
二、无交互作用的正交试验 .....	251
三、有交互作用的正交试验 .....	255
四、正交试验的方差分析 .....	257
习题 9-3 .....	259
综合习题九 .....	261
<b>第十章 回归分析</b> .....	<b>264</b>
第一节 一元线性回归模型及其参数估计 .....	264
一、问题的提出 .....	264
二、一元线性回归模型 .....	264
三、一元线性回归模型的参数 $a, b$ 和 $\sigma^2$ 的点估计 .....	265
习题 10-1 .....	268
第二节 一元线性回归模型的假设检验 .....	269
一、 $F$ 检验法 .....	271
二、 $t$ 检验法 .....	271
习题 10-2 .....	272
第三节 一元线性回归模型的预测和控制 .....	272
一、预测 .....	272
二、控制 .....	275
习题 10-3 .....	275
第四节 一元非线性回归的线性化 .....	276
习题 10-4 .....	280
* 第五节 多元线性回归分析 .....	280
一、多元线性回归的数学模型 .....	280
二、多元线性回归模型参数的估计 .....	281
三、多元线性回归模型的显著性检验 .....	282
* 习题 10-5 .....	283
综合习题十 .....	283

<b>第十一章 随机过程初步</b> .....	286
<b>第一节 随机过程</b> .....	286
一、随机过程的定义及分类 .....	286
二、随机过程的有限维分布 .....	288
三、随机过程的数字特征 .....	289
习题 11-1 .....	291
<b>第二节 马尔可夫过程</b> .....	292
一、马尔可夫链的概念 .....	292
二、马尔可夫链的基本性质 .....	295
三、 $n$ 步转移概率矩阵 .....	296
四、遍历性与平稳分布 .....	298
习题 11-2 .....	300
<b>第三节 平稳过程</b> .....	301
一、严平稳过程和宽平稳过程 .....	301
二、平稳过程的相关函数的性质 .....	303
习题 11-3 .....	305
<b>第四节 泊松过程和维纳过程</b> .....	305
一、独立增量过程 .....	305
二、泊松过程 .....	306
三、维纳过程 .....	308
习题 11-4 .....	310
综合习题十一 .....	310
<b>附表</b> .....	313
附表 1 泊松分布表 .....	313
附表 2 标准正态分布表 .....	315
附表 3 $t$ 分布表 .....	316
附表 4 $\chi^2$ 分布表 .....	318
附表 5 $F$ 分布表 .....	321
附表 6 相关系数检验表 .....	330
附表 7 常用正交表 .....	331

# 第一章 随机事件及其概率

我们在客观世界中观察到的各种现象大体上可以分为两类：一类是**确定性现象**，它在一定条件下必然发生或不发生，例如一个标准大气压下，纯水加热到 $100^{\circ}\text{C}$ 会沸腾，一个半径为 $r$ 的圆的面积为 $\pi r^2$ ，异性电荷之间一定相互吸引等。另一类是**随机现象**，它在一定条件下可能发生也可能不发生，例如相同条件下抛掷一枚硬币，落下后可能正面朝上，可能反面朝上，某厂同一工艺同一生产线生产的同一型号的灯泡，其寿命有长有短，公共汽车站每天某一时段的候车人数有多有少等。

随机现象表面上呈现着偶然性，但实质上却存在着内在的必然规律，通过大量的观察和试验去发现和研究随机现象的这些规律性，是概率论与数理统计学科的主要任务。

## 第一节 随机事件及其运算

### 一、随机试验和样本空间

我们把对随机现象所进行的观察、实验或试验等都称为**随机试验**，记为 $E$ 。它具有三个特点：(1) 在相同条件下可以重复进行；(2) 试验的结果不止一个且所有可能的结果事先是已知的；(3) 每次试验之前，无法预料哪个结果会出现。

随机试验中每一个基本的可能结果称为一个**样本点**，记为 $\omega$ ，而一个随机试验的全体样本点构成的集合称为该随机试验的**样本空间**，记为 $\Omega$ 。

样本空间的元素(样本点)是由试验的目的所确定的，试验的目的不同其样本空间也不同。

**例 1** 抛一枚均匀硬币，观察出现正、反面的情况，这是一个随机试验，记为 $E_1$ 。试验的可能结果有两个：出现正面和反面。用“正”表示出现正面，“反”表示出现反面，则 $E_1$ 的样本空间 $\Omega_1 = \{\text{正}, \text{反}\}$ 。

**例 2** 掷一颗骰子，观察出现的点数也是随机试验，记为 $E_2$ 。用“ $i$ ”表示“出现 $i$ 点”( $i=1,2,3,4,5,6$ )，则样本点有6个， $E_2$ 的样本空间 $\Omega_2 = \{1,2,3,4,5,6\}$ 。

**例 3** 记录电话交换台在单位时间内接到的呼叫次数，这个试验记为 $E_3$ ，如果用“ $k$ ”表示“在单位时间内接到 $k$ 次呼叫”，由于难以规定呼叫数的上界，可以



认为每一个非负整数  $k$  都是一个可能的试验结果,因此  $E_3$  的样本空间  $\Omega_3 = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ .

**例 4** 从装有红、白两种颜色小球的袋中(红、白小球的数量均大于 2)依次摸出两球,记录小球的颜色,这是一个随机试验,记为  $E_4$ .若用“(红,白)”表示“第一次摸出红球,第二次摸出白球”,则  $E_4$  的样本空间为  $\Omega_4 = \{(红,白), (白,红), (白,白), (红,红)\}$ .

显然,在一次随机试验中,所有样本点必出现且只出现一个.

## 二、随机事件

随机试验中可能出现也可能不出现的结果称为一个**随机事件**.我们将其视为样本空间的子集.随机事件简称为**事件**,常用英文大写字母  $A, B, \dots$  表示.

例 2 中的随机试验  $E_2$ ,其样本空间  $\Omega_2 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ,则  $A =$ “出现偶数点”是一个随机事件,它是由样本点 2, 4, 6 构成,记为  $A = \{2, 4, 6\}$ , $A$  发生,当且仅当  $A$  中的一个样本点出现;同样  $B =$ “出现的点数小于 4”也是一个随机事件,它由样本点 1, 2, 3 构成,记为  $B = \{1, 2, 3\}$ , $B$  发生,当且仅当  $B$  中的一个样本点出现.此外,每一个样本点的单点集  $\{1\}, \{2\}, \dots, \{6\}$  也是一个随机事件,因为它们是随机试验的基本结果,所以常称为**基本事件**.显然它们是该试验中最简单的随机事件.

我们把每次试验都一定发生的事件称为**必然事件**,用  $\Omega$  表示,而把每次试验一定不发生的事件称为**不可能事件**,记为  $\emptyset$ .例如在随机试验  $E_2$  中,“点数大于零且小于 8”是必然事件,而“点数大于 10”是不可能事件.必然事件与不可能事件本质上并没有不确定性,但是作为极端情形,我们还是把它们看作随机事件,于是必然事件是样本空间的全集,而不可能事件是空集.

## 三、事件的关系和运算

为了通过简单事件去表示和研究复杂事件,需要讨论事件之间的关系和运算.设随机试验的样本空间为  $\Omega$ ,而  $A, B, C$  及  $A_i (i=1, 2, \dots)$  是  $\Omega$  中的事件.

### 1. 事件的包含与相等

如果事件  $A$  发生必然导致事件  $B$  发生,则称事件  $B$  **包含事件  $A$** ,或称  $A$  是  $B$  的**子事件**,记为  $A \subset B$  或  $B \supset A$ .

如果  $A \subset B$  且  $B \subset A$ ,则称  $A$  与  $B$  **相等**,记为  $A = B$ .

在例 2 中,若  $A$  表示“出现 3 点”, $B$  表示“出现奇数点”,则  $A \subset B$ ;若  $C$  表示“点数能被 3 整除”, $D$  表示“出现 3 或 6 点”,则  $C = D$ .

易见,对  $\Omega$  中的任意事件  $A$ ,都有  $\emptyset \subset A \subset \Omega$ .