



全国高校教材学术著作出版审定委员会审定

分布式信源编码： 基础与前沿

FENBUSHI XINYUAN BIANMA
JICHU YU QIANYAN

主 编 方 勇

副主编 宋 娟 霍迎秋 代 媛 王柯俨



國防工業出版社
National Defense Industry Press

全国高校教材学术著作出版审定委员会审定

分布式信源编码：基础与前沿

主 编 方 勇
副主编 宋 娟 霍迎秋
代 媛 王柯俨

国防工业出版社

· 北京 ·

内 容 简 介

分布式信源编码是信息论的一个重要分支,在无线传感器网络、视频编码、超光谱图像压缩等领域具有广阔的应用前景。《分布式信源编码:基础与前沿》一书的作者长期在分布式信源编码的相关领域从事科学研究,取得了多项重要成果,已经在业内初步具有一定的知名度。该书系统、全面、深入地陈述了分布式信源编码的基础理论、算法实现、核心问题、最新研究成果及其在不同领域中的应用,重点介绍了分布式信源编码领域的最新进展—分布式算术码谱和滑窗置信传播算法。该书图文并茂、深入浅出,并附完备详尽的参考文献。本书适合作为计算机、通信工程专业研究生或高年级本科生的理论教材,也可作为科技人员、工程师的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

分布式信源编码:基础与前沿 / 方勇主编. —北京:国防工业出版社, 2015. 5

ISBN 978-7-118-09170-0

I. ①分… II. ①方… III. ①分布式数据处理—信源编码 IV. ①TN911.21

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2015) 第 078093 号



※

国防工业出版社 出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号 邮政编码 100048)

腾飞印务有限公司印刷

新华书店经售

*

开本 787×1092 1/16 印张 12¼ 字数 290 千字

2015 年 5 月第 1 版第 1 次印刷 印数 1—2000 册 定价 35.00 元

(本书如有印装错误, 我社负责调换)

国防书店: (010) 88540777

发行邮购: (010) 88540776

发行传真: (010) 88540755

发行业务: (010) 88540717

前 言

分布式信源编码是信息论的一个分支,在无线通信、多媒体压缩等领域具有广阔的应用前景,已得到学术界和工业界越来越多的关注。虽然分布式信源编码的主要理论成果早在 20 世纪 70 年代就已经提出,然而直到最近十几年,伴随着相关理论基础的完善,分布式信源编码在实际应用中才得到发展。

分布式信源编码是指对多个相关信源独立编码,各编码器的输出码流送至同一解法器,由解法器利用信源间的相关进行联合解码,从而达到压缩的目的。分布式信源编码是一种新型通信框架,具有编码简单和码流容错性能优异的特点。利用分布式信源编码可以实现低复杂度编码器,应用于编码器之间不能通信或通信代价太高的场合,如无线传感器网络、手持终端设备的视频上传等。在这些场合,无线终端受制于有限的功耗、内存和处理能力等,要求信源编码具有复杂度低、压缩率高的特点。利用分布式信源编码亦可实现容错传输。在信道存在噪声的情况下,利用传统视频传输系统的输出作为边信息,使用 Wyner-Ziv 编码传输系统的输出作为校验信息,可以纠正传统视频传输系统输出的失真,而分布式信源编码在分层视频传输中也显示了良好的性能。此外,分布式信源编码还应用于超光谱图像序列压缩等场合。

近年来,在国外关于分布式信源编码的学术论文(尤其是在 IEEE 期刊上)和著作越来越多,分布式信源编码的研究开展得十分迅速。在我国,对分布式信源编码的研究还比较少,也缺乏系统性的著作,使得对该领域感兴趣的科研人员、工程师和学生难以全面地掌握相关知识。为了弥补这一缺陷,编者编写了本书,力图系统、全面、深入地介绍分布式信源编码的理论和新的研究成果以及其在不同领域中的应用。

本书的主要内容包括分布式信源编码的基础理论、算法实现、关键问题、最新进展以及实际应用。全书涵盖了精简的理论基础、算法描述和最新的参考文献,共分为 7 章。第 1 章综述分布式信源编码的基本原理,比较分布式信源编码与传统信源编码的区别;第 2 章介绍无损分布式信源编码(即 Slepian-Wolf 编码),重点讨论两种有代表性的 SW 编码实现方法:基于 LDPC 的 SW 编码方法和基于 DAC 的 SW 编码方法;第 3 章描述解码端边信息有损分布式信源编码(即 Wyner-Ziv 编码),重点放在量化器的设计与优化上,并介绍了最新出现的 LDGM 量化方案;第 4 章探讨分布式信源编码中的一个关键问题:码率控制,重点探讨通过解码端相关估计实现码率控制的机制,并介绍两种最新出现的解码端相关估计方法:粒子滤波可信度传播算法和滑窗可信度传播算法;第 5 章介绍非平稳分布式信源编码中的粒子滤波置信传播算法和滑窗置信传播算法;第 6 章引入当前分布式信源编码领域的一个研究热点——分布式算术码(DAC),并介绍算术码码谱及其在 DAC 性能分析中的应用;第 7 章探讨分布式信源编码在视频压缩中的应用,分别描述像素域分布式视频编码(DVC)和变换域 DVC 的基本架构,重点介绍 DISCOVER DVC 系统和 DVC 中的码率控制机制;第 8 章将分布式

信源编码应用于高光谱图像压缩中，研究相关编码器的设计，着重介绍最新出现的基于 DAC 的高光谱图像压缩方案。

本书适合作为通信、信息工程专业研究生的理论教材，或者科技人员、工程师的参考书。

本书主编为方勇，全书由方勇负责统稿和定稿。陈亮、鹿增辉、刘亚允、罗婷婷、谈继魁等研究生也参与了本书部分章节的撰写。此外，感谢西安电子科技大学吴家骥教授和美国俄克拉荷马大学郑思明副教授对本书相关章节提出的宝贵意见及建议。

作者在本书编写过程中尽可能增加了一些前沿知识，做了一些有益的探索。由于分布式信源编码的研究发展很快，同时限于编者水平和经验，时间也比较仓促，书中难免存在错误和不妥之处，诚恳希望得到读者和同行专家的批评、指正。

编著者

2015 年 1 月

目 录

第 1 章 分布式信源编码理论基础	1
1.1 信源编码与信道编码	1
1.2 集中式信源编码	3
1.3 分布式信源编码	6
参考文献	11
第 2 章 无损分布式信源编码	13
2.1 问题描述	13
2.2 非对称 SW 编码和对称 SW 编码	15
2.3 LDPC 码简介	16
2.4 基于 LDPC 码的 SW 编码器	19
2.5 基于算术码的 SW 编码器	24
2.6 SW 编码中存在的主要问题	31
参考文献	31
第 3 章 有损分布式信源编码	33
3.1 问题描述	33
3.2 量化器设计	34
3.3 基于 Lattice 量化器和 LDPC 码的 WZ 编码器	37
3.4 基于 TCQ 量化器和 LDPC 码的 WZ 编码器	43
3.5 基于 LDGM 量化器和 LDPC 码的 WZ 编码器	46
3.6 WZ 编码中存在的主要问题	50
参考文献	51
第 4 章 码率控制与相关估计	53
4.1 LDPCA 码原理	54
4.2 基于 LDPC 码的 SWC 的相关参数估计	60
4.3 基于 LDPC 伴随式平均本征对数似然比的交叉概率估计	64
4.4 基于 LDPC 伴随式的交叉概率估计算法的性能分析	67
4.5 基于累积 LDPC 伴随式的联合信源信道估计	74
4.6 小结	78

参考文献	79
第 5 章 分布式非平稳信源编码	81
5.1 置信传播迭代译码算法	81
5.2 粒子滤波置信传播算法	88
5.3 滑窗置信传播算法	91
5.4 期望传播算法	96
5.5 小结与展望	98
参考文献	99
第 6 章 分布式算术码	100
6.1 算术码的发展	100
6.2 算术码基本原理	102
6.3 基于算术码的分布式信源编码	106
6.4 基于准算术码的分布式信源编码	110
6.5 算术码码谱	114
6.6 分布式算术码性能分析	119
6.7 衍生算术码性能分析展望	122
参考文献	123
第 7 章 分布式视频编码	126
7.1 引言	126
7.2 分布式视频编码架构	127
7.3 分布式视频编码中的边信息估计	130
7.4 分布式视频编码中的码率控制	133
7.5 相关噪声估计细化和极大似然预解码	137
7.6 小结	153
参考文献	154
第 8 章 分布式高光谱图像压缩	157
8.1 高光谱图像相关性分析	158
8.2 高光谱图像压缩技术研究现状	160
8.3 基于陪集码的高光谱图像压缩	162
8.4 基于分布式算术码的高光谱图像无损压缩	175
8.5 基于分布式信源编码的高光谱图像有损压缩	181
8.6 小结	186
参考文献	186

第 1 章 分布式信源编码理论基础

随着数字通信、互联网、多媒体等领域的快速发展，人们日常生活中产生的信息越来越多。在现代社会中，信息的载体有文本、音频、图像、视频等，每天需要对海量的信息进行存储和传输。为了满足人们对信息高效获取和传输的需求，充分利用存储空间，提高数据传递的有效性和可靠性，数据编码已经成为当前通信领域的重点课题之一。

分布式信源编码属于信息论的分支，是编码领域新兴的研究热点之一，获得了学术界和业界的广泛关注，具有十分广阔的应用前景。分布式信源编码的主要特点是对多个相关信源独立编码，将各个编码器的输出传递到同一解码器，解码器利用信源间相关性进行联合解码。理论分析表明，在很多情况下分布式信源编码可以达到与传统集中式信源编码相同的效率。分布式信源编码适用于无线传感器网络、手持终端设备视频上传等需要低复杂度编码器的场合，以及高光谱图像和个人全基因组压缩等信源相关很强的情景。

本章将介绍信源编码与信道编码的理论基础，综述集中式信源编码和分布式信源编码的基本原理，比较分布式信源编码与传统信源编码的区别，并简述几种分布式信源编码的实现形式。

1.1 信源编码与信道编码

一个数字通信系统包含信源、信宿、信道三个基本元素，主要功能是完成信源和信宿之间的信息传递。由信源发出的消息，经过加工处理并在具体媒介（信道）中传输，最终被信宿接收。通信的重点是使信宿接收到的消息与原始消息一致或尽可能相近。为了保证通信的有效性和可靠性，系统中一般包含两个编码阶段：信源编码与信道编码。一个抽象的数字通信系统如图 1-1 所示。



图 1-1 抽象的数字通信系统

以下简要介绍数字通信系统中的基本概念：

信息不同于日常生活中人们口中消息的含义。消息是通信系统中传递的对象，是信息的载体。信息是消息中包含的不确定性成分，是信宿未知的消息。消息中含有的不确定性成分越多，其包含的信息量越大，对信宿越有用，反之亦然。通信系统在传递消息时，更实质性的功能是传递了其中的信息。数字通信系统中输入的消息，既可以是模拟信号，也可以是数字信号，当前一般将原始信息转换为二进制或多进制的比特序列。

信源是消息的产生者，可以是人、设备或者其他事物。按照不同的标准，信源有很多分类方法，例如：按照信源中的消息符号数是否有限，可以将信源分为离散信源与连续信源；按照信源中各消息符号的出现是否相互独立，可以将信源分为无记忆信源和有记忆信源；按照信源的统计特性是否随着时间的推移而改变，可以将信源分为平稳信源和非平稳信源。

信源编码的作用是提高信息传输的有效性，即消除消息中的冗余，用更少的比特数来表示源信息，信源编码的过程称为数据压缩。信源编码可划分为两种类型：无损编码和有损编码。无损编码是指解码端输出的消息与原始消息完全一致；有损编码是指解码端输出的消息与原始消息不完全相同但其失真小于限定的阈值。有损编码一般能取得更高的压缩率。有损编码包含两个过程，即量化和无损编码，因此无损编码是编码压缩的基础。常见的信源编码技术包括等长码、香农-费诺（Shannon-Fano）编码、霍夫曼（Huffman）编码和算术码（Arithmetic Coding）等。

信道是信息传递时经过的通道。广义的信道可以分为调制信道和编码信道，如数字通信系统中的信道为编码信道。信道可以是常见的传输媒介，如电话线、光纤等，此时系统的主要功能是通信，即信息从某地传到另一地；信道也可以是一般的存储介质，如光盘、硬盘等，此时系统的主要功能是存储，即信源发出的信息在某一时刻被记录，并将在另一时刻被信宿接收。

信道编码的目的是保证信息传输的可靠性。实际中的信道往往存在随机噪声，造成消息通过信道后发生改变。信道编码通过增加冗余信息，纠正信息在传输过程中由于外界影响而产生的差错。对于有噪信道的编码，香农第二定理指出：若信道的信息传输速率 R 不大于该信道的容量 C ，且信道编码的码长足够长，则一定存在某种编码方式，能实现无差错传送；反之，如果信息传输速率 R 大于信道容量 C ，则无论采用何种方法，都不能实现无差错传送。常见的信道编码技术包括分组码、卷积码、Turbo 码和低密度奇偶校验（Low Density Parity Check, LDPC）码等。

信道解码与信道编码相对应，利用接收到的消息和其中的冗余信息，纠正信道噪声影响带来的差错，重建经过信道传输前的消息。

信源解码是信源编码的逆过程，负责从信源编码的输出中重建原始消息。

信宿是信息的接收者，可以是人、设备或者其他事物。

信源编码和信道编码互为对偶问题，可以相互转化，即信源码可用于信道纠错，而

信道码也可以用于信源压缩。例如, LDPC 码无论对信道纠错还是信源压缩, 都表现出了接近理论极限的性能。

信源编码和信道编码的理论与方法不仅是信息论的重要研究分支, 而且在现实生活中获得了广泛的应用。正是由于人类在信源编码领域取得的成就, MP3、网络视频、数字电视等视听享受成为了可能; 正是由于人类在信道编码领域取得的成就, 手机、蓝牙、无线局域网等方便了千家万户。

1.2 集中式信源编码

集中式信源编码的特点是所有消息的编码都在同一个编码端完成, 编码器和解码器是一一对应的关系。传统的信源编码, 一般都是集中式信源编码。本节从无损信源编码和有损信源编码两个方面分别介绍集中式信源编码的相关知识。

1.2.1 无损信源编码

无损信源编码的理论基础是无失真信源编码定理, 即香农第一定理。该定理适用于对离散信源进行编码的情况。如果某信源 X 可取的符号数是有限的, 并且各个符号的出现概率相互独立, 则称其为离散无记忆信源, 表示为

$$[\mathcal{X}, P] = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \cdots & x_N \\ p_1 & p_2 & \cdots & p_N \end{bmatrix} \quad (1-1)$$

式中: $\mathcal{X}$ 为信源的符号集; N 为符号个数; P 为对应符号出现的概率; $p_n = \Pr(x_n) \geq 0$ 且 $\sum_{n=1}^N p_n = 1$ 。为了度量消息中所含信息的大小, 定义了信源的信息熵, 即

$$H(X) = \sum_{n=1}^N p_n \log(1/p_n) = - \sum_{n=1}^N p_n \log p_n \quad (1-2)$$

如果式 (1-2) 中的对数以 2 为底, 则信息熵的单位是比特/符号。信源的信息熵越大, 则其包含的信息量也越大。以二值信源为例, 令 p_0 表示信源序列中符号“0”出现的概率, 则信源信息熵曲线如图 1-2 所示。图 1-2 中信息熵的单位是比特/符号, 当 $p_0 = 0.5$ 时, 信息熵最大, 为 $H(X) = 1$, 即两个符号概率相等时, 必须使用一个比特来表示一个符号。

对于两个信源 X 和 Y 组成的联合事件, 通常需要度量当某个信源已知时, 另一个信源中仍存在的不确定性, 即条件熵。定义信源 X 的符号集为 $\mathcal{X} = (x_1, x_2, \cdots, x_N)$, 信源 Y 的符号集为 $\mathcal{Y} = (y_1, y_2, \cdots, y_M)$ 。当给定信源 Y 时, X 的条件熵定义为

$$H(X | Y) = - \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M p(x_n y_m) \log p(x_n | y_m) \quad (1-3)$$

同理, 条件熵 $H(Y | X)$ 表示已知 X 时, Y 中存在的不确定性。

如果编码后每个信源消息符号平均使用 L 位比特来表示, 定义编码码率为 $R = L$ 。码率同时反映了信道中的信息传输速率, 即在单位时间内经过信道的消息中所包含的信

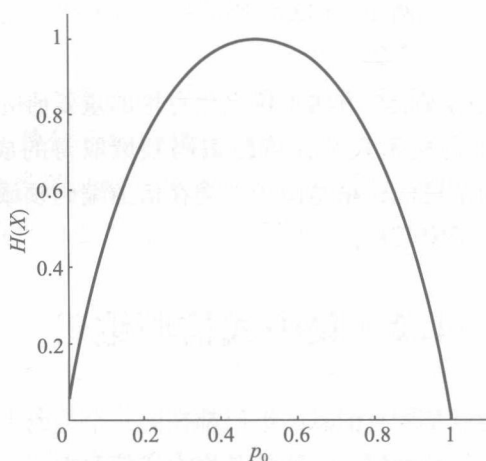


图 1-2 二值信源的信息熵曲线

息量。无失真信源编码定理表明：对离散信源 X 进行无损压缩时，可达的最低码率为 X 的信息熵 $H(X)$ 。在集中式无损信源编码中，衡量各种编码方法性能的重要指标之一就是测定码率 R 能否接近信源的信息熵。

无损信源编码技术可以分为两大类，即等长编码和变长编码。其中等长编码实现简单，但编码效率不高。变长编码又可以分为基于信源统计特性的编码和基于符号串构造的编码。基于信源统计特性编码的主要思想是使用较少的比特来表示出现概率较大的符号，使用较多的比特来表示出现概率较小的符号，常用的经典方案包括霍夫曼编码、算术码等。基于符号串构造的编码将信源中重复出现的符号串用更短的索引表示来替代，一般在处理长序列时具有较好的压缩效率，具有代表性的是 LZ 系列字典压缩算法。

1.2.2 有损信源编码

有损信源编码的理论基础是限失真信源编码定理，即香农第三定理。该定理同时适用于对离散或连续信源进行编码。连续信源是指信源在时间和取值上都是连续的，对连续信源进行编码，一般经过采样、量化和编码三个阶段。将连续信源转换为离散信源会造成信息的丢失，导致编码后的消息失真。对信源进行有损编码，一般能获得更好的压缩效率，有利于节省存储空间和传输成本。

若信源消息和解码得到的消息分别为 X 和 Y ，定义非负值：

$$d(x_n, y_m) \geq 0, n = 1, 2, \dots, N, m = 1, 2, \dots, M \quad (1-4)$$

表示两个符号 x_n 和 y_m 之间的失真。可以将失真理解为由 x_n 变为 y_m 的可能性，如果 $x_n = y_m$ ，即编解码前后符号一致，则失真为 0； $d(x_n, y_m)$ 的值越大，失真越严重。常用的 $d(x_n, y_m)$ 可以用汉明距离、差平方等函数进行度量。

信源消息 X 的 N 种符号和解码消息 Y 的 M 种符号之间存在一一对应的失真取值，可以用一个 $N \times M$ 的矩阵表示两个消息之间的失真：

$$\mathbf{D} = d(X, Y) = \begin{bmatrix} d(x_1, y_1) & d(x_1, y_2) & \cdots & d(x_1, y_M) \\ d(x_2, y_1) & d(x_2, y_2) & \cdots & d(x_2, y_M) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d(x_N, y_1) & d(x_N, y_2) & \cdots & d(x_N, y_M) \end{bmatrix} \quad (1-5)$$

失真矩阵 $\mathbf{D}$ 的数学期望为平均失真:

$$\bar{d} = E[d(x_n, y_m)] = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M p(x_n) p(y_m | x_n) d(x_n, y_m) \quad (1-6)$$

平均失真 $\bar{d}$ 是对系统中消息失真情况的总体度量。

由两个信源的信源熵和条件熵, 可以计算它们之间的平均互信息, 即

$$I(X; Y) = H(X) - H(X | Y) \quad (1-7)$$

其中, 平均互信息 $I(X; Y)$ 表示 Y 未知和 Y 已知两种情况下, X 中不确定性的减少量。信息熵、条件熵和平均互信息的关系如图 1-3 所示。由图可知, 平均互信息具有对称性, 即 $I(X; Y) = I(Y; X)$ 。

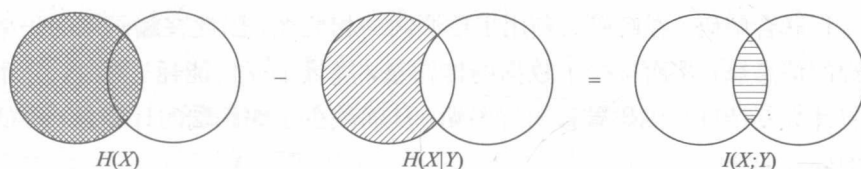


图 1-3 信息熵、条件熵和平均互信息的关系

限失真信源编码定理表明: 对 (离散或连续) 信源 X 进行失真为 D 的有损压缩时, 可达的最低码率为 X 的率失真函数 $R(D)$ 。率失真函数的定义为

$$R(D) = \min_{p(y|x): \bar{d} \leq D} I(X; Y) \quad (1-8)$$

信息率失真函数反映了特定信源在失真为 D 时的最低码率, 即平均互信息 $I(X; Y)$ 的最小值。如果编码后的码率 $R < R(D)$, 则不能在失真为 D 的条件下恢复信源消息。在集中式有损信源编码中, 可以用 $R(D)$ 来衡量相同失真条件下的各种编码方法性能。

有损信源编码有两种基本实现形式: 有损变换编码和有损预测编码。有损变换编码通常采用正交变换, 将当前域上随机性较强的消息序列转化到变换域, 消息中的信息将在变换域上重新分布, 含有信息量最多的部分将趋于集中。通过变换去除了相关性, 改变了信息量的分布, 从而实现了“能量”的集中。然后对变换后的新消息序列进行量化、编码, 用较多的比特表示能量大的分量, 用较少的比特表示能量较小的分量。常用的变换方式包括离散余弦变换 (Discrete Cosine Transform, DCT)、小波变换等。有损预测编码利用符号 x_i 之前的数据 ($\cdots, x_{i-2}, x_{i-1}$) 来产生 x_i 的预测值 $\hat{x}_i$, 并计算 x_i 与 $\hat{x}_i$ 之间的差值 e_i 。为了提高压缩效率, 一般需要对 e_i 量化后再进行编码。典型的预测编码方法为差分脉冲编码调制 (Differential Pulse Code Modulation, DPCM)。

1.3 分布式信源编码

在分布式信源编码中，对消息的编码在多个编码端完成，编码器和解码器一般是多对一的关系。与集中式信源编码相比，分布式信源编码具有如下特点。

(1) 编码任务由多个编码器完成，编码器之间一般不能进行通信或只能进行有限的通信。

(2) 编码器负责单个信源的压缩，编码复杂度较低，计算复杂度移向解码端。

(3) 解码端可能存在与原始信源相关的边信息，也可能利用来自不同编码器的编码输出作为边信息，相互辅助进行解码。

分布式信源编码采用独立编码、联合解码的思想，在一些实际应用中具有显著的适用性。如在无线传感网络中，由于硬件性能的限制和降低通信能耗的考虑，各个传感器节点间一般不进行通信。在各自完成对消息的编码后，所有编码后的消息被传递到一个解码器中进行联合解码。在解码时利用了信源间的相关性，因此在编码端的码率可以低于各自信源的信息熵，从而减少了数据的传输量，降低了通信能耗。同时，分布式信源编码尽量将计算复杂度从编码端移向解码端，从而减少了编码端的计算量，降低了对传感器节点的硬件要求。

分布式信源编码的主要理论基础是20世纪70年代的Slepian-Wolf理论和Wyner-Ziv理论。本节主要将分布式信源编码分为三类进行介绍：Slepian-Wolf编码、Berger-Tung编码和Wyner-Ziv编码。

1.3.1 无损分布式信源编码：Slepian-Wolf 编码

Slepian-Wolf定理是由Slepian和Wolf在1973年提出的。该理论证明了在无损压缩时相关信源的独立编码和联合编码同样有效，从而为分布式信源编码奠定了理论基础。Slepian-Wolf编码适用于针对离散信源的分布式信源编码。

假设 X 和 Y 是一对相关的离散独立同分布信源，根据香农的无损信源编码定理，实现无损压缩的条件是码率必须大于信源的信息熵。在传统的集中式编码模型中，编码器之间可以相互通信，此时只需编码的总码率大于 X 和 Y 的联合熵 $H(X, Y)$ ，就可以实现无损压缩。但是如果编码器之间不能相互通信，只在解码端进行联合解码，那么编码码率要满足什么条件才能实现无损压缩呢？显而易见，如果总码率 $R \geq H(X) + H(Y)$ ，即每个编码器的码率都大于与之对应的信源熵，则肯定能实现无损压缩，但是这种编码方案并没有利用信源之间的统计相关，因此在实际中是没有应用价值的。对于“如果能充分利用信源之间的统计特性，编码码率是否会有所降低”这个问题，Slepian和Wolf从理论上给出了证明，这就是著名的Slepian-Wolf定理。该定理表明，当两个信源之间存在相关时，无论编码器之间是否能进行通信，只要总码率 $R \geq H(X, Y)$ 就可以实现无损压缩。

图 1-4 所示为一个包含两个信源的 Slepian-Wolf 编码系统。Slepian-Wolf 编码定理给出的无损压缩的编码码率可达区域是 $R_X \geq H(X | Y)$, $R_Y \geq H(Y | X)$, $R_X + R_Y \geq H(X, Y)$, 其中 R_X 是信源 X 的编码码率, R_Y 是信源 Y 的编码码率, $H(X | Y)$ 和 $H(Y | X)$ 是各自的条件熵。Slepian-Wolf 编码分为对称编码和非对称编码。在非对称 Slepian-Wolf 编码的情况下, 信源 X 和 Y 的作用不一样, 其目标是根据 X 和 Y 之间的相关模型, 以逼近 $H(X | Y)$ 的码率来对 X 进行编码。对称 Slepian-Wolf 编码指的是同时对 X 和 Y 进行编码, 而不是利用某个信源作为边信息辅助解码。

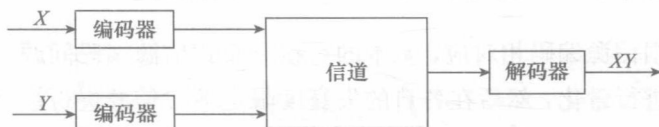


图 1-4 Slepian-Wolf 编码系统

下面通过一个简单的例子来解释一下 Slepian-Wolf 编码问题。假设有两个相关等概的 3 比特二值信源序列 X 和 Y , 两个信源之间的汉明距离 $d(X, Y) \leq 1$, 可知信源熵 $H(X) = H(Y) = 3$ 。若编码端和解码端都知道信源 Y , 并以信息熵 $R_Y = 3$ 为编码码率编码 Y , 那么以 $R_X = 2$ 的编码码率就可以实现对 X 的无损编码。其原因为: 根据 X 和 Y 之间的相互关系, 在已知 Y 的情况下, X 共有四种可能取值。例如, 当 Y 为 101 时, $X \in \{101, 100, 111, 001\}$, 这样用 2 比特就可以表示 X , 即 $H(X | Y) = 2$ 。有意思的是, 当编码端不知道 Y 时, 而两个信源只能在解码端相互通信的情况下, 仍然可以把 X 压缩成 2 比特。这是由于如果已知 X 是某两个序列 (如 (000) 和 (111)) 中的一种, 且这两个序列中只有一个满足约束条件 $d(X, Y) \leq 1$, 则不必再用额外的信息来区分它们。我们可以把这两个序列合并为一个集合。根据每个集合中的两个序列之间的汉明距离 $d \geq 3$ 的划分依据, 所有 3 比特二值序列总共可以划分为四个不同的集合, 分别为 (000, 111)、(001, 110)、(010, 101) 和 (011, 100), 共需要 2 比特来区分。编码 X 的时候只需要用 2 比特发送某个集合的编号。在解码端知道 Y 的情况下, 先根据集合编号, 确定 X 所在的集合, 再根据 $d(X, Y) \leq 1$ 就可以解出 X 。这样就能以 $R_X = 2$ 的码率对 X 进行无损压缩编码。

虽然 Slepian-Wolf 编码理论早已被证明, 但是实用的 Slepian-Wolf 编码技术却是最近十几年才出现的。Pradhan 和 Ramchandran 最早开始对 Slepian-Wolf 编码进行研究, 并提出了具有重要意义的 DISCUS 编码方案, 该编码方案为以后很多其他的分布式信源编码方案奠定了基础。1999 年, Ramchandran 首先提出了一种基于卷积码的 Slepian-Wolf 编码器。2001 年, Garcia 提出了一种利用 Turbo 码校验比特进行 Slepian-Wolf 编码的方案。Xiong 在 2002 年提出了基于 LDPC 码的 Slepian-Wolf 编码方法并取得了比 Ramchandran 和 Garcia 更好的编码效果。由于上述提出的 Slepian-Wolf 编码方法都是基于信道编码的, 所以在实现的过程中也必然会受到信道编码条件的限制。上述编码方法只有在信源序列足够长时, 信道码的优良性能才能够体现出来, 而对于短信源序列的效果并不好。为了解决这个问题, 研究者利用熵编码对短数据块压缩具有良好

压缩效果的特点，提出了利用熵编码技术来解决 Slepian-Wolf 问题。其中，基于算术码的分布式信源编码技术是现在研究的一个前沿方向，而且取得了很多的研究成果。Grangetto 和 Magli 提出的分布式算术码，将算术码的思想和分布式信源编码相结合，并将其应用到非对称 Slepian-Wolf 问题中，随后又提出了一种基于分布式算术码处理对称 Slepian-Wolf 编码的方法。这里仅仅概述了 Slepian-Wolf 编码的方法，在第 2 章中，将会对这些方法进行详细的阐述。

1.3.2 有损分布式信源编码：Berger-Tung 编码

与传统的有损信源编码相对应，基本的有损分布式信源编码问题，可以认为是对两个相关信源分别进行量化，然后在各自的失真度限定下对信源进行恢复，此类问题称为 Berger-Tung 编码。Berger-Tung 编码包含两个步骤：量化和 Slepian-Wolf 编码。

自 20 世纪 70 年代 T. Berger 和 S. Tung 的理论提出之后，很多人进行了相关研究，然而，该问题至今依然没有得到完全解决。虽然目前尚未能获得精确的可达失真率区域，但已经知道了该区域的内、外边界。假设两个相关信源 X_1 和 X_2 的失真度分别为 D_1 和 D_2 ，定义 $d(X_1, Y_1)$ 和 $d(X_2, Y_2)$ 分别为两个信源的失真函数，则平均失真应满足约束 $\bar{d}_1 = E[d(X_1, Y_1)] \leq D_1$, $\bar{d}_2 = E[d(X_2, Y_2)] \leq D_2$ 。借助两个辅助随机变量 Z_1 和 Z_2 ，其符号集分别为 $\mathcal{Z}_1$ 和 $\mathcal{Z}_2$ 。这两个辅助变量满足 $\varphi_1: \mathcal{Z}_1 \times \mathcal{Z}_2 \rightarrow Y_1$ 和 $\varphi_2: \mathcal{Z}_1 \times \mathcal{Z}_2 \rightarrow Y_2$ 且符合失真度的约束条件 $E[d(X_1, \varphi_1(Z_1, Z_2))] \leq D_1$ 和 $E[d(X_2, \varphi_2(Z_1, Z_2))] \leq D_2$ 。定义

$$R(Z_1, Z_2) = \{(R_1, R_2): R_1 \geq I(X_1; Z_1 | Z_2), R_2 \geq I(X_2; Z_2 | Z_1), \\ R_1 + R_2 \geq I(X_1 X_2; Z_1 Z_2)\} \quad (1-9)$$

则失真率区域的内边界约束为

$$R_{\text{in}} = \text{conv}\{R(Z_1, Z_2), Z_1 \rightarrow X_1 \rightarrow X_2 \rightarrow Z_2\} \quad (1-10)$$

外边界约束为

$$R_{\text{out}} = \text{conv}\{R(Z_1, Z_2), Z_1 \rightarrow X_1 \rightarrow X_2, Z_2 \rightarrow X_2 \rightarrow X_1\} \quad (1-11)$$

其中， $\text{conv}\{\cdot\}$ 表示凸包。

考虑到一般信源的复杂性，研究者基本以符合均方误差失真函数的高斯信源为研究对象。对于二次高斯相关信源，其内边界和可达失真率区域一致。以三元组 $(\sigma_1^2, \sigma_2^2, \rho)$ 作为信源参数，其中 σ_1^2 和 σ_2^2 分别为两个信源的方差， ρ 为相关系数，定义内边界约束为

$$R_{\text{in_Gaussian}} = \left\{ (R_1, R_2): R_1 \geq \frac{1}{2} \log^+ \frac{(1 - \rho^2 + \rho^2 2^{-2R_2}) \sigma_1^2}{D_1} \right. \\ R_2 \geq \frac{1}{2} \log^+ \frac{(1 - \rho^2 + \rho^2 2^{-2R_1}) \sigma_2^2}{D_2} \\ \left. R_1 + R_2 \geq \frac{1}{2} \log^+ \frac{(1 - \rho^2) \sigma_1^2 \sigma_2^2 \beta}{2D_1 D_2} \right\} \quad (1-12)$$

其中， $\log^+ x$ 表示 $\max\{\log_2 x, 0\}$ 且

$$\beta = 1 + \sqrt{1 + \frac{4\rho^2 D_1 D_2}{(1 - \rho^2)^2 \sigma_1^2 \sigma_2^2}} \quad (1-13)$$

将式(1-12)中的三个条件分别表示为 $R_1(D_1)$ 、 $R_2(D_2)$ 和 $R_{12}(D_1 D_2)$ ，则其边界如图1-5所示。由三条线围成的虚线部分为该情况下的可达失真率区域，如果两个信源的编码码率在此区域内，则能以失真度 D_1 和 D_2 分别对信源进行恢复。

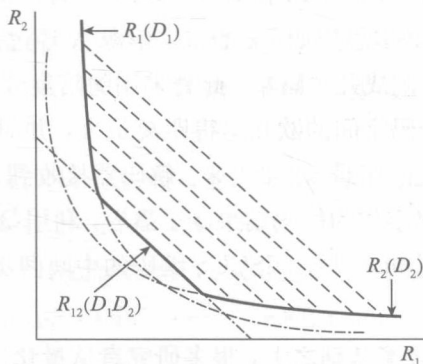


图1-5 二次高斯相关信源可达失真率区域示意图

在 Berger-Tung 编码中，每个编码器直接获得需要编码的信源。如果多个编码器同时对一个信源进行编码，若每个编码器获得的信源消息都含有噪声，则可通过独立编码、联合解码，在解码端重构原始无噪信源，该情况称作 CEO 问题。T. Berger 和 Y. Oohama 等人对该问题进行了大量研究，在此不再详述。

1.3.3 解码端边信息无损分布式信源编码：Wyner-Ziv 编码

尽管至今为止 Berger-Tung 问题非常困难并且未得到完全解决，但该问题的一种特殊情况，即解码器端具有边信息的率失真问题却已被解决。若在编码器端没有可用的边信息，而解码器端有可用边信息，并且信源 X 与解码后得到的重构信源 X' 的平均失真满足 $E\{d(X, X')\} \leq D$ 的条件下，至少需要多少比特对 X 进行编码，或率失真函数 $R_{X|Y}(D)$ 所能达到的下界是多少？Wyner-Ziv 编码对上述情况进行了解答。之后，研究者将所得结论推广到连续信源和无界失真度量，其中包括满足二次高斯分布的相关信源。设信源 X 和边信息 Y 满足 $(X, Y) \sim N(0, \Sigma)$ ，其中协方差矩阵为

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_X^2 & \rho\sigma_X\sigma_Y \\ \rho\sigma_X\sigma_Y & \sigma_Y^2 \end{bmatrix}, |\rho| \leq 1 \quad (1-14)$$

若失真度量标准采用均方误差(MSE)，则 WZ 编码的率失真函数可计算为

$$R_{X|Y}(D) = \frac{1}{2} \log^+ \frac{(1 - \rho)^2 \sigma_X^2}{D}, D > 0 \quad (1-15)$$

式中： $\log^+ x = \max\{\log_2 x, 0\}$ ； D 为失真。该情况下的 WZ 编码所得的率失真函数与联合编码时所得的率失真相同。但在其他情况下，WZ 的速率可能存在一定失真。

1974年, Wyner提出了用信道码的陪集替换SW编码中的bin, 该方法将分布式信源编码和信道编码联合分析, 即将信源 X 和边信息 Y 之间的相关看成一个虚拟信道。令 Z 表示信道噪声, 信源 X 和边信息 Y 分别充当虚拟信道的输入和输出, 则满足 $Y = X + Z$ 。根据Wyner的分析, 若存在某接近该虚拟信道容量的好的信道码, 则基于该信道码的分布式信源编码也是在相关模型下的好码。

基于上述结论, 1999年, Pradhan和Ramchandran首次提出了采用伴随式进行分布式信源编码(DISCUS), 其基本思想如下: 首先, 信源 X 经过量化得到信源对应码字 Q 。然后, 将信源的码字空间分割成几个陪集。此处采用的陪集分割方法是Ungerboeck分割原理, 以使得陪集中的每个码字间的欧几里得距离最大, 并对分割好的每个陪集进行标号, 只传输码字 Q 所在陪集的序号 S 。接下来, 解码器接收到 S , 在其所对应的陪集中搜索与边信息 Y 失真最小的码字作为解码结果 Q' 。最后, 利用 Q' 和 Y 进行反量化得到最终的重构信源 X' 。基于上述分析, 可知DISCUS编码的中间两步符合信道码中陪集译码算法的思想。

在Wyner等人提出的方案基础之上, 很多研究者从量化器和信道码两个角度对WZ编码进行分析, 并提出了许多方案。在WZ编码的实际应用中, 量化过程力求简单, 所以量化器一般选择均匀标量量化器。虽然标量量化容易实现, 并且已经取得不错的效果, 但性能较矢量量化差一些。1982年, Conway和Sloane首次提出Lattice量化, 因其具有特殊结构而受到了研究者的广泛关注。此后, Conway和Sloane给出了Lattice量化的快速编码和解码算法, 降低了该量化编解码过程的复杂度, 因而适用于分布式信源编码。然而, Lattice量化方法存在一定缺陷, 例如, 高维Lattice量化虽然性能良好, 但复杂度太高, 导致其实用性不强。1990年, Marcellin等人参考了Ungerboeck提出的信号集分集的概念以及网格编码调制, 提出了网格编码量化(TCQ)的概念, 希望TCQ同时具有标量量化的简单性和矢量量化的良好性能。TCQ利用卷积码实现量化级集合的扩展, 采用维特比算法降低其复杂度, 在降低复杂度的同时又不影响量化性能。少量状态的TCQ可以弥补高维Lattice量化的不足, 是当今最好的量化方法之一。LDGM码是由LDPC码衍生出来的一种线性分组码, 作为量化码可以达到或接近最优的二进制量化性能。在信道码方面, 1993年, Berrou等人提出了Turbo码, 但该码最初只适合理想条件的信道。此后, 研究者对Turbo码进行了改进, 实现了Turbo码在分布式信源编码中的应用。1962年, Robert Gallager提出了LDPC码, 但由于当时的计算能力不足导致其未受到研究者关注。1993年, MacKay和Neal等人发现LDPC码是最接近香农限的码, 从而促使其成为当今信道编码理论的热点。

由此可见, WZ编码器本质上就是由一个量化器加非对称SW编码器组成。本书第3章中将详细阐述三种不同的WZ编码方案, 即基于Lattice量化器和LDPC码的WZ编码, 基于TCQ量化器和LDPC码的WZ编码, 以及基于LDGM量化器和LDPC码的WZ编码。