



经典科学系列

神奇的 分数

齐浩然 编著

金盾出版社

经典科学系列

神奇的分数

齐浩然 编著

内 容 提 要

本书称得上是少年科普金牌读本，它使很多的不可能都变成了可能，使得科普与幽默得到了非常完美的结合。内容丰富，更具有趣味性，必定会让读者爱不释手。本书让你对分数有进一步的了解，让你真正地走进分数的世界。它一定不会辜负大家的心愿，它也是最值得期待的科普图书。

图书在版编目(CIP)数据

神奇的分数 / 齐浩然编著. —北京: 金盾出版社, 2015. 5
(经典科学系列)
ISBN 978-7-5082-9979-2

I. ①神… II. ①齐… III. ①分数—青少年读物 IV. ①0121.1-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2015) 第 019268 号

金盾出版社出版、总发行

北京市太平路 5 号 (地铁万寿路站往南)
邮政编码: 100036 电话: 68214039 83219215
传真: 68276683 网址: www.jdcbs.cn

北京市业和印务有限公司印刷、装订

各地新华书店经销

开本: 700 × 1000 1/16 印张: 12 字数: 210 千字

2015 年 5 月第 1 版第 1 次印刷

印数: 1 ~ 10 000 册 定价: 30.00 元

(凡购买金盾出版社的图书, 如有缺页、
倒页、脱页者, 本社发行部负责调换)



contents

魔幻的分数世界.....	1
数学小故事.....	31
不同数字的分数.....	33
有关数学的名人名言.....	36
分数王国的小故事.....	38
数学王国里的“分数家族”	52
分数娃娃.....	56
数字王国漫游.....	59
分数在生活中的应用.....	62
奇妙的小数.....	65
我是小数点，我也有自己的故事.....	74
关于“0”的故事	94
公倍数与计算机.....	99

真假分数大比拼·····	103
神奇的分数·····	112
分数中的百分数·····	120
古埃及人的分数表示体系·····	127
分数与整数、小数·····	133
生活中的分数·····	142
分数与数学·····	151
击败分数·····	163

★ 魔幻的分数世界

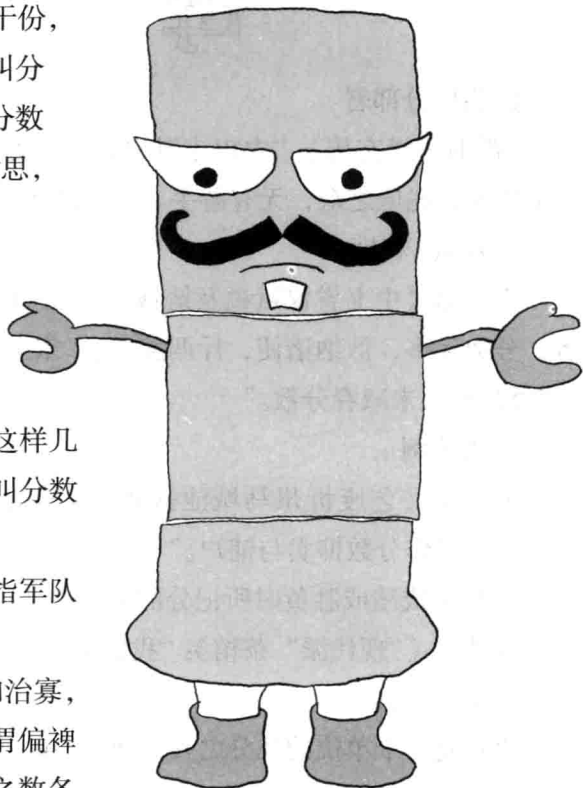
把单位“1”平均分成若干份，表示这样的一份或几份的数叫分数。表示这样的一份的数叫分数单位。分数也有“成绩”的意思，如考试分数。

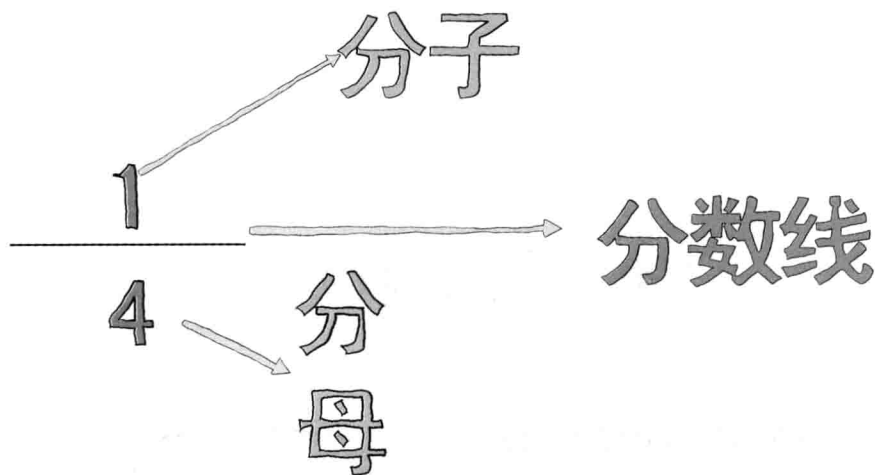
分数单位和意义

分母表示把一个物体，也称单位“1”平均分成若干份，分子是表示这样几份的数，表示其中一份的数叫分数单位。

规定人数，分任职务。指军队的组织编制。

《孙子·势篇》：“凡治众如治寡，分数是也。”李贽注：“分，谓偏裨卒伍之分；数，谓十百千万之数各有统制，而大将总其纲领。”《淮南子·本经训》：“计人多少众寡，使有分数。筑城掘池，设机械险阻以为备。”《晋书·孝友传·庾袞》：“分数既明，号令不二。”





1. 指区分部署

《晋书·傅玄传》：“农以丰其食，工以足其器，商贾以通其货。故虽天下之大，兆庶之众，无有游手。分数之法，周备如此。”

2. 数量；程度

唐元稹《中书省议赋税及铸钱等状》：“臣等约计天下百姓有铜器用度者，分数无多，散纳诸使，斤两盖寡。”宋王安中《清平乐·和晁侔》词：“花时微雨，未减春分数。”

3. 指比例

宋苏辙《乞废忻州马城池盐状》：“其盐夹硝，味苦，人不愿买。故自四五年来作分数抑卖与铺户。”

4. 评定成绩或胜负时所记分的数目

甘铁生《“现代派”茶馆》：“我们考，凭分数，凭本事。”

5. 数学名词

表示是一个单位的几分之几的数。

6. 法度；规范

《三国志·魏志·刘劭传》：“文学之士嘉其推步详密，法理之士明其分数精比。”三国魏刘劭《人物志·接识》：“法制之人，以分数为度，故能识较方直之量，而不贵变化之术。”明谢肇淛《五杂俎·人部一》：“它如管辂

之下，华佗之医……莫不皆然，后人失其分数，思议不及，遂加傅会，以为神授。”

7. 犹天命，天数

明徐渭《又启诸南明侍郎》：“伏念渭小人，立身无状，堕囚有年，等诸分数，爱欲其生不胜恶欲其死之多。”《醒世姻缘传》第二八回：“谁知这人生在世，原来不止於一饮一啄都有前定，就是烧一根柴，使一碗水，也都有一定的分数。”

分数的表达式

分数是用分式（分数式）表达成 a/b （其中 a 、 b 均为整数，例如， $1/2$ ）之有理数。在上式之中， b 称为分母而 a 称为分子，可视为某件事物平均分成 b 份中占 a 分，读作“ b 分之 a ”。中间的线称为分线或分数线。有时人们会用 a/b 来表示分数。

分数这个概念和除法、比例很相似，分数是一种值，除法较重视计算，比例重视两事物之间的比较。若 a 及 b 为整数，则除了有余数的计算之外，除法和分数得出来的结果都相同。

分类

最简分数（SimpleFraction）

分子是整数，分母是正整数，且分子和分母互质的分数。例如， $17/19$

真分数（ProperFraction）

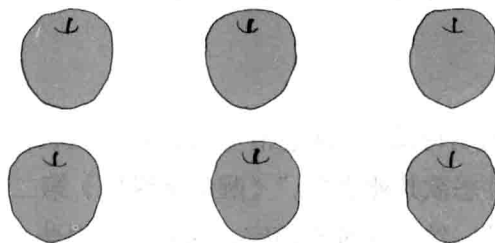
除商小于 1、大于 0 的分数，即分子小于分母的分数。当分子一样大的时候，分母越大则值就越小，当分母一样的时候，分子越大，数值就越大。例如， $3/7$

假分数（Top-heavy/ImproperFraction）

假分数是指除商不小于 1 的分数，即分子等于或大于分母或分子等于分母的分数，可写成带分数。例如， $5/2$

带分数（MixedNumeral）

一个整数加一个真分数，如 $d\frac{a}{b}$ ，读作“ d 又 b 分之 a ”；又例如，就是



一又二分之一。可写成假分数，与 $\frac{(a \times b) + a}{b}$ 等价。

单位分数

分子为 1，分母是整数的分数。也可视为该整数的倒数。

古埃及分数

将分数表达成单位分数之和。例如， $\frac{19}{20} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{180}$

繁分数

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}$$

分子和 / 或分母包含了分数，如 $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}$ 。可以用“外乘外、内乘内”的方法简化，即前面的式子等如 $\frac{ad}{bc}$ 。

连分数

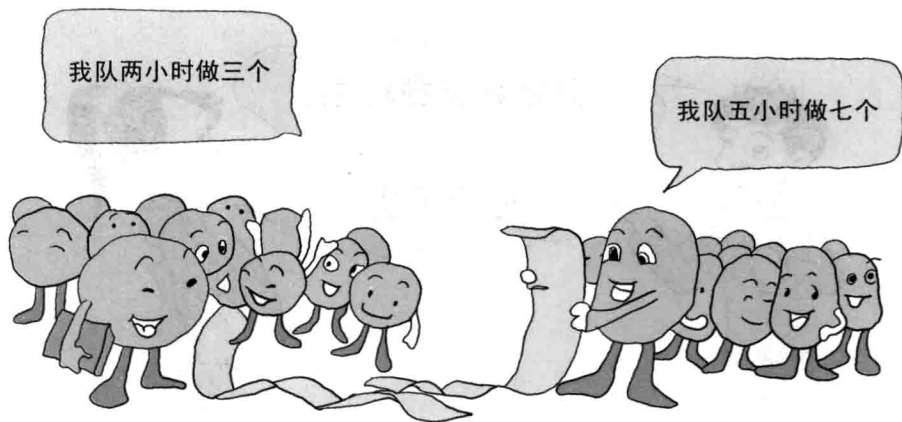
$$x = a_0 + \frac{1}{a_1 + \frac{1}{a_2 + \frac{1}{a_3 + \dots}}}$$

外观如 $a_1 + \frac{1}{a_2 + \frac{1}{a_3 + \dots}}$ 的分数，其中 a_i 是整数。若只有有限个 a_i 非零，则连分数是一个分数。

小数、百分率可视为分数的另一种写法。

约分、扩分及通分

一个分数约分后或扩分后，其分数与原来之分数的值相等，称为等值分数。



约分

“约分”是将一个分数的分子和分母同除以一个比1大的整数（它们的公因子）。约分后的分数和原来分数的值相等。

扩分

“扩分”是将一个分数的分子和分母同乘以比1大的数。扩分后的分数和原来分数的值相等。

通分

“通分”是利用约分或扩分，将两个分母不同的分数，分别化为同分母的分数。

加法及减法

笔算分数的加减法时，必须将分母用予倍的方法化成同一数字才能进行同级分数之和或差，这个过程称为“扩分”“通分”“通分母扩分子”等，为了方便求得所须分母，计算时一般以加数和被加数的最小公倍数作为新的分母。然后将事先倍大了的分子加上，合成和后再作约简。例如，

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{3}{12} + \frac{4}{12} = \frac{3+4}{12} = \frac{7}{12}$$

乘法及除法

分数的乘除无视分子母的特性，将分子和分母各自处理便可，但是由于整数除法亦容易引起小数，加上不适合出现于分数形式，而且除法也是



乘法的逆函数，故此计算时一般将被除数化成其倒数，把除法改为乘法较为方便。例如，

$$\frac{1}{5} \div \frac{7}{11} = \frac{1}{5} \times \frac{11}{7} = \frac{1 \times 11}{5 \times 7} = \frac{11}{35}$$

分数乘法

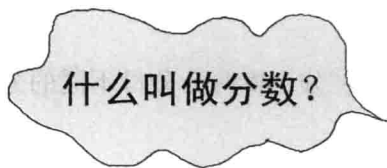
分数的分子与分子相乘，分母与分母相乘，能约分的要先约分。

做第一步时，就要想一个数的分子和另一个分母能不能约分。分数与整数相乘就是把多个同样的数叠加，如 $\frac{2}{3} \times 2$ ，就是指 2 个 $\frac{2}{3}$ 相加， $\frac{2}{3} \times 10$ 是指 10 个 $\frac{2}{3}$ 相加。

分数乘法的运算法则

分数乘整数时，用分数的分子和整数相乘的积做分子，分母不变。（能约分要在计算中先约分）

分数乘分数，用分子相乘的积做分子，分母



相乘的积做分母，能约分的要约成最简分数（在计算中约分）。

但分子和分母不能为零。

《分数乘法意义》

分数乘整数的意义与整数乘法的意义相同，就是求几个相同加数的和的简便运算。一个数与分数相乘，可以看作是求这个数的几分之几是多少。

分数乘整数：数形结合、转化化归。

分数加法→分数乘法

形→数

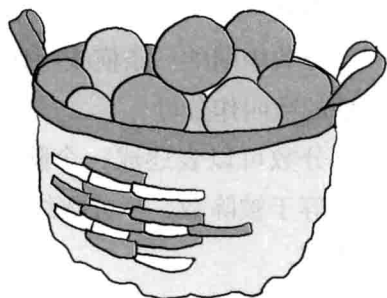
份→总

算理→算法

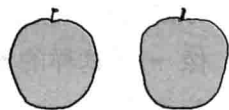
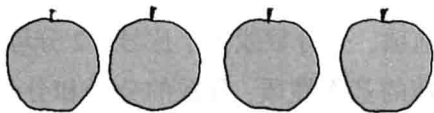
数学术语

定义

把单位“1”平均分成若干份，表示这样的一份或几份的数叫作分数。分母表示把一个物体平均分成几份，分子则表示这样几份的数。把1平均成分母份，表示这样的分子份。



分子在上分母在下，也可以把它当作除法来看，用分子除以分母（因0在除法不能做除数，所以分母不能为0）例 $10/0$ ，表示把单位“1”平均分0份，取10份，完全没有意义，相反乘法也可以改为用分数表示。



百分数与分数的区别

1. 意义不同，百分数只表示两个数的倍比关系，不能带单位名称；分数既可以表示具体的数，又可以表示两个

数的关系，表示具体数时可带单位名称。

例子，能说 $7/10$ 米，不能说 70% 米。

2. 百分数的分子可以是整数，也可以是小数；而分数的分子不能是小数只是除 0 以外的自然数；百分数不可以约分，而分数一般通过约分化成最简分数。

例子，能说 42.6% ，不能说 $42.6/100$ ； 42% 不能约分， $42/100$ 可约分为 $21/50$

3. 任何一个百分数都可以写成分母是 100 的分数，而分母是 100 的分数并不都具有百分数的意义。

例子， $61\% = 61/100$ ，但 $61/100$ 没有 61% 的意义。

4. 应用范围的不同，百分数在生产和生活中，常用于调查、统计、分析和比较，而分数常常在计算、测量中得不到整数结果时使用。

性质

分数中间的一条横线叫作分数线，分数线上面的数叫作分子，分数线下面的数叫作分母。

分数可以表述成一个除法算式：如二分之一等于 1 除以 2。其中，1 分子等于被除数，一分数线等于除号，2 分母等于除数，而 0.5 分数值则等于商。

分数还可以表述为一个比，例如；二分之一等于 1:2，其中 1 分子等于前项，一分数线等于比号，2 分母等于后项，而 0.5 分数值则等于比值。分数的基本性质：分数的分子和分母都乘以或都除以同一个不为零的数，所得到的分数与原分数的大小相等。 $a/b = a/b = a:b$ (b 不等于零)

分数还有一个有趣的性质：一个分数不是有限小数，就是无限循环小数，像 π 等这样的无限不循环小数，是不可能用分数代替的。

分数的另一个性质是：当分子与分母同时乘或除以相同的数，分数值不会变化。因此，每一个分数都有无限个与其相等的分数。利用此性质，可进行约分与通分。

分数起源

分数由来

说分数的历史，得从3000多年前的埃及说起。

3000多年前，古埃及为了在不能分得整数的情况下表示数，用特殊符号表示分子为1的分数。2000多年前，中国有了分数，但是，秦汉



时期分数的表现形式跟现在不一样。后来，印度出现了和中国相似的分数表示法。再往后，阿拉伯人发明了分数线，今天分数的表示法就由此而来。

200多年前，瑞士数学家欧拉，在《通用算术》一书中说，要想把7米长的一根绳子分成三等份是不可能的，因为找不到一个合适的数来表示它，如果我们把它分成三等份，每份是 $7/3$ 米，像 $7/3$ 就是一种新的数，我们把它叫作分数。

名称起源



为什么叫它分数呢？

分数这个名称直观而生动地表示这种数的特征。例如，一个西瓜四个人平均分，不把它分成相等的四块行吗？从这个例子就可以看出，分数是度量和数学本身的需要——除法运算的需要而产生的。

分数使用

最早使用分数的国家是中国。中国古代有许多关于分数的记载。在《左传》一书中记载，春秋时代，诸侯的城池，最大不能超过周国的 $\frac{1}{3}$ ，中等的不得超过 $\frac{1}{5}$ ，小的不得超过 $\frac{1}{9}$ 。

秦始皇时期，拟定了一年的天数为 $365 \frac{1}{4}$ 天。

《九章算术》是中国 1800 多年前的一本数学专著，其中第一章《方田》里就讲了分数四则算法。

在古代，中国使用分数比其他国家要早出一千多年，所以说中国有着多么悠久的历史，多么灿烂的分数文化啊！

分数化小数

最简分数化小数是先看分母的素因数有哪些，如果只有 2 和 5，那么就能化成有限小数，如果不是，就不能化成有限小数。不是最简分数的一定要约分方可判断。

小数化分数

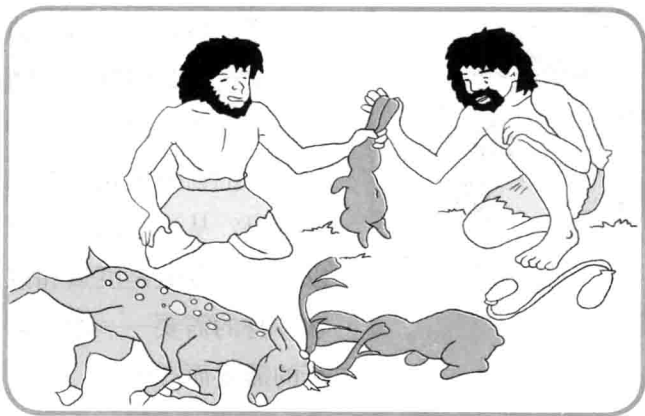
有限小数化分数，小数部分有几个零就有几位分母。如： $0.45 = \frac{45}{100} = \frac{9}{20}$

如是纯循环小数，循环节有几位，分母就有几个 9。如： $0.\dot{3} (3 \text{ 循环}) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

如是混循环小数，循环节有几位，分母就有几个 9；不循环的数字有

几位，9 后面就有几个 0，分子是第二个循环节以前的小数部分组成的数与小数部分中不循环部分组成的数的差。例， $0.\dot{1}2 (2 \text{ 循环}) = \frac{(12-1)}{90} = \frac{11}{90}$

注意：最后一位



要约分。

分数产生

人类历史上最早产生的数是自然数（非负整数），以后在度量和平均分时往往不能正好得到整数的结果，这样就产生了分数。

用一个作标准的量（度量单位）去度量另一个量，只有当量若干次正好量尽的时候，才可以用一个整数来表示度量的结果。如果量若干次不能正好量尽，有两种情况：

例如，用 b 作标准去量 a ：

一种情况是把 b 分成 n 等份，用其中的一份作为新的度量单位去度量 a ，量 m 次正好量尽，就表示 a 含有把 b 分成 n 等份以后的 m 个等份。例如，把 b 分成 4 等份，用其中的一份去量 a ，量 9 次正好量尽，在这种情况下，不能用一个整数表示用 b 去度量 a 的结果，就必须引进一种新的数——分数来表示度量的结果。

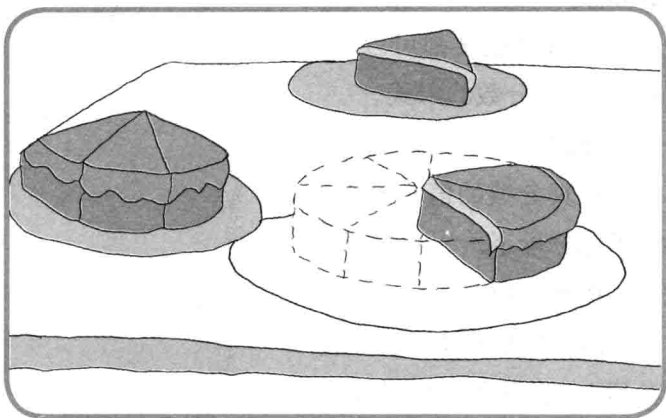
另一种情况是无论把 b 分成几等份，用其中的一份作为新的度量 a ，都不能恰好量尽（如用圆的直径去量同一圆的周长）。在这种情况下，就需要引进一种新的数——无理数。在整数除法中，两个数相除，有时不能得到整数商。为了使除法运算可以施行，也需要引进新的一种数——分数。

综上所述，分数是在实际度量和均分中产生的。

分数分类

分类

1. 分数的三种类型：真分数，假分数，带分数。



2. 正分数和负分数。但在数学界中一般以认同真分数和假分数这两种说法为多。

一切分数又都可以写成 10^a 分数的形式。

介绍

正真分数的值小于 1。

分子比分母小，

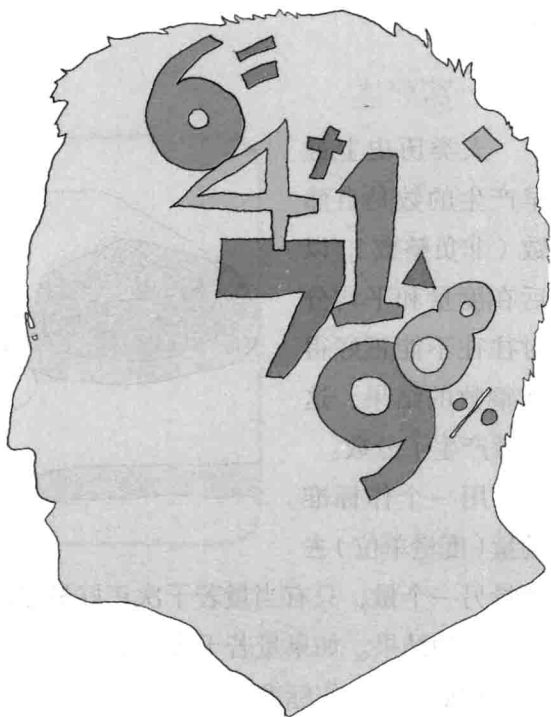
例如， $1/3$

假分数的值大于 1，或者等于 1。分子比分母大或相等（假分数包括带分数）

例如， $5/3$ 、 $7/7$ 、 $11/10$

带分数的值大于 1。

例如， $17/9$ 、 $41/6$



注意事项

1. 分母不能为 0，否则无意义，分子可以等于 0，相当于 0 除以任何一个数，不论分母是多少，答案都是 0。

2. 分数中的分子或分母经过约分后不能出现无理数（如 2 的平方根），否则就不是分数。

3. 一个最简分数的分母中只有 2 和 5 两个质因数就能化成有限小数；如果最简分数的分母中只含有 2 和 5 以外的质因数那么就能化成纯循环小数；如果最简分数的分母中既含有 2 或 5 两个质因数也含有 2 和 5 以外的质因数那么就能化成混循环小数（注：如果不是一个最简分数就要先化成最简分数再判断；分母是 2 或 5 的最简分数一定能化成有限小数，分母是其他质数的最简分数一定能化成纯循环小数）。