

· 考研数学 ·



大纲配套 辅导全书

数学
(三)

胡金德 谭泽光 主编

◆ 考试指导 —— 透析大纲 指点迷津 ◆

◆ 知识梳理 —— 直击考点 系统全面 ◆

◆ 例题解析 —— 思路丰富 科学总结 ◆

◆ 名师点拨 —— 透析规律 权威预测 ◆

清华大学出版社



(清华版) 考研数学精品备考丛

· 考研 数学 ·

大纲配套 辅导全书

数学
(三)

胡金德 谭泽光 © 主编

清华大学出版社
北京

内 容 简 介

本书是本系列丛书的主干书目,是考生进行基础复习的主要教材。全书分为微积分、线性代数和概率论与数理统计三部分,每一部分包含若干章节,每个章节包含大纲考点分析、概念方法总结、经典例题精解、名师点拨等板块,知识点全面,讲解详细,以帮助考生全面掌握考研数学的基础知识,为其后的复习打下坚实的基础。本书可供将参加 2016 年研究生入学考试的学生备考使用。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

考研数学大纲配套辅导全书·数学三/胡金德,谭泽光主编。—北京:清华大学出版社,2015
(清华版)考研数学精品备考丛书)

ISBN 978-7-302-40267-1

I. ①考… II. ①胡… ②谭… III. ①高等数学—研究生—入学考试—自学参考资料 IV. ①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 106320 号

责任编辑:朱敏悦

封面设计:博雅书装

责任校对:王荣静

责任印制:宋 林

出版发行:清华大学出版社

网 址: <http://www.tup.com.cn>, <http://www.wqbook.com>

地 址:北京清华大学学研大厦 A 座 邮 编:100084

社 总 机:010-62770175

邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质 量 反 馈:010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印 刷 者:清华大学印刷厂

装 订 者:北京市密云县京文制本装订厂

经 销:全国新华书店

开 本:185mm×260mm

印 张:31

字 数:791 千字

版 次:2015 年 6 月第 1 版

印 次:2015 年 6 月第 1 次印刷

印 数:1~3000

定 价:65.00 元

产品编号:065040-01

前 言

考研数学是考研科目中特别重要的一个科目,考生要想在最后取得理想成绩,除了需要不懈的努力外,还必须要学会使用“巧劲”,而非“蛮劲”。正确选择自己在不同复习准备阶段的考试辅导用书,可以在复习过程中达到事半功倍的效果。本书就是这样一本为考生在考前基础复习阶段用心编写、量身定做的考研辅导书。

本书作为一本系统、全面的考研(数学三)知识点梳理及能力提高训练用书,适合考研同学在考研复习初期使用。本书分三部分进行编写,微积分、线性代数和概率论与数理统计。每一部分都是严格按照教育部考试中心编写的最新全国硕士研究生入学统一考试(数学三)考试大纲的要求,精心编写体例,概括总结每章知识点,重点突出,知识点讲解详略得当,帮助学生在复习时有的放矢,快速提升学习效率,达到良好的复习和备考效果。

本书编排结构及特点如下:

一、考点清晰,内容权威

本书每章的开始部分介绍考试内容与考试要求,明确给出最新数学考试大纲中的考试内容与考试要求,旨在让考生在复习时明确目标,突出重点,做到有的放矢。同时,方便考生在复习过程中不断地查缺补漏,完善知识体系。

另外,本书作者在编写过程中,通过深入研究考试大纲,把握其要求和精神,并结合近10年来的考研数学真题,分析其命题特点和动向,结合多年来的教学经验,精心编写此书,内容非常权威。

二、知识全面,详略得当

本书每节开始的知识梳理部分由基本概念和重要的定理、性质与公式两大部分组成,涵盖考研大纲的所有知识点,并做到详略得当。对于重要的知识点给予详细的论述,常考的题型给出常用的解题方法和解题步骤,旨在帮助考生熟悉考点,复习定理与公式,掌握考试的基本题型,建立考研数学的整体知识架构。

三、归纳总结,指点迷津

在体例设计上,作者通过精心研究考研数学的命题规律,将考试内容分为不同的专题进行讲解,通过归纳总结历年考试类型,力求涵盖考试中可能出现的所有考试题型,为考生指点迷津。在题目选择上既有紧扣考试内容常考的经典题目,也有许多发散思维的新题目,考生对常考题型要做到了然于胸,对一些新颖的题目要做到先记后用、触类旁通。

四、答案解析详细,解题方案多样

本书在题目讲解上,力求做到准确、详细,并在一些解题的关键处给出提示和注解,为考生提供详细的答案解析,从解析一道题学会分析解答类似的题目,同时,对于同一问题,本书给出

了多种思路的解题方案,以帮助考生灵活地运用所学知识,发散思维。考生在阅读完此部分后,定能加深对定义、定理的理解,极大提升解题的能力。

希望本书能成为广大考生的良师益友,由于时间仓促,书中难免有疏漏之处,诚请各位专家和读者批评指正。

最后,祝愿每一位考生都取得优异的成绩,考取理想的学府。

编者

2015年4月

目 录

第一部分 微积分

第一章 函数 极限 连续	3
大纲解读	3
考试内容	3
考试要求	3
大纲知识点精解	3
§1 函 数	3
考点梳理	3
一、基本概念	3
二、重要性质、公式与结论	6
例题解析	7
题型一 求函数的定义域与函数表达式	7
题型二 函数的性质	8
§2 极 限	9
考点梳理	9
一、基本概念	9
二、重要性质、公式与结论	11
例题解析	14
题型一 求函数极限	14
题型二 求数列极限	19
题型三 无穷小的比较	23
题型四 已知极限或无穷小求待定参数	25
题型五 求解含参变量的极限	26
§3 函数的连续与间断	27
考点梳理	27
一、基本概念	27
二、重要性质、公式与结论	28
例题解析	28
题型一 初等函数和抽象函数的连续与间断	28
题型二 分段函数的连续性	29
题型三 由极限定义的函数的连续性	31
题型四 连续函数的零点问题	31
题型五 综合题	33
第二章 一元函数微分学	37
大纲解读	37

考试内容	37
考试要求	37
大纲知识点精解	37
§1 导数与微分	37
考点梳理	37
一、基本概念	37
二、重要性质、公式与结论	39
例题解析	39
题型一 利用导数与微分的定义解题	39
题型二 可微、可导、连续与极限的关系	41
题型三 导数的几何应用	42
§2 导数的计算	43
考点梳理	43
重要性质、公式与结论	43
例题解析	45
题型一 利用导数公式与运算法则求导	45
题型二 求分段函数导数或微分	45
题型三 幂指函数的导数或微分	46
题型四 隐函数求导	47
题型五 求 n 阶导数	47
§3 利用导数研究函数的性态	49
考点梳理	49
一、基本概念	49
二、重要定理、性质、公式	50
例题解析	51
题型一 利用导数讨论函数单调性、极值与最值	51
题型二 函数的凹凸性与拐点	53
题型三 求曲线的切线、法线和渐近线	54
题型四 综合题	55
§4 微分中值定理、零点问题与不等式证明	57
考点梳理	57
重要的性质、公式与结论	57
例题解析	59
题型一 函数零点的存在性与个数问题	59
题型二 证明项中包含 $\xi, f(\xi), f'(\xi), \dots$ 的问题	62
题型三 证明项中包含 $\xi, \eta, f(\xi), f(\eta), f'(\xi), f'(\eta)$ 的问题	65
题型四 不等式证明	66
第三章 一元函数积分学	73
大纲解读	73
考试内容	73
考试要求	73

大纲知识点精解	73
§1 不定积分与定积分的概念与性质	73
考点梳理	73
一、基本概念	73
二、重要性质、公式与结论	74
例题解析	75
§2 不定积分与定积分的计算	78
考点梳理	78
重要性质、公式与结论	78
例题解析	80
题型一 有理函数的积分	80
题型二 无理函数的积分	80
题型三 三角相关函数的积分	81
题型四 乘积的混合式积分	83
题型五 分段函数与绝对值函数的积分	85
题型六 变限积分问题	86
§3 反常积分	89
考点梳理	89
一、基本概念	89
二、重要性质、公式与结论	90
例题解析	91
§4 定积分的几何应用	93
考点梳理	93
重要性质、公式与结论	93
例题解析	94
§5 定积分的证明题	98
例题解析	98
题型一 等式的证明	98
题型二 不等式的证明	99
§6 一元函数微积分在经济中的应用	101
考点梳理	101
例题解析	101
第四章 多元函数微积分学	118
大纲解读	118
考试内容	118
考试要求	118
大纲知识点精解	118
§1 多元函数的极限与连续性	118
考点梳理	118
一、基本概念	118
二、重要性质、公式与结论	119

例题解析	119
题型一 二元函数的概念	119
题型二 二元函数的极限	120
§2 偏导数与全微分	121
考点梳理	121
一、基本概念	121
二、重要性质、公式与结论	122
例题解析	122
题型一 简单的二元函数偏导数与微分计算	122
题型二 二元函数连续、可偏导、可微的关系	124
§3 多元函数求导法则	127
考点梳理	127
重要性质、定理、公式	127
例题解析	128
题型一 求复合函数的偏导数与全微分	128
题型二 求隐函数的偏导数与全微分	131
§4 多元函数的极值与最值	136
考点梳理	136
一、基本概念	136
二、重要的性质、定理、公式	136
例题解析	137
题型一 求解多元函数的无条件极值	137
题型二 求解多元函数的条件极值	140
题型三 求解多元函数的最值	141
§5 二重积分	144
考点梳理	144
一、基本概念	144
二、重要性质、公式与结论	145
例题解析	148
题型一 二重积分的概念和性质	148
题型二 直角坐标和极坐标下二重积分的计算	149
题型三 二次积分交换积分次序	154
题型四 利用对称性计算二重积分	156
第五章 无穷级数	165
大纲解读	165
考试内容	165
考试要求	165
大纲知识点精解	165
§1 常数项级数及其敛散性	165
考点梳理	165
一、基本概念	165

二、重要性质、公式与结论	166
例题解析	169
题型一 级数的概念与敛散性	169
题型二 正向级数的敛散性判定	169
题型三 交错级数的敛散性判定	171
题型四 任意项级数的敛散性判定	173
§ 2 幂级数	173
考点梳理	173
一、基本概念	173
二、重要性质、公式与结论	174
例题解析	176
题型一 幂级数的收敛区间与收敛域	176
题型二 幂级数与常数项级数求和	178
题型三 函数的幂级数展开式	182
第六章 常微分方程与差分方程	188
大纲解读	188
考试内容	188
考试要求	188
大纲知识点精解	188
§ 1 一阶微分方程	188
考点梳理	188
一、基本概念	188
二、重要定理、性质与公式	189
例题解析	190
题型一 变量可分离的方程与齐次方程的求解	190
题型二 一阶线性方程	191
§ 2 二阶线性常微分方程	193
考点梳理	193
一、基本概念	193
二、重要定理、性质与公式	193
例题解析	195
题型一 二阶线性微分方程解的结构、性质与判定	195
题型二 求解二阶线性微分方程	196
§ 3 微分方程的应用	197
考点梳理	197
重要定理、性质与公式	197
例题解析	197
§ 4 差分方程	202
考点梳理	202
一、基本概念	202
二、重要的性质、公式与结论	203

例题解析	203
------------	-----

第二部分 线性代数

第一章 行列式	209
大纲解读	209
考试内容	209
考试要求	209
大纲知识点精解	209
考点梳理	209
一、基本概念	209
二、重要性质、公式与结论	210
例题解析	212
题型一 行列式的概念及性质	212
题型二 数字型行列式的计算	214
题型三 抽象行列式的计算	218
题型四 有关 $ A = 0$ 的证明	219
第二章 矩 阵	223
大纲解读	223
考试内容	223
考试要求	223
大纲知识点精解	223
§ 1 矩阵的概念及运算	223
考点梳理	223
一、基本概念	223
二、重要性质、公式与结论	225
§ 2 可逆矩阵与伴随矩阵	226
考点梳理	226
一、基本概念	226
二、重要性质、公式与结论	227
§ 3 矩阵的初等变换	228
考点梳理	228
一、基本概念	228
二、重要性质、公式与结论	228
§ 4 分块矩阵	229
考点梳理	229
一、基本概念	229
二、重要性质、公式与结论	229
例题解析	230
题型一 矩阵的概念及运算	230
题型二 求方阵的幂	231
题型三 矩阵可逆的判定及逆矩阵的计算	233

题型四	伴随矩阵	235
题型五	矩阵的初等变换	237
题型六	分块矩阵	238
题型七	求解矩阵方程	241
第三章	向 量	248
大纲解读		248
考试内容		248
考试要求		248
大纲知识点精解		248
§ 1	向量与向量组的线性相关性	248
考点梳理		248
一、基本概念		248
二、重要定理、性质与公式		249
例题解析		250
题型一	线性相关性的判别与证明	250
题型二	向量与向量组的线性表出	253
§ 2	极大线性无关组与向量组的秩	256
考点梳理		256
一、基本概念		256
二、重要定理、性质与公式		257
例题解析		257
题型一	矩阵的秩	257
题型二	向量组的秩与极大线性无关组	259
题型三	向量组的等价	261
§ 3	内积与施密特正交化	263
考点梳理		263
一、基本概念		263
二、重要定理、性质与公式		264
例题解析		264
第四章	线性方程组	270
大纲解读		270
考试内容		270
考试要求		270
大纲知识点精解		270
§ 1	齐次线性方程组	270
考点梳理		270
一、基本概念		270
二、重要性质、公式与结论		271
§ 2	非齐次线性方程组	273
考点梳理		273
一、基本概念		273

二、重要性质、公式与结论	273
例题解析	274
题型一 线性方程组解的判定、性质与结构	274
题型二 求解齐次线性方程组	278
题型三 求解非齐次线性方程组	281
题型四 两方程组的公共解与同解问题	290
第五章 矩阵的特征值和特征向量	298
大纲解读	298
考试内容	298
考试要求	298
大纲知识点精解	298
§1 特征值与特征向量	298
考点梳理	298
一、基本概念	298
二、重要性质、公式与结论	299
例题解析	300
题型一 求数字型矩阵的特征值与特征向量	300
题型二 求抽象矩阵的特征值与特征向量	303
题型三 特征值与特征向量的逆问题	305
题型四 有关特征值与特征向量的证明题	307
§2 相似矩阵及矩阵的相似对角化	309
考点梳理	309
一、基本概念	309
二、重要性质、公式与结论	309
例题解析	310
题型一 相似的矩阵的性质及其判定	310
题型二 方阵的对角化问题	313
§3 实对称矩阵及其相似对角化	317
考点梳理	317
一、基本概念	317
二、重要性质、公式与结论	317
例题解析	318
题型一 实对称矩阵的性质	318
题型二 实对称矩阵的对角化	323
第六章 二次型	330
大纲解读	330
考试内容	330
考试要求	330
大纲知识点精解	330
§1 二次型的定义、矩阵表示	330
考点梳理	330

基本概念	330
§ 2 化二次型为标准形和规范形	331
考点梳理	331
一、基本概念	331
二、重要性质、公式与结论	332
§ 3 合同矩阵	333
考点梳理	333
一、基本概念	333
二、重要性质、公式与结论	333
§ 4 正定二次型与正定矩阵	333
考点梳理	333
一、基本概念	333
二、重要性质、公式与结论	333
例题解析	334
题型一 二次型的基本概念	334
题型二 线性变换	336
题型三 化二次型为标准形和规范形	337
题型四 矩阵的合同	342
题型五 正定二次型与正定矩阵的判定与证明	344

第三部分 概率论与数理统计

第一章 随机事件和概率	353
大纲解读	353
考试内容	353
考试要求	353
大纲知识点精解	353
§ 1 随机事件的关系与运算	353
考点梳理	353
一、基本概念	353
二、重要定理、性质与公式	354
例题解析	355
§ 2 随机事件的概率	357
考点梳理	357
一、基本概念	357
二、重要定理、性质与公式	357
例题解析	358
题型一 概率的基本性质	358
题型二 古典概型与几何概型	359
题型三 条件概率	361
题型四 全概率公式与贝叶斯公式	362
§ 3 事件的独立性与独立重复试验	364

考点梳理	364
一、基本概念	364
二、重要定理、性质与公式	365
例题解析	365
题型一 事件的独立性	365
题型二 伯努利概型	367
第二章 随机变量及其分布	371
大纲解读	371
考试内容	371
考试要求	371
大纲知识点精解	371
§1 随机变量及其分布函数	371
考点梳理	371
一、基本概念	371
二、重要定理、性质与公式	372
例题解析	372
§2 离散型与连续型随机变量	375
考点梳理	375
一、基本概念	375
二、重要定理、性质与公式	375
例题解析	378
题型一 离散型随机变量及其分布律	378
题型二 连续型随机变量及其概率密度	379
题型三 随机变量的常见分布	381
§3 随机变量函数的分布	383
考点梳理	383
例题解析	384
第三章 多维随机变量及其分布	391
大纲解读	391
考试内容	391
考试要求	391
大纲知识点精解	391
§1 二维随机变量及其分布	391
考点梳理	391
一、基本概念	391
二、重要性质、公式与结论	393
例题解析	394
题型一 离散型随机变量的联合分布、边缘分布与条件分布	394
题型二 连续型随机变量的联合分布、边缘分布与条件分布	397
§2 二维随机变量的独立性	400
考点梳理	400

一、基本概念	400
二、重要性质、公式与结论	401
例题解析	401
§ 3 二维均匀分布与二维正态分布	404
考点梳理	404
一、基本概念	404
二、重要性质、公式与结论	404
例题解析	405
§ 4 随机变量函数的分布	408
考点梳理	408
一、基本概念	408
二、重要性质、公式与结论	408
例题解析	410
第四章 随机变量的数字特征	423
大纲解读	423
考试内容	423
考试要求	423
大纲知识点精解	423
§ 1 随机变量的数学期望和方差	423
考点梳理	423
一、基本概念	423
二、重要性质、公式与结论	424
例题解析	425
题型一 随机变量期望与方差的概念与计算	425
题型二 随机变量函数的期望与方差	429
题型三 几种常见分布的期望与方差	433
§ 2 协方差与相关系数	435
考点梳理	435
一、基本概念	435
二、重要性质、公式与结论	436
例题解析	437
题型一 协方差与相关系数的计算	437
题型二 相关性与独立性的判定	440
§ 3 随机变量的矩	443
考点梳理	443
基本概念	443
例题解析	443
第五章 大数定律与中心极限定理	447
大纲解读	447
考试内容	447
考试要求	447

§ 1 大数定律	447
考点梳理	447
§ 2 中心极限定理	448
考点梳理	448
例题解析	449
题型一 切比雪夫不等式与大数定律	449
题型二 中心极限定理	451
第六章 数理统计的基本概念	456
大纲解读	456
考试内容	456
考试要求	456
大纲知识点精解	456
§ 1 随机样本	456
考点梳理	456
一、基本概念	456
二、重要性质、公式与结论	457
§ 2 统计量及其分布	457
考点梳理	457
一、基本概念	457
二、重要性质、公式与结论	457
例题解析	461
题型一 统计量及其数字特征	461
题型二 统计量的分布	466
第七章 参数估计	472
大纲解读	472
考试内容	472
考试要求	472
大纲知识点精解	472
考点梳理	472
一、基本概念	472
二、重要定理、性质与公式	473
例题解析	473
后记	478