高等教育应用型规划教材

经济数学

主　编　王金武
副主编　王翠芳

中国工信出版集团
電子工業出版社
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY
http://www.phei.com.cn

高等教育应用型规划教材

经　济　数　学

主　编　王金武

副主编　王翠芳

電子工業出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京·BEIJING

内 容 简 介

本书为了满足普通高等院校及高职高专类院校经济、金融、管理专业本专科学生学习的需要，定位在“以应用为目的，以必需够用为度”的平台上，简化了定理的推导和证明，采用了学生容易理解的方式进行叙述，并选配了适量的例题、练习，使学生掌握基本理论和解题方法，并结合应用例题解决经济和日常生活中遇到的问题，提高学生应用数学知识解决经济问题的能力。

本书内容包括函数、极限与连续、导数及应用、积分的计算及应用、行列式、矩阵及线性方程组、概率和统计初步知识等，每章附有习题。

本书可作为普通高等院校及高职高专院校经济、金融、管理类专业本、专科教材，也可作为经济管理相关专业数学辅助教材。

图书在版编目（CIP）数据

经济数学 / 王金武主编. —北京：电子工业出版社，2015.6
ISBN 978-7-121-25656-1

Ⅰ. ①经… Ⅱ. ①王… Ⅲ. ①经济数学－高等学校－教材 Ⅳ. ①F224

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2015）第 046809 号

策划编辑：祁玉芹
责任编辑：鄂卫华
印　　刷：中国电影出版社印刷厂
装　　订：中国电影出版社印刷厂
出版发行：电子工业出版社
　　　　　北京市海淀区万寿路 173 信箱　邮编　100036
开　　本：787×1092　1/16　印张：19.5　字数：462 千字
版　　次：2015 年 6 月第 1 版
印　　次：2015 年 6 月第 1 次印刷
定　　价：39.80 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题，请向购买书店调换。若书店售缺，请与本社发行部联系，联系及邮购电话：（010）88254888。

质量投诉请发邮件至 zlts@phei.com.cn，盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

服务热线：（010）88258888。

前言

PREFACE

经济数学是经济管理类专业的一门基础课，它不仅为后续课程的学习打下基础，而且其思想和方法也被广泛应用于经济、金融、管理、人文科学等各个领域。

本书的编写思路如下：

（1） 在编写过程中，我们既保持数学学科的科学性和系统性，又结合职业教育的特点，以应用为目的，以必需够用为度，对大部分定理不再进行证明，而是对定义和定理采用学生容易理解的方式进行叙述，并选配了适量的例题、习题，使学生能掌握基本理论和方法，结合应用例题解决经济和日常生活中遇到的简单问题。

（2） 由于学生基础不同，本书将中学讲述过的函数部分进行回顾与总结，并增加了常用的经济函数。

（3） 为了使学生能更好地掌握每章内容，本书在每章后面配有本章知识结构图。

（4） 教材中有适量的典型例题和习题，例题和习题前面带有“*”的，是难度较大的题，用以提高基础好的学生解题技巧，讲课时可以不做要求。

本教材分三部分，共 12 章，分别由王金武（第 1 章、第 2 章、第 8 章）、张雅琴（第 3 章）、吴洁（第 4 章）、任晓华（第 5 章）、孙健（第 6 章）、胡农（第 7 章）、王翠芳（第 9 章～第 12 章）编写，全书由王金武统稿。

在本书的编写过程中，我们参考了国内外众多院校教师和数学工作者编写的教材与书籍，以及许多网站提供的数据。本书在学院教务处、基础课部、经济管理学院及科研处领导的大力支持下，得以顺利出版，在此我们一并表示感谢。

由于编者水平有限，教材中不妥之处在所难免，敬请读者和同行批评指正。

编　者

2015 年 3 月

目　录

第1篇 微积分

第1章 函　　数

函数是微积分学研究的对象，在初中我们已经学习过函数的概念，它是这样叙述的：

设在一个变化过程中有两个变量 x 与 y，如果对于 x 的每一个值，y 都有唯一的值与它对应，那么就说 y 是 x 的函数，x 叫做自变量。

这里我们将从全新的视角来对函数进行描述并重新分类。

1.1 函数的概念

1.1.1 常量与变量

在日常生活、生产活动和经济活动中，经常遇到各种不同的量，如身高、体重、收入、成本、气温、产量等。这些量可以分为两类：一类量在研究它的过程中不发生变化，只取一个固定的值，我们把它称为**常量**，例如圆周率π以及某个成年人的身高、某种商品的价格在某一段时间内保持不变，这些量都是常量；另一类在研究它的过程中是变化的，可以取不同的数值，我们把它称为**变量**，例如，一天中的气温与生产过程中的产量都是不断变化的，它们都是变量。

在理解常量与变量时，应注意以下几点。

（1） 常量与变量依赖于所研究的过程。同一个量，在某一特定的过程中可以认为是常量，而从长期来看则可能是变量；反过来也是这样。

（2） 从几何意义上讲，常量对应着实数轴上的定点，变量则对应着实数轴上的动点。

（3） 一个变量所能取的数值的集合叫做这个变量的**变动区域**。如果这个变量可以取介于两个实数之间的任意实数值，则称为**连续变量**。连续变量的变动区域常用区间表示。

常量习惯用字母 a 、b 、c 、d 等表示；变量习惯用 x 、y 、z 、u 、v 、w 等表示。

1.1.2 函数的概念及表示法

1. 函数的概念

例如，一辆汽车以60km/h的速度匀速行驶，那么随着行驶时间 x 的变化，汽车行驶的里程 y 也随着发生变化，有这样的关系式 $y=60x$，我们称它为函数。

再如国际上常用恩格尔系数反映一个国家人民生活质量的高低，恩格尔系数越低，生活质量越高。表 1-1 所示是我国城镇居民 2006—2012 年恩格尔系数变化情况。

表 1-1　2006—2012 年我国城镇居民恩格尔系数变化情况

年　份	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
恩格尔系数（%）	35.8	36.3	33.7	37.0	35.7	36.3	37.1

从表中可以看出，对于每一年都有一个确定的恩格尔系数与之相对应，我们也称它为函数。

那么函数的概念是如何定义的呢？函数的概念在 17 世纪之前一直与公式紧密关联，到了 1873 年，德国数学家狄利克雷抽象出了直至今日仍为人们易于接受，并且较为合理的函数概念。

定义 1.1　设有两个变量 x，y，若当变量 x 在实数的某一范围 D 内，任意取定一个数值时，变量 y 按照一定的对应规律 f，都有唯一的值与它对应，则称变量 y 是变量 x 的**函数**，记作

$$y=f(x) \qquad x\in D$$

其中变量 x 称为自变量，变量 y 称为函数（或因变量）。自变量的取值范围 D 称为函数的定义域。

若对于确定的 $x_0\in D$，通过对应规律 f，函数 y 有唯一确定的 y_0 相对应，则称 y_0 为 $y=f(x)$ 在 x_0 处的函数值，记作

$$y_0=y|_{x=x_0}=f(x_0)$$

函数值的集合，称为函数的值域，记作 M。

若函数在某个区间上的每一点都有定义，则称这个函数在该区间上有定义。

2.　函数的两个要素

函数的对应规律和定义域称为函数的两个要素，而函数的值域一般称为派生要素。

（1）　对应规律

例 1.1　$f(x)=x^2+2x-3$ 是一个特定的函数，f 确定的对应规律为

$$f(\ )=(\ )^2+2(\ )-3$$

则 $f(2)=2^2+2\times2-3$；$f(a)=(a)^2+2(a)-3$；…

例 1.2　已知 $f(x)=\dfrac{1-x}{1+x}$，求 $f(0)$，$f(-x)$，$f\left(\dfrac{1}{x}\right)$，$f[f(x)]$ 的值。

解　$f(0)=\dfrac{1-0}{1+0}=1$；$f(-x)=\dfrac{1-(-x)}{1+(-x)}=\dfrac{1+x}{1-x}$；

$$f(\frac{1}{x})=\frac{1-\dfrac{1}{x}}{1+\dfrac{1}{x}}=\frac{x-1}{x+1}；\quad f[f(x)]=\frac{1-f(x)}{1+f(x)}=\frac{1-\dfrac{1-x}{1+x}}{1+\dfrac{1-x}{1+x}}=\frac{2x}{2}=x。$$

由于函数除用符号 $f(x)$ 表示外，还常用 $g(x)$，$F(x)$，$G(x)$ 等符号表示，因此对应关

系 f 只是一个函数符号，在不同函数中，f 表示的具体对应规律是不一样的。

（2） 定义域

自变量的取值范围称为函数的定义域，给定一个函数，就意味着定义域同时给定了。定义域常用区间或集合来表示。

例 1.3 求下列函数的定义域

（1） $f(x)=\dfrac{1}{x(x-3)}$； （2） $f(x)=\sqrt{16-x^2}$；

（3） $f(x)=\sqrt{\ln(x-1)}$； （4） $f(x)=\arcsin\dfrac{2x-1}{7}$。

解 （1） 要使分数 $\dfrac{1}{x(x-3)}$ 有意义，分母不能为零，所以 $x(x-3)\neq 0$，解得 $x\neq 0$ 且 $x\neq 3$，所以定义域为 $(-\infty,0)\cup(0,3)\cup(3,+\infty)$。

（2） 在偶次根式中，被开方式必须大于等于零，即 $16-x^2\geqslant 0$，$-4\leqslant x\leqslant 4$，所示定义域为 $[-4,4]$。

（3） 在对数式中，真数必须大于零，即 $x-1>0$，$x>1$；又因为偶次方根式中，被开方式必须大于等于零，即 $\ln(x-1)\geqslant 0$，$x-1\geqslant 1$，$x\geqslant 2$，所以定义域为 $[2,+\infty)$。

（4） 反正弦或反余弦中的式子 $\varphi(x)$ 的绝对值必须小于等于 1，即 $\left|\dfrac{2x-1}{7}\right|\leqslant 1$，$-7\leqslant 2x-1\leqslant 7$，$-3\leqslant x\leqslant 4$，所以定义域为 $[-3,4]$。

请思考：函数 $f(x)=\sqrt{16-x^2}+\arcsin\dfrac{2x-1}{7}+\dfrac{\sqrt{\ln(x-1)}}{x(x-3)}$ 的定义域是什么?（定义域应是上述几个例子定义域的交集。）

函数的定义主要包括定义域和对应规律，因此判定两个函数是否相同时，就要看定义域和对应规律是否完全一致，而由对应规律把它对应到了值域，且值域被唯一确定，为此判断两个函数是否相同就看其定义域和值域是否相同即可。

例 1.4 判断下列各组函数是否是同一函数。

（1） $y=x$ 与 $y=\dfrac{x^2}{x}$； （2） $y=x$ 与 $y=(\sqrt{x})^2$；

（3） $y=x$ 与 $y=\sqrt[3]{x^3}$； （4） $y=\lg x^2$ 与 $y=2\lg x$。

解 （1） 不是同一函数。尽管它们的对应规律一样，但 $y=x$ 的定义域是 R，而 $y=\dfrac{x^2}{x}$ 的定义域是 $\{x\mid x\in R，且 x\neq 0\}$。

（2） 不是同一函数。它们的定义域不同，$y=x$ 的定义域是 R，而 $y=(\sqrt{x})^2$ 的定义域是 $[0,+\infty)$。

（3） 是同一函数。它们的定义域与值域都相同，因此是同一函数。

（4） 不是同一函数。它们的定义域不同，$y=\lg x^2$ 的定义域是 $x\neq 0$ 的全体实数，而 $y=2\lg x$ 的定义域是 $x>0$。

请思考：下列各组函数是否是同一函数。

（1） $f(x)=1$ 与 $g(x)=x^0$；

（2） $f(x)=1$ 与 $g(x)=\sin^2 x+\cos^2 x$；

（3） $y=f(x)$ 与 $x=f(y)$。

3. 函数的表示法

函数的表示方法，常用的有解析法、列表法、图像法三种。

（1） 解析法

就是把两个变量的函数关系，用一个等式来表示，又称公式法。

例如 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq 0$）；$A=\pi r^2$ 等都是用解析法表示函数关系的。

解析法的优点是函数关系清楚，容易从自变量的值求出其对应的函数值，便于用解析式来研究函数的性质。

（2） 列表法

就是列出表格来表示两个变量的函数关系。

例如，银行常用的“利息表”、三角函数表、产品销售量表，等等。

又如，表 1-1 所示的我国城镇居民 2006—2012 年恩格尔系数变化情况。

列表法表示函数关系的优点是不必通过计算就知道当自变量取某值时函数的对应值。

（3） 图像法

就是用函数图像表示两个变量之间的关系。图 1-1 所示是我国 1990—2006 年国内生产总值增速变化曲线。

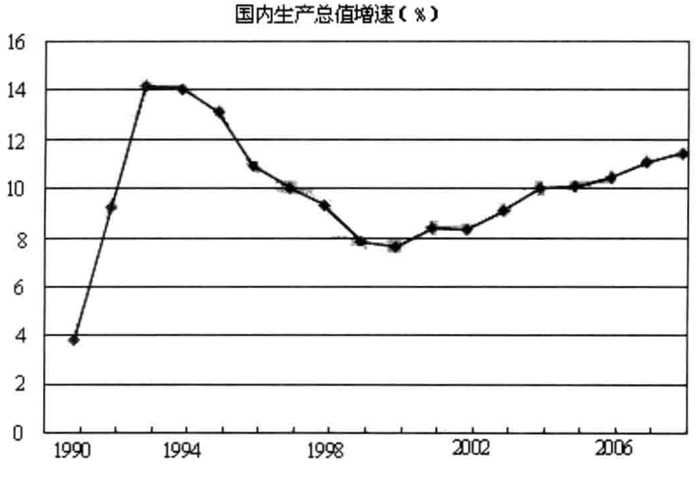

图 1-1

图像法表示函数关系的优点是能直观形象地表示出函数的变化情况。

4. 分段函数

某市移动通信公司有一款优惠套餐，规定收费标准为：当月所打电话时长不超过 40 分钟时，只收取月租费 15 元，超过 40 分钟，每分钟加收 0.12 元。电话费 y（元）和用户当月所打电话的时长 x（分钟）的关系可用下面的形式给出：

$$y=\begin{cases}15 & x\leqslant 40\\ 15+0.12(x-40) & x>40\end{cases}$$

像这样把定义域分成若干部分，函数关系由不同的式子分段表达的函数称为**分段函数**。分段函数是定义域上的一个函数，不要理解为多个函数，分段函数需要分段求值，分段作图。其定义域为各分段部分定义域的并集。

例 1.5 设有以下分段函数：

$$f(x)=\begin{cases}0 & -1\leqslant x\leqslant 0\\ x^2 & 0<x\leqslant 1\\ 3-x & 1<x\leqslant 2\end{cases}$$

求：（1）函数值 $f(-0.5)$，$f(0.5)$，$f(1.5)$；（2）函数的定义域；（3）画出该分段函数的图像。

解 （1） $f(-0.5)=0$；$f(0.5)=0.5^2=0.25$；$f(1.5)=3-1.5=1.5$。

（2） 由于其定义域为各分段部分定义域的并集，所以 $f(x)$ 的定义域为 $[-1, 2]$。

（3） 该分段函数的图像如图 1-2 所示。

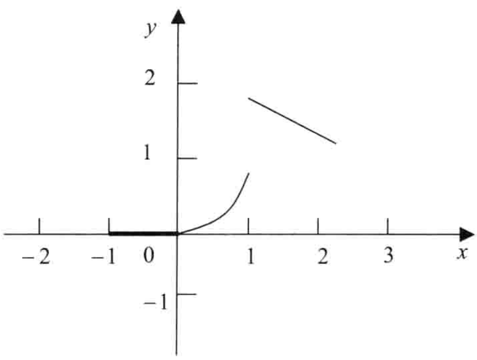

图 1-2

例 1.6 2011 年 9 月 1 日开始实施新的《中华人民共和国个人所得税法》，个税免征额调至 3500 元，如表 1-2 所示。

表 1-2 个人所得税率表（工资、薪金所得适用）

级 数	扣除三险一金后月收入减去扣除标准后全月应纳税所得额	税率（%）
1	不超过 1500 元的部分	3
2	超过 1500 元不超过 4500 元的部分	10
3	超过 4500 元不超过 9000 元的部分	20
4	超过 9000 元不超过 35 000 元的部分	25
5	超过 35 000 元不超过 55 000 元的部分	30
6	超过 55 000 元不超过 80 000 元的部分	35
7	超过 80 000 元的部分	45

目前，在表 1-2 中全月应纳税所得额是从工资、薪金收入中减去 3500 元后的余额。例如，某人扣除三险一金后月工资、薪金收入 6000 元，减去 3500 元，应纳税所得额为 2500 元，由税率表可知，其中 1500 元税率为 3%，另 1000 元税率为 10%，所以此人应纳个人