

普通高等教育  
兵工类规划教材

# 引信机构动力学

彭长清 主编

兵器工业出版社

# 引信机构动力学

彭长清 主编

兵器工业出版社

(京)新登字 049 号

### 图书在版编目(CIP)数据

引信机构动力学/彭长清主编. -北京:兵器工业出版社,1994. 4  
ISBN 7-80038-720-8

I. 引… II. 彭… III. 引信-机构-动力学 IV. TJ430.11

### 内容简介

本教材讲述了建模概论、引信环境力、点火机构、隔爆机构、保险机构、延期解除保险机构、自毁机构、钟表机构和延期机构等内容,并在刚体动力学基础上,分析了物理模型,建立了数学模型。全书以通俗易懂的文字,深入浅出的叙述方法,删繁就简,去伪存真,吐故纳新,使引信机构动力学系统化、典型化、抽象化和理论化。

本书可作为高等院校引信及弹药系统各专业教科书;也可供机电、测试、精密、机械类等有关专业本科生、研究生和工程技术人员参考;也可供具有大专、中专以上文化程度的科技人员和工人自学参考。

### 引信机构动力学

彭长清 主编

※

兵器工业出版社出版

(北京市海淀区车道沟10号 邮政编码 100081)

新华书店总店科技发行所发行 各地新华书店经销

廊坊市武装部胶印厂印装

※

787×1092毫米 1/16 印张:23.5 字数:567.84千字

1994年4月第一版 1994年4月一次印刷 印数:001~750册

定价:10.80元

## 出版说明

遵照国务院国发[1978]23号文件精神,中国兵器工业总公司承担全国高等学校兵工类专业教材的规划、编审、出版的组织工作。自1983年兵总教材编审室成立以来,在广大教师的积极支持和努力下,在国防工业出版社、兵器工业出版社和北京理工大学出版社的积极配合下,已完成两轮兵工类专业教材的规划、编审、出版任务,共出版教材211种。这批教材出版对解决兵工专业教材有无问题、稳定教学秩序、促进教学改革及提高教学质量都起到了积极作用。

为了使兵工类专业教材更好地适应社会主义现代化建设需要,特别是国防现代化培养人才的需要,反映国防科技的先进水平,达到打好基础、精选内容、逐步更新及利于提高教学质量的要求,我们以提高教材质量为主线,完善编审制度、建立质量标准及明确岗位职责,建立了由主审人审查、责任编委复审和教编室审定等5个文件。并根据兵工类专业的特点,成立了十个专业教学指导委员会,以更好地编制兵工类专业教材建设规划,加强对教材的评审和研究工作。

为贯彻国家教委提出的“抓好重点教材,全面提高质量,适当发展品种,力争系统配套,完善管理制度,加强组织领导”的“八五”教材建设方针,兵总教材编审室在总结前两轮教材编审出版工作的基础上,于1991年制订了1991~1995年兵工类专业教材编写出版规划,共列入教材220种。这些教材都是从学校使用两遍以上、实践证明是比较好的讲义中遴选的,专业教学指导委员会从兵工专业教材建设的整体考虑对编写大纲进行了审查,认为符合兵工专业培养人才要求,符合国家出版方针。这批教材的出版必将为兵工专业教材的系列配套,为教学质量的提高和培养国防现代化人才,为促进兵工类专业科学技术的发展,都将起到积极的作用。

本教材由王宝兴主审,经中国兵器工业总公司引信专业教学指导委员会复查,兵总教材编审室审定。

限于水平和经验,这批教材的编审出版难免有缺点和不足之处,希望使用本教材的单位和广大读者批评指正。

中国兵器工业总公司教材编审室

1994年3月

## 前 言

本教材是引信技术专业一门主课。它以国军标 GJB375-87《引信术语符号》为依据,以国军标 GJB373-87《引信安全设计准则》为指导,应用国军标,宣传国军标,贯彻国军标;面向教学、面向科研、面向生产;教学为科研服务,教学与生产相结合;并根据引信系列化、通用化、标准化、典型化和模块化的思想,精选机构,系统建模,进行动力学分析。

本教材在总结 30 余年教学经验、广泛收集国内外引信近期研究成果的基础上,坚持了内容的系统性、典型性、继承性、先进性、新颖性和成熟性,并以引信机构在其自身工作环境中运动的时序逻辑,进行了科学安排。全书力争做到层次清晰,内容完整、衔接紧凑、取舍合理,能反映当代引信研究成果与学术水平。对于原属于《引信设计》内容的“爆炸序列”、“装定机构”、“弹簧设计”以及“引信模拟实验技术”等,在其它相关课程中已有论述,本书不再重复。

本教材根据教学大纲要求共分九章,第一章建模概论、第二章引信环境力、第三章发火机构、第四章隔爆机构、第五章保险机构、第六章延期解除保险机构、第七章自毁机构、第八章钟表机构、第九章延期机构。在后七章中,共精选了 66 种典型机构,其中发火机构 15 种、隔爆机构 13 种、保险机构 9 种、延期解除保险机构 14 种、自毁机构 4 种、钟表机构 2 种、延期机构 9 种。围绕这些典型机构,共建立了约 230 种数学模型,其中微分方程 60 个,识别方程(判别式) 70 个、运动方程 50 个以及其它计算公式 50 个。根据以上粗略统计看出,本书在某种意义上说,是一个引信典型机构的数学“模型库”。

本教材共有 5 人参加了撰写,其中焦国太撰写第三章;张亚撰写第四章和第九章;徐建军撰写第六章和第七章;刘希贵撰写第五章;其余三章由彭长清撰写。

在该书撰写过程中,有关兄弟院校、工厂、研究所等单位,都给予了大力支持和帮助。特别是沈阳工学院王雨时副教授,多次寄来他们的论文和研究成果。充实了本教材的内容。北京理工大学王宝兴教授,对本教材进行了深入细致的审查,提出了许多宝贵的意见和建议。本书主编在认真研究这些意见和建议的基础上,对文稿进行了认真的修改和补充,个别章节甚至作为较大篇幅的增删和调整。在此,编者向他们表示诚挚的谢意。

由于作者水平有限,有不妥和错误之处,希望读者批评指正。

彭长清

1993 年 1 月

# 目 录

第一章 建模概论	(1)
§ 1-1 系统与引信系统	(1)
一、系统的一般概念	(1)
二、引信及其机构	(2)
三、模型与数学模型	(2)
四、引信系统的数学模型	(2)
五、线性与非线性系统	(3)
§ 1-2 数学模型的建立	(4)
一、模型的类型	(4)
二、数学模型的作用	(4)
三、数学模型的建模方法	(5)
四、数学模型的简化	(6)
五、建立数学模型的步骤	(6)
§ 1-3 动态系统分析	(6)
一、动态系统模型的用途	(6)
二、动态系统模型的分析	(7)
三、动态系统模型相似性	(8)
第二章 引信环境力	(10)
§ 2-1 勤务与装填环境力	(10)
一、运输环境力	(10)
二、搬装环境力	(12)
三、空投环境力	(13)
四、装填环境力	(14)
§ 2-2 膛内环境力	(14)
一、后坐力	(16)
二、离心力	(17)
三、切线力	(19)
四、切线惯性力偶	(19)
五、哥氏力	(20)
六、过载系数	(21)
七、膛压简化式	(22)
§ 2-3 后效环境力	(24)
一、炮口环境受力分析	(24)
二、章动力	(25)
三、弹底压力简化式	(28)

§ 2-4 飞行环境力	(30)
一、爬行力	(31)
二、迎面空气压力	(34)
三、雨滴碰击力	(35)
四、弹丸飞行角速度	(38)
§ 2-5 侵彻环境力	(39)
一、土、木、砂、石介质量彻阴力	(40)
二、土、木、砂、石介质的侵彻行程与侵彻时间公式	(42)
三、钝头弹侵彻有限厚钢甲的阻力公式	(45)
四、弹丸对薄装甲的侵彻	(50)
五、水的侵彻阻力半经验式	(56)
§ 2-6 火箭环境力	(56)
一、厉坐力	(56)
二、离心力	(58)
三、切线力	(59)
四、迎面空气阻力	(59)
五、其它惯性力	(60)
<b>第三章 发火机构</b>	<b>(61)</b>
§ 3-1 勤务处理安全性	(61)
一、勤务处理安全性要求	(61)
二、安全落高公式	(62)
三、安全落高公式的用途	(65)
四、安全落高动力学算法	(67)
§ 3-2 膛内发火机构	(70)
一、弹簧型膛内发火机构	(71)
二、支耳型膛内发火机构	(81)
三、裂环型膛内发火机构	(84)
§ 3-3 弹道发火机构	(85)
一、贮能簧弹道发火机构	(85)
二、离心力弹道发火机构	(87)
§ 3-4 瞬发发火机构	(88)
一、瞬发灵敏度	(88)
二、引信瞬发度	(91)
§ 3-5 绝热发火机构	(93)
§ 3-6 压电发火机构	(94)
一、碰击压电发火机构	(94)
二、贮能压电发火机构	(107)
§ 3-7 惯性发火机构	(113)
一、“薄”目标相对灵敏度	(114)
二、“厚硬”目标相对灵敏度	(116)
三、“厚硬”目标发火条件	(118)
四、“厚弱”目标相对灵敏度	(119)

五、“厚弱”目标惯性灵敏度近似比较法 .....	(122)
六、擦地灵敏度 .....	(123)
<b>第四章 隔爆机构</b> .....	(127)
§ 4-1 滑块隔爆机构 .....	(128)
一、倾斜的离心滑块 .....	(129)
二、带离心子的离心滑块 .....	(131)
三、带制动销的离心滑块 .....	(134)
四、带保险塞的离心滑块 .....	(137)
五、圆柱弹簧驱动的滑块 .....	(140)
六、锥形弹簧驱动的滑块 .....	(140)
§ 4-2 水平转子隔爆机构 .....	(143)
一、弹簧驱动的水平转子 .....	(143)
二、离心力驱动的水平转子 .....	(147)
§ 4-3 垂直转子隔爆机构 .....	(152)
一、扭力簧驱动的垂直转子 .....	(153)
二、离心力驱动的垂直三角转子 .....	(157)
三、离心力驱动的垂直圆盘转子 .....	(167)
§ 4-4 球转子隔爆机构 .....	(171)
一、球转子的运动方程 .....	(172)
二、球转子起动时间计算 .....	(174)
三、球转子运动时间计算 .....	(175)
四、球转子运动特征分析 .....	(177)
五、球转子偏心时的运动的方程 .....	(178)
§ 4-5 空间隔爆机构 .....	(179)
<b>第五章 保险机构</b> .....	(182)
§ 5-1 单行程保险机构 .....	(183)
一、保险钩平时安全性验算 .....	(184)
二、保险钩可靠解除保险计算 .....	(185)
§ 5-2 双行程保险机构 .....	(185)
一、机构在勤务处理时的安全性验算 .....	(186)
二、机构解除保险对结构尺寸的要求 .....	(188)
三、上钢珠解除保险可靠性验算 .....	(189)
四、下钢珠可靠解除保险分析 .....	(190)
五、下钢珠解除保险时间计算 .....	(192)
§ 5-3 制动式保险机构 .....	(197)
一、机构勤务处理安全性分析 .....	(199)
二、机构可靠解除保险条件分析 .....	(201)
三、惯性筒下沉到位时间的计算 .....	(201)
四、惯性筒上升到位时间的计算 .....	(207)
五、结构设计中应注意的问题 .....	(210)
§ 5-4 卡板式保险机构 .....	(211)
一、卡板坠落安全性验算 .....	(212)



二、机构基本参数的决定 .....	(214)
三、卡板机构解除保险时间计算 .....	(216)
§ 5-5 螺旋簧离心子保险机构 .....	(217)
一、机构勤务处理安全性验算 .....	(217)
二、离心子可靠解除保险验算 .....	(219)
三、离心子起动机判式 .....	(220)
四、离心子解除保险时间的计算 .....	(222)
五、离心子解除保险时间的估算法 .....	(225)
六、离心子保险机构结构设计要求 .....	(225)
§ 5-6 倾斜离子保险机构 .....	(226)
§ 5-7 啮合槽离心子保险机构 .....	(227)
§ 5-8 环状簧离心子保险机构 .....	(228)
一、离心子移动 $dx$ 时所做的功 .....	(229)
二、环状簧张开 $dx$ 时所做的功 .....	(230)
三、离心子所受摩擦力做的功 .....	(230)
四、环状簧所受摩擦力做的功 .....	(230)
五、环状簧所贮存的弹性能 .....	(230)
六、离心子释放被保险件时的弹丸转速 .....	(231)
七、机构安全滚落公式 .....	(231)
§ 5-9 离心板保险机构 .....	(231)
一、机构的安全条件 .....	(232)
二、机构可靠解除保险条件 .....	(232)
三、离心板起动机时间的确定 .....	(232)
四、离心板解除保险时间的计算 .....	(234)
<b>第六章 延期解除保险机构</b> .....	(235)
§ 6-1 钟表延期解除保险机构 .....	(235)
一、无返回力矩钟表机构 .....	(235)
二、调速器的周期公式 .....	(236)
三、延期解除保险距离公式 .....	(243)
四、延期解除保险时间的计算 .....	(245)
§ 6-2 准流体延期解除保险机构 .....	(250)
一、准流体的延时机理 .....	(251)
二、准流体排流经验式 .....	(251)
三、线性推力排流延时的数学模型 .....	(253)
四、采用微型玻璃珠应注意的问题 .....	(256)
五、玻璃珠流动性影响因素分析 .....	(256)
§ 6-3 液体延期解除保险机构 .....	(256)
一、液体阻尼延时的原理 .....	(258)
二、液体阻尼延时公式 .....	(258)
三、活塞间隙对延时精度的影响 .....	(260)
四、节流孔雷诺数检验 .....	(261)
五、工作液体的技术要求 .....	(262)

§ 6-4 气体延期解除保险机构 .....	(262)
一、气体阻尼的延时规律 .....	(263)
二、多孔材料透气特性分析 .....	(264)
三、气体流量公式 .....	(264)
四、气体阻尼延时公式 .....	(265)
五、气体阻尼延时试验分析 .....	(267)
§ 6-5 易熔金属延期解除保险机构 .....	(269)
一、易熔金属延时原理 .....	(269)
二、易熔金属及其性能 .....	(269)
三、易熔延时的时间估算 .....	(269)
§ 6-6 软带延期解除保险机构 .....	(271)
一、软带运动的微分方程 .....	(271)
二、软带可靠解除保险条件 .....	(274)
三、软带延期解除保险的简化公式 .....	(277)
四、软带延期解除保险距离估算式 .....	(278)
§ 6-7 活塞延期解除保险机构 .....	(280)
一、活塞延时的工作原理 .....	(280)
二、活塞上的气流压力 .....	(280)
三、安全与可靠解除保险条件 .....	(281)
四、解除保险时间计算 .....	(281)
§ 6-8 旋翼延期解除保险机构 .....	(283)
一、作用在旋翼上的力矩 .....	(284)
二、作用在旋翼轴上的摩擦力矩 .....	(286)
三、旋翼起动时间的确定 .....	(286)
四、旋翼解除保险时间的计算 .....	(286)
五、可靠解除保险的验算 .....	(287)
§ 6-9 涡轮延期解除保险机构 .....	(287)
一、轴流式涡轮工作参量计算 .....	(287)
二、辐流式涡轮工作参量计算 .....	(291)
<b>第七章 自毁机构</b> .....	<b>(294)</b>
§ 7-1 火药自毁机构 .....	(295)
一、压药结构和药剂 .....	(295)
二、药剂静态燃烧规律 .....	(296)
三、药剂动态燃烧规律 .....	(297)
四、药剂的燃时精度 .....	(298)
§ 7-2 离心钢珠自毁机构 .....	(299)
一、离心钢珠机构自毁原理 .....	(299)
二、钢珠在斜面滚动的数学模型 .....	(299)
三、钢珠在孔内滚动的数学模型 .....	(300)
四、自毁时间影响因素分析 .....	(301)
五、离心钢珠锁定时间计算 .....	(302)
§ 7-3 离心板自毁机构 .....	(303)

一、离心板机构自毁机理 .....	(304)
二、离心板自毁速度数学模型 .....	(304)
三、离心板膛内锁定时间计算 .....	(305)
§ 7-4 离心铰链自毁机构 .....	(307)
一、铰链机构自毁原理 .....	(307)
二、机构解除保险角速度数学模型 .....	(307)
三、机构自毁角速度数学模型 .....	(308)
<b>第八章 钟表机构</b> .....	(310)
§ 8-1 钟表机构 .....	(310)
一、钟表机构各装置的功能 .....	(310)
二、钟表机构计时的数学模型 .....	(311)
三、钟表机构的主要工作参数 .....	(312)
§ 8-2 振动系统 .....	(313)
一、开摆力矩 .....	(313)
二、振动周期 .....	(315)
三、平衡摆振幅 .....	(317)
§ 8-3 擒纵机构 .....	(319)
一、非自由式擒纵机构的构造作用 .....	(320)
二、自由式擒纵机构的构造作用 .....	(322)
三、静面力矩比 .....	(323)
四、冲面力矩比 .....	(324)
五、冲面最小力矩比 .....	(326)
§ 8-4 传动轮系 .....	(327)
一、传动齿轮的啮合原理 .....	(327)
二、传动轮系工作参量 .....	(328)
三、轮系力矩传递式 .....	(329)
§ 8-5 发条原动机 .....	(330)
一、发条的受力分析 .....	(330)
二、发条理论力矩公式 .....	(332)
三、发条实际工作曲线 .....	(333)
§ 8-6 动力失调 .....	(335)
一、直线水平游丝动力失调 .....	(335)
二、平衡摆动力失调 .....	(338)
三、传动轮系动力失调 .....	(341)
四、发条动力失调 .....	(343)
五、高速停摆 .....	(345)
§ 8-7 引信时间精度 .....	(346)
一、引信时间精度的表示方法 .....	(346)
二、引信时间散布的变化规律 .....	(346)
三、时间散布的统计值 .....	(347)
<b>第九章 延期机构</b> .....	(349)
§ 9-1 引信延期时间 .....	(349)

一、侵彻无限厚目标的延期公式 .....	(349)
二、侵彻有限厚目标的延期公式 .....	(352)
三、侵彻装甲与蒙皮的延期公式 .....	(352)
§ 9-2 固定延期机构 .....	(353)
一、火药延期机构 .....	(353)
二、气体动力延期机构 .....	(355)
§ 9-3 可调延期机构 .....	(356)
一、赛璐珞溶解延期机构 .....	(356)
二、金属丝溶解延期机构 .....	(356)
三、金属丝电解延期机构 .....	(357)
四、电化学延期机构 .....	(359)
§ 9-4 自动调整延期机构 .....	(360)
一、火药自调延期机构 .....	(361)
二、机械自调延期机构 .....	(361)
三、综合自调延期机构 .....	(361)
参考文献 .....	(362)

# 第一章 建模概论

通过感觉目标或按预定条件(如时间、气压、指令等)来控制弹药爆炸序列适时爆炸的系统,称为引信。

近代工程设计,已日益重视系统分析与系统设计。引信即是系统,也将涉及对其动态物理系统的理解,以及对其实系统的模化的方法;涉及如何进行系统的动态分析,以弄清该系统在某种动态环境中的状态和行为;还涉及利用计算机技术来模拟系统对于外部激励的动态响应。

## § 1-1 系统与引信系统

### 一、系统的一般概念

系统是一些元件的组合,通过这些元件共同作用,以完成给定的任务。由于不局限于某一物理对象,系统的概念可以扩大到任何动态现象。例如在经济、运输、人口增长和生态学等方面遇到的这些现象。一个复杂的系统,往往能很方便地按几个层次分解开来,把系统中的各个主要部分称为子系统,并把子系统的基本部分称为元件。当然,元件、子系统和系统的层次也不是绝对的。即使是一个系统的最基本部分,也能被详细地模化。在许多工程应用中,子系统和元件的分类是相当明显的。

系统有静态与动态之分。如果系统的即时输出仅仅是由其即时输入决定,则称为静态系统;如果系统的现时输出是由其之前的输入决定,则称为动态系统。稳态系统与静态系统相类似。一般来说,在真正的静态或稳态下运行的系统是没有的。实践证明,动态系统分析要比静态系统分析更为复杂。

由于在环境中存在着许多外部干扰或不稳定性因素,系统决不可能永远达到某个稳定状态。因此,若根据静态分析作出判断,有可能造成很大的失误。而且,所有各种系统仅从静态方面考察时,都会表现出反直观的行为。例如,从静态观点考虑,使某系统或控制的对策改变一下,可能有利于短期运转,但却会得到违背初衷的长期反响。如水力发电站,为了减少出力,把水轮机前的导叶向关闭位置调节,由于引水管中水的惯性,使得通过导叶的流量几乎保持不变,使水流以较高速度通过调小了的导叶过水断面,因而输出功率实际上暂时地增加了。最后,引水管中的水流减速后,出力才减小下来。若不了解这个系统的动力学,会使人以为打开导叶就可以减小出力,实际上是随即发生出人意料的、且又无法避免的出力的上升。显然,对于动态系统控制对策而言,切实地了解动态响应是十分重要的。

应当指出,如果输入不改变,则静态系统的输出保持为常量,只有当输入改变时输出才改变;如果系统不是处于平衡状态,动态系统的输出是随时间改变而变化的。

## 二、引信及其机构

引信作为系统是由两个以上相互区别和互相作用的基本单元有机地结合起来,并用以完成某一个或数个功能的结合体。在系统概念中,把该基本单元称为子系统,如引信中的发火机构、隔爆机构、保险机构、延期解除保险机构、自毁机构、钟表机构、延期机构、装定机构和爆序列等。然而,在整个弹药系统中,引信仅是其中一个子系统,而上述组合引信的机构,则该系统的元件了。

引信系统同抽象的系统一样,也具有某种输出,通过这种输出,达到预期的目的和要求。但这种输出不会无中生有,必有一定输入经过处理后才能得到。其输出是处理的结果,代表系统的目的,而处理是使输入变为输出的一种活动,通常是由人或机构分别或联合担任。因此,输入—处理—输出是引信系统的三要素。在引信机构动力学中,将重点讨论各种典型性能机构的动态系统。进行引信机构的动力学分析。

## 三、模型与数学模型

模型必定是真实事物的简化。一个过于复杂和详尽的模型,也许会包含实际上无法估算的许多参数;或者事实上不可能进行分析;或者即使能够分析,也会使重要答案同不相干的细节混淆,从而把问题弄得模糊不清。但是,若采用一个过于简化的模型,又会显示不出其实质和真实效果。因此在建模过程中,既不可能把一个真实系统模化得丝毫不差,也不应该把系统模化得过于简单,以致反映不了系统的真实响应。

概括起来,模型可以分为形象模型、模拟模型和数学模型。数学模型要比实物模型抽象得多,但数学模型和实物模型之间,确实存在很强的相似性,通过这种相似性,根据相似性提供的数学模型,在各实物模型之间,可以互相模拟。

对任何一个系统进行分析时,必须预先对该系统的性能有所了解和掌握,然后就其系统结构间的诸因素,采用数学方法来描述,并以数字或曲线来表征实体的特性,这就称为系统的数学模型。数学方法通常是一些方程式、不等式、数字资料等。引信系统是典型的物理系统。对于物理系统,最常用的数学模型,是微分方程。引信机构动力学,将讨论引信典型机构在弹道环境中的数学模型和响应分析。即利用已有物理模型和试验数据建立数学模型,然后通过数学模型所反映的规律,来预测引信系统的未来状态。

## 四、引信系统的数学模型

在本教材精选的 60 余种典型机构中,其主要数学模型是通过受力分析法建立的微分方程、通过静力平衡法建立的起动判别式和通过经典求解方法建立的运动方程式。此外,还有通过能量分析法建立的安全落高判别式和机构发火可靠判别式,以及根据回归分析建立的经验公式等。

在微分方程中,有线性和非线性两种。线性微分方程约占 97%。常见的数学模型为

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2u \frac{dx}{dt} + K^2x = K_0 \quad (1-1)$$

式中,当各项系数  $u$ 、 $K^2$ 、 $K_0$  均为常数时,此式称为二阶非齐次线性定常微分方程,否则,应称为二阶非齐次线性时变微分方程,本书中常见的是

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2u \frac{dx}{dt} + K^2x = K_1(t) \quad (1-2)$$

但在众多的数学模型中,上两式的  $u=0$ ,即

$$\frac{d^2x}{dt^2} + K^2x = K_0 \quad (1-3)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + K^2x = K_1(t) \quad (1-4)$$

这是基于本教材仍是立足在刚体力学基础上建模的结果。虽然也有非线性微分方程,如

$$\frac{d^2x}{dt^2} + K^2x + K_1^3x^2 = K_0 \quad (1-5)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + K^2\sin 2\theta = K_0 \quad (1-6)$$

但以上均属于二阶非齐次非线性微分方程。这种方程难以求解析解。在此非线性微分方程中,还存在较为复杂的二阶非齐次非线性微分、积分方程,即

$$\begin{cases} \frac{d^2x}{dt^2} - K^2x = K_0 - K_2p \\ p = \frac{K_3 + K_4 \int_0^t p dt - K_5t}{v_{D1} - Ax} \end{cases}$$

## 五、线性与非线性系统

线性系统,其微分方程的结构模型是线性的。对二阶非齐次线性定常微分方程来说,是因为它是因变量  $x$ 、导数  $\dot{x}$ 、二阶导数  $\ddot{x}$  的线性组合。

线性系统最重要的性质是能够应用叠加原理。这个原理指出,同时由两个不同激励函数输入,其产生的响应是此两个单独响应的和。显然,几个同时输入的响应,可以看成同一时刻该单独输入的响应的叠加,即把同一时刻的单独响应结果相加来计算。作为叠加原理的结果,可以将线性微分方程的复杂解分解为简单解的和。

在动态系统试验研究中,若其因和果是正比例的,则蕴含着叠加原理成立,此系统可以看成是线性的。

非线性系统,其微分方程的结构模型是非线性。虽然物理关系常常是由线性方程来表示,但在许多时候,其实际关系不完全是线性的。事实上,若仔细研究物理系统,所揭示出来的所谓线性系统,只是限制在一定假设条件下、一定范围内才是真正的线性。这就是常说的非线性微分方程的线性化。

非线性系统最重要的特征是不能应用叠加原理。一般来说,寻求包含这种系统问题解的过程是十分复杂的,将非线性系统在给定条件下线性化。一旦非线性系统能由某一个线性数学模型来近似,则许多线性求解方法都可以用于该非线性系统上。

## § 1-2 数学模型的建立

对系统进行分析、研究,得出直观的、有说服力的结果。通常可以利用模型来反映客观现实,尤其是对那些很难实现或者根本不可能做的实验,通过模型来分析和研究,不仅大大地简化了操作,而且也比较容易实现。特别是在模型中,通过改变不同的参数看其结果,在真实系统中常很难做到。

### 一、模型的类型

应当指出,模型不是真实系统本身,而是对真实系统的抽象化。它反映着真实系统的主要特征,又高于真实系统的实际,并且具有同类问题的共性。但模型应有三点要求:其一,模型应该是真实系统的模仿或抽象,或者说模型与真实系统之间应有很强的相似性;其二,模型应该由描述真实系统本质或特征的各种因素构成;其三,模型还应该集中表明各个因素之间的依从和因果关系。归纳起来,模型可以分为三类:

#### 1. 形象模型

它是系统实体的放大或缩小,直接反应真实系统的物理特性。便如,在导弹设计中,利用实体模型在风洞实验中进行验证并获取数据。

#### 2. 模拟模型

它是利用一组可控制的条件来代替实体,通过模仿性实验来了解实体的本质及其变化规律。如引信工作环境的模拟模型、无线电引信动态物理模型等。它对于无法直接了解构成各因素之间的关系;对于复杂而无法以数学描述的规律;对难以求解析解的系统等,是最有效的。

#### 2. 数学模型

它最为抽象,其参数和变量也最容易改变。在真实系统研究过程中,在所有的领域内,无不力求采用数学模型。

### 二、数学模型的作用

数学模型历来为各方面的科学家所重视,并且梦寐以求,这是因为它有以下几方面的作用和功能

#### 1. 数学模型是定量化的基础

在自然科学与工程技术中,数量是质量的根据,量变会导致质变。数量上不准确,必然造成质量上的低劣和置信度的降低。

#### 2. 数学模型是推进科学技术发展的依据

在科学发展史上,其例不胜枚举,特别是在近代科学中,更是离不开数学模型,可以说它是科学成果的化身,技术进步的标志。

#### 3. 数学模型是科学实验的补足手段

在实践中,有些运动很难或者不可能作出实验来显示其规律,这时,只有通过建立数学模型进行推演和模拟。譬如,阿波罗返回地面时,在大气层上端的速度约为 11 km/s,次递减速约 30 min 后到地面。研究此过程中的现象,若采用风洞试验,其规模是很大的,花费也相当可观;



采用数学模型进行分析或计算机模拟,既经济,又方便。

#### 4. 数学模型是进行预测的工具

在预测分析中,通常利用已有数据建立数学模型,由数学反映出来的规律,来预测真实系统的未来动态。

### 三、数学模型建模方法

把物理定律应用于具体系统,就有可能建立一个数学模型来描述该系统。这样的系统可以包括未知参量,这些未知参量必须通过实际的试验来求值。但是有时根本列不出数学模型。这时可以应用实验建模的方法。在实验过程中,系统接受一组已知的输入,并测量出它的输出,于是,根据这些输入和输出之间的关系,经过处理,就可以得到数学模型。常用的分析方法有以下几种。

#### 1. 模态分析法

在研究动态系统特性和多变量复杂系统时,特别是研究非线性时变系统多输入、多输出的动态响应时,譬如在膛内运动的弹引系统不是刚性系统,而是弹性系统,其激励和响应就复杂多了,决非一个二阶非齐次线性定常或时变微分方程所能描述的。这时多采用模态分析法来建立数学模型。

#### 2. 模拟分析法

有的系统结构性质已经清楚,可是要对它进行定量描述或求解都深感困难。这时可采用一个相似系统去代替原系统。当所采用相似系统的处理与求解比原系统方便和可行,则称此相似系统为原系统的模拟。如机械系统和电路系统可以互相模拟。实际上,机械、电路、液压、气动、传热这五大系统之间都可以互相模拟。

#### 3. 最小能量分析

在研究力学或化学系统平衡问题时,广泛采用最小能量分析法来建立系统的数学模型。前面提到的引信安全落高公式和机构发火可靠公式,都是采用此法建模的。

#### 4. 直接分析法

当研究的系统十分简单,且足够明确时,譬如生产计划、任务分配、运输、库存、混合等问题,可按问题性质和范畴直接建立数学模型。

#### 5. 工程设计分析法

通过选择不同参量,使所设计的系统达到预期指标或保证质量最佳。这类系统虽然所处的学科不同,应用原理不同,但建立数学模型方法确有共性。

#### 6. 回归分析法

采用此法可以处理有因果关系的实验数据,或者经济管理方面的统计数据来建立数学模型,方法简单适用。回归时,根据变量的数量,可以分别采用一元、二元或多元线性或非线性回归,或者采用二项式回归。采用回归分析法建立的数学模型,还应当对其进行回归精度分析与置信度评估。

#### 7. 概率统计分析法

对某些由随机事件构成的系统,譬如在日常生活中的上下班乘车问题、接待窗口排队问题;在生产管理中的车间机床维修问题、产品交验抽样问题以及在工程技术中的假设检验问题,都可采用概率统计分析法来建立数学模型。