

消声器声学理论与设计

季振林 著



科学出版社

消声器声学理论与设计

季振林 著



科学出版社

北京

内 容 简 介

本书为系统介绍消声器声学理论与设计的专业著作。全书共 10 章,第 1 章简要介绍消声器设计所需要的声学及噪声分析基础知识,第 2 章介绍管道中的声传播理论,第 3 章介绍管道消声系统的数学表述方法以及相关问题的表述与求解方法,第 4~8 章详细介绍消声器声学性能计算的一维平面波理论、三维解析方法、有限元法、边界元法和时域方法,第 9 章介绍消声器声学性能测量方法以及吸声材料、声源阻抗和管口反射系数的测量方法,第 10 章讨论消声器的典型应用及其设计。

本书可供动力机械、汽车、船舶、工程机械、流体机械、通风空调、供热制冷、石油化工、航空航天以及相关领域的研究人员和工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

消声器声学理论与设计/季振林著. —北京:科学出版社,2015

ISBN 978-7-03-044572-8

I. 消… II. 季… III. 消声器-声学-研究 IV. TB535

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 124630 号

责任编辑:裴 育 王 苏 / 责任校对:桂伟利

责任印制:张 倩 / 封面设计:蓝正设计

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

三河市骏志印刷有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2015 年 6 月第 一 版 开本:720×1000 1/16

2015 年 6 月第一次印刷 印张:21

字数:407 000

定价:98.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

作者简介

季振林,男,1965年生。1993年获哈尔滨船舶工程学院(现为哈尔滨工程大学)工学博士学位,先后在南京大学、大连理工大学、澳大利亚西澳大学、美国俄亥俄州立大学和加拿大 Silex 公司工作,2003年至今任哈尔滨工程大学动力与能源工程学院教授、博士生导师。在国内外核心学术期刊上发表论文 100 多篇,其中 SCI 收录 30 余篇, EI 收录 60 余篇。完成和承担国内外各类科研课题 30 余项,为企业设计研发各种类型的消声器产品 100 余种。

电子邮箱:jizhenlin@hrbeu.edu.cn;zhenlinji@yahoo.com。

前 言

噪声是一种环境污染。从人的主观要求来讲,任何不希望听到的声音都是噪声。从物理学观点来讲,噪声是由许多不同频率与强度的声音无规律地叠加而成,它的时域信号杂乱无章,频域信号包含一定的连续宽带频谱。这类声音容易使人烦躁。如果一个人在过高的噪声环境中暴露时间过长,可能会造成听力损伤,甚至永久性耳聋。因此,很多国家制定了环境和职业噪声法规以限制过高的噪声。

噪声是机电产品的一项重要性能评价指标。噪声过高的产品,消费者不可能乐于接受。国家对某些机电产品实施了强制性法规以限制噪声水平。例如,在我国汽车加速行驶车外通过噪声的国家标准从1979年的84dB(A),1985年的78dB(A),降低到2006年的74dB(A)。随着科学技术的进步和对环境保护的重视,国家法规对影响公共健康和生活环境的噪声控制要求会越来越严格。

噪声控制对军用装置同样是极其重要的,过高的自噪声很容易暴露自己,被敌方发现。低噪声装置不仅增强了自身的隐蔽性,还能形成一个安静的生活和工作环境。因此,在产品设计阶段考虑噪声控制是非常必要的。

内燃机、燃气轮机、鼓风机、真空泵、压缩机等装置产生的气体动力性噪声是一类常见的噪声,控制气体动力性噪声最有效的办法就是在管路中或管口处安装消声器。消声器是一种能够允许气流通过,又能有效降低管道内噪声传播的装置。尽管消声器的种类繁多,结构形式多种多样,但是根据消声原理和结构特点,可将消声器分为三大类:阻性消声器、抗性消声器和阻抗复合式消声器。

阻性消声器(也称为吸收型消声器)通过在气流通过的途径上固定纤维或多孔吸声材料,利用吸声材料对声波的摩擦和阻尼作用将通道内传播的声能转化为热能,从而达到消声的目的。阻性消声器一般具有良好的中、高频消声效果,且消声频带较宽,但对低频噪声的消声效果较差。阻性消声器适合于消减内燃机进气噪声、燃气轮机进排气噪声、通风及空调管道内的噪声。

抗性消声器(也称为反射式消声器)由一些管道和腔体连接而成,其消声机理是:横截面积不连续使得管道内传播的声波产生阻抗失配,从而导致部分声波反射回声源或在消声器内部来回反射,阻碍了声波能量向下游传播。抗性消声器主要适合于消除低、中频噪声,对宽带高频噪声的消声效果较差。抗性消声器被广泛应用于内燃机排气噪声控制。

鉴于阻性消声器和抗性消声器各自的特点,可以将它们组合在一起形成阻抗复合式消声器,从而获得从低频到高频的良好消声效果。阻抗复合式消声器在大功率内燃机排气噪声控制、工业鼓风机和真空泵的进排气噪声控制中得到了广泛应用。

此外,由于应用场合不同,消声器设计还可以兼顾一些其他功能,如火星熄灭、尾气净化、余热回收、排气冷却等。

上述讨论的几种消声器都是利用声能的吸收和声波的反射来降低噪声的装置,这种类型的消声器统称为被动消声器。

主动消声器(或者称为有源消声系统)通过使用传感器检测管道内的噪声信号,然后由前馈和反馈技术产生一个反相信号输送给次级声源(扬声器),再由次级声源向管道内发射一个幅值相等、相位相反的噪声,从而达到消减下游声级的目的。尽管噪声主动控制技术已取得了长足进展,而且主动消声的思想既简单又诱人,但是在实际应用中还有许多问题有待解决。例如,检测传感器和次级声源在气流作用下的适用性和稳定性;传感器检测到的声信号既包含来自噪声源的声波,也有次级声源发出的声波,而在宽频范围内将二者分离也是一项难度很高的技术。在现阶段,主动消声器的费用仍然过高、使用寿命较短、稳定性较差,而且高频消声效果不够理想,还很难被市场广泛接受。主动消声器的广泛应用将取决于低成本系统的开发和性能的完善,主动消声器性能的改善需要通过使用较好的控制算法、传感器和信号处理器来实现。

本书内容只涉及被动消声器,介绍声学与噪声分析的基础知识,管道与吸声材料中的声传播,消声器声学性能的计算方法、分析方法和测量方法,以及消声器应用与设计。

季振林

2014年12月

目 录

前言

| | |
|--------------------------------|----|
| 第 1 章 声学及噪声分析基础知识 | 1 |
| 1.1 基本声学参量 | 1 |
| 1.2 理想气体中的声波方程 | 2 |
| 1.3 声场中的能量关系 | 4 |
| 1.4 声级 | 6 |
| 1.5 频谱分析 | 7 |
| 1.6 计权声级 | 9 |
| 1.7 声级的合成与分解..... | 11 |
| 参考文献 | 13 |
| 第 2 章 管道中的声传播 | 14 |
| 2.1 静态介质中的平面波..... | 14 |
| 2.2 静态介质中的三维波..... | 15 |
| 2.2.1 矩形管道..... | 15 |
| 2.2.2 圆形管道..... | 18 |
| 2.2.3 环形管道..... | 23 |
| 2.2.4 任意形状等截面管道 | 25 |
| 2.3 运动介质中的平面波..... | 26 |
| 2.4 运动介质中的三维波..... | 27 |
| 2.4.1 矩形管道..... | 28 |
| 2.4.2 圆形管道..... | 29 |
| 2.4.3 环形管道..... | 31 |
| 2.4.4 任意形状等截面管道 | 31 |
| 2.5 本章小结..... | 32 |
| 参考文献 | 32 |
| 第 3 章 管道消声系统 | 33 |
| 3.1 管道消声系统的表述方法..... | 33 |
| 3.2 消声器声学性能评价指标..... | 34 |
| 3.2.1 插入损失..... | 34 |
| 3.2.2 传递损失..... | 36 |
| 3.2.3 减噪量 | 37 |

| | |
|---------------------|-----------|
| 3.3 管道及消声器的四极参数 | 38 |
| 3.3.1 四极参数的计算方法 | 38 |
| 3.3.2 低马赫数流的影响 | 39 |
| 3.4 管口的辐射阻抗 | 41 |
| 3.4.1 无流时的反射系数 | 42 |
| 3.4.2 有流时的反射系数 | 42 |
| 3.5 噪声源的声阻抗 | 45 |
| 3.6 吸声材料 | 47 |
| 3.6.1 特征参数 | 47 |
| 3.6.2 修正的声波方程 | 48 |
| 3.6.3 吸声材料声学特性的表述方法 | 50 |
| 3.7 穿孔元件 | 51 |
| 3.7.1 无流时穿孔声阻抗 | 52 |
| 3.7.2 有流时穿孔声阻抗 | 54 |
| 3.7.3 有吸声材料贴附时穿孔声阻抗 | 56 |
| 3.8 本章小结 | 56 |
| 参考文献 | 57 |
| 第4章 平面波理论 | 61 |
| 4.1 传递矩阵法 | 61 |
| 4.2 管道单元 | 63 |
| 4.2.1 等截面管道 | 63 |
| 4.2.2 锥形管道 | 64 |
| 4.3 面积不连续单元 | 66 |
| 4.3.1 截面突变单元 | 66 |
| 4.3.2 侧支管道单元 | 67 |
| 4.3.3 端部修正 | 68 |
| 4.4 抗性消声器 | 70 |
| 4.4.1 膨胀腔 | 70 |
| 4.4.2 回流腔 | 73 |
| 4.4.3 侧支共振器 | 74 |
| 4.4.4 亥姆霍兹共振器 | 75 |
| 4.4.5 干涉式消声器 | 76 |
| 4.5 穿孔管抗性消声器 | 78 |

| | |
|------------------------------|------------|
| 4.5.1 直通穿孔管消声器 | 79 |
| 4.5.2 阻流式穿孔管消声器 | 83 |
| 4.5.3 三通穿孔管消声器 | 86 |
| 4.5.4 具有端部共振器的三通穿孔管消声器 | 90 |
| 4.6 直通穿孔管阻性消声器 | 93 |
| 4.7 催化转化器 | 97 |
| 4.8 计算实例与分析 | 99 |
| 4.9 本章小结 | 104 |
| 参考文献 | 105 |
| 第 5 章 三维解析方法 | 108 |
| 5.1 模态展开法 | 108 |
| 5.2 配点法 | 112 |
| 5.3 模态匹配法 | 115 |
| 5.3.1 圆形膨胀腔 | 116 |
| 5.3.2 外插进出口的圆形同轴膨胀腔 | 122 |
| 5.3.3 直通穿孔管阻性消声器 | 125 |
| 5.4 数值模态匹配法 | 129 |
| 5.4.1 外插进出口非同轴膨胀腔 | 129 |
| 5.4.2 任意形状直通穿孔管阻性消声器 | 131 |
| 5.5 端部修正的计算 | 136 |
| 5.5.1 圆孔的端部修正 | 136 |
| 5.5.2 管道的端部修正 | 139 |
| 5.6 计算实例与分析 | 141 |
| 5.7 本章小结 | 147 |
| 参考文献 | 148 |
| 第 6 章 有限元法 | 152 |
| 6.1 离散化 | 152 |
| 6.2 单元与形函数 | 153 |
| 6.2.1 一维单元 | 153 |
| 6.2.2 二维单元 | 154 |
| 6.2.3 三维单元 | 156 |
| 6.3 有限元方程的建立 | 158 |
| 6.3.1 基于哈密顿原理的变分法 | 158 |
| 6.3.2 伽辽金加权余量法 | 160 |
| 6.4 单元矩阵的计算 | 161 |

| | | |
|------------|------------------------|------------|
| 6.5 | 轴对称有限元法 | 163 |
| 6.6 | 穿孔消声器有限元方程 | 166 |
| 6.7 | 阻性消声器有限元方程 | 167 |
| 6.8 | 伴流声场计算的有限元法 | 169 |
| 6.9 | 四极参数和传递损失计算 | 175 |
| 6.10 | 计算实例与分析 | 176 |
| 6.11 | 本章小结 | 184 |
| | 参考文献 | 184 |
| 第7章 | 边界元法 | 188 |
| 7.1 | 边界积分方程的建立 | 188 |
| 7.2 | 边界积分方程的离散化 | 190 |
| 7.3 | 影响系数的计算 | 192 |
| 7.3.1 | 采用四边形等参数单元时的影响系数 | 192 |
| 7.3.2 | 采用三角形等参数单元时的影响系数 | 196 |
| 7.3.3 | 棱边和角点的处理 | 198 |
| 7.3.4 | 对称性的利用 | 199 |
| 7.4 | 轴对称边界元法 | 200 |
| 7.4.1 | 轴对称边界积分方程及其离散化 | 201 |
| 7.4.2 | 影响系数的计算 | 202 |
| 7.4.3 | 角点的处理 | 206 |
| 7.5 | 子结构边界元法 | 206 |
| 7.5.1 | 区域划分法 | 206 |
| 7.5.2 | 阻抗矩阵综合法 | 207 |
| 7.6 | 穿孔消声器计算的边界元法 | 210 |
| 7.7 | 阻性消声器计算的边界元法 | 211 |
| 7.8 | 四极参数和传递损失计算 | 212 |
| 7.9 | 管口声辐射问题的计算 | 213 |
| 7.9.1 | 管口声辐射特性的表述 | 213 |
| 7.9.2 | 耦合边界元法 | 213 |
| 7.10 | 计算实例与分析 | 215 |
| 7.11 | 本章小结 | 220 |
| | 参考文献 | 222 |
| 第8章 | 时域方法 | 225 |
| 8.1 | 流体动力学控制方程 | 225 |
| 8.2 | 计算流体动力学求解方法 | 227 |

| | | |
|-------------|-----------------------|------------|
| 8.3 | 湍流数值模拟与湍流模型 | 231 |
| 8.4 | 基于脉冲法的传递损失计算 | 235 |
| 8.4.1 | 基本原理 | 235 |
| 8.4.2 | 无流条件下传递损失的计算 | 237 |
| 8.4.3 | 有流条件下传递损失的计算 | 243 |
| 8.4.4 | 计算实例与分析 | 249 |
| 8.5 | 基于声波分解法的传递损失计算 | 255 |
| 8.5.1 | 基本原理 | 255 |
| 8.5.2 | 计算方法和边界条件设置 | 255 |
| 8.5.3 | 传递损失的计算 | 257 |
| 8.6 | 本章小结 | 260 |
| | 参考文献 | 260 |
| 第9章 | 声学测量 | 263 |
| 9.1 | 消声器插入损失测量 | 263 |
| 9.2 | 消声器传递损失测量 | 265 |
| 9.2.1 | 脉冲法 | 265 |
| 9.2.2 | 声波分解法 | 265 |
| 9.2.3 | 两声源法 | 266 |
| 9.2.4 | 两负载法 | 268 |
| 9.3 | 吸声材料表面声阻抗测量 | 272 |
| 9.4 | 吸声材料复阻抗和复波数测量 | 274 |
| 9.4.1 | 两腔法 | 274 |
| 9.4.2 | 两声源法 | 275 |
| 9.5 | 声源阻抗测量 | 277 |
| 9.5.1 | 直接测量方法 | 277 |
| 9.5.2 | 间接测量方法 | 279 |
| 9.6 | 管口反射系数测量 | 283 |
| 9.7 | 本章小结 | 285 |
| | 参考文献 | 285 |
| 第10章 | 消声器应用与设计 | 289 |
| 10.1 | 消声器设计要求 | 289 |
| 10.2 | 汽车进气系统噪声及其控制 | 291 |
| 10.2.1 | 进气系统概述 | 291 |
| 10.2.2 | 进气系统噪声 | 291 |
| 10.2.3 | 进气系统声学设计 | 292 |

| | |
|----------------------------|------------|
| 10.3 汽车排气系统噪声及其控制····· | 294 |
| 10.3.1 排气系统概述····· | 294 |
| 10.3.2 排气系统噪声····· | 295 |
| 10.3.3 排气消声器结构形式····· | 296 |
| 10.3.4 排气系统声学设计····· | 303 |
| 10.4 柴油机进气和排气消声器····· | 306 |
| 10.4.1 进气消声器····· | 306 |
| 10.4.2 排气消声器····· | 307 |
| 10.4.3 火星熄灭消声器····· | 310 |
| 10.4.4 排气净化消声器····· | 310 |
| 10.4.5 排气冷却消声器····· | 312 |
| 10.5 燃气轮机进气和排气消声器····· | 314 |
| 10.6 鼓风机进气和排气消声器····· | 315 |
| 10.7 本章小结····· | 318 |
| 参考文献····· | 318 |
| 附录 A 贝塞尔函数及其属性····· | 320 |
| 附录 B 气体的物性参数····· | 322 |
| 附录 C 单位转换····· | 323 |

第 1 章 声学与噪声分析基础知识

声学是研究声音的科学,包括声音的产生、传播、接收及其效应。广义上讲,声音是任意扰动在弹性介质(包括气体、液体和固体)中的传播。声学是噪声控制和消声器设计的基础。本章简要介绍消声器设计与噪声分析涉及的声学基础知识。

1.1 基本声学参量

基本声学参量包括描述声波状态的物理变量和表示声波特性的参数。

1. 声压和质点振速

一个人能听到声音是因为耳道内空气压力的变化引起听觉频率范围内耳膜的振动。高于和低于大气压的压力变化叫做声压,单位是帕斯卡(Pa)。声学测量仪器(如声级计)一般测量的并不是声压的幅值,而是声压的有效值(均方根值)。

质点振速定义为声波传播的介质中,质点在平衡位置附近的振动速度。声压 p 和质点振速 u 之间的比值叫做声阻抗 Z ,表示为

$$Z = \frac{p}{u} \quad (1.1.1)$$

声阻抗通常表示成复数的形式,以表述声压与质点振速之比的幅值和它们之间的相位差,单位是 $\text{Pa} \cdot \text{s}/\text{m}$,为纪念 Lord Rayleigh,也使用 Rayl 作为单位。

2. 声速

声速是声波在介质中传播的速度。理想气体中声速的计算公式为

$$c = \sqrt{\gamma RT} \quad (\text{m/s}) \quad (1.1.2)$$

其中, γ 是比热比(定压比热与定容比热之比),对于多数实际气体, γ 随气体状态的变化是可以忽略的,对于空气,可取 $\gamma=1.4$; T 是气体的热力学温度(单位为 K); $R=R_0/M$ 是气体常量, $R_0=8314\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ 为通用气体常量, M 为气体的平均相对分子质量。空气是一种混合气体,除水蒸气外,各主要成分所占的体积比基本是恒定的。干空气(不含水)的体积百分比大致是 78% 的氮气(相对分子质量为 28)、21% 的氧气(相对分子质量为 32)和 1% 的惰性气体(相对分子质量为 40),因此干空气的平均相对分子质量为 $(0.78 \times 28 + 0.21 \times 32 + 0.01 \times 40) = 29.0$,相应的气体常量 $R=8314/29=287\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ 。

3. 频率和周期

每秒钟压力变化的次数叫做频率,单位是赫兹(Hz)。一个具有正常听力的年轻人可以听到的声音频率范围为 20~20000Hz,定义为正常可听频率范围。一个频率对应一个独立的纯音。因此,远处的雷声具有较低的频率,而哨声具有较高的频率。在实际生活中,纯音很少遇到,多数声音是由不同频率的声波组成的。如果噪声在可听声的频率范围内均匀分布,则称之为白噪声,听起来非常像湍急的流水声。

频率的倒数是周期,单位是秒(s)。它是一个正弦信号完成一个循环所用的时间。

4. 波长和波数

一个纯音声波在一个周期内传播的距离叫做波长,等于声速 c 除以频率 f :

$$\lambda = \frac{c}{f} \quad (1.1.3)$$

波数是声学分析中经常使用的一个参数,定义为

$$k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi f}{c} = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (1.1.4)$$

其中, ω 为圆频率(或角频率)。

1.2 理想气体中的声波方程

声场的特性可以通过介质中的声压、质点振速以及密度变化量来表征。在声波传播过程中,同一时刻、声场中不同位置都有不同的数值,也就是声压随位置有一个分布,另外,每个位置的声压又随时间而变化。根据声波过程的物理性质,建立声压随空间位置的变化和随时间的变化两者之间的联系,这种联系的数学表示就是声波方程。波动是声传播介质的物质运动,可由牛顿质点动力学体系描述得到流体运动的基本方程^[1~3]。

相对于环境状态,声扰动通常可以看作小幅扰动。对于流体介质,在没有声扰动时,环境状态可用压力(P_0)、速度(U_0)和密度(ρ_0)来表示,这些表示状态的变量满足流体动力学方程。在有声扰动时,状态变量可表示为

$$\bar{p} = P_0 + p, \quad \bar{u} = U_0 + u, \quad \bar{\rho} = \rho_0 + \rho \quad (1.2.1)$$

其中, p 、 u 和 ρ 分别是声压、质点振速和密度变化量,它们代表声扰动对压力、速度和密度场的贡献。环境状态定义了声波传播的介质,各向同性的介质与位置不相

关。在很多情况下,把流体介质假设为理想化的各向同性静态介质,从而可以实现声学现象的定量分析,这些简化允许我们引出一些基本概念。

在各向同性介质中,状态变量 \bar{p} 、 \bar{u} 和 $\bar{\rho}$ 满足连续性方程

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\rho} \bar{u}) = 0 \quad (1.2.2)$$

和动量方程

$$\bar{\rho} \frac{D\bar{u}}{Dt} + \nabla \bar{p} = 0 \quad (1.2.3)$$

其中, $D/Dt = \partial/\partial t + \bar{u} \cdot \nabla$ 为全导数; $\partial/\partial t$ 代表对时间的偏导数。对于静态介质 ($U_0 = 0$), 将式(1.2.1)代入式(1.2.2)和式(1.2.3), 忽略二阶以上声学小量得到如下线性化声学方程

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho_0 \nabla \cdot u = 0 \quad (1.2.4)$$

$$\rho_0 \frac{\partial u}{\partial t} + \nabla p = 0 \quad (1.2.5)$$

理想气体中的声扰动是一个绝热过程, 状态变量满足等熵方程, 即

$$\frac{P_0 + p}{P_0} = \left(\frac{\rho_0 + \rho}{\rho_0} \right)^\gamma \quad (1.2.6)$$

将 ρ/ρ_0 作为变量, 使用泰勒级数展开, 并且忽略二阶以上声学小量得到

$$\frac{p}{P_0} = \gamma \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right) \quad (1.2.7)$$

将理想气体状态方程 $P_0 = R\rho_0 T$ 代入式(1.2.7), 得到第三个线性化声学方程

$$\frac{p}{\rho} = c^2 \quad (1.2.8)$$

其中

$$c = \sqrt{\frac{\gamma P_0}{\rho_0}} \quad (1.2.9)$$

于是, 应用理想气体状态方程即可得到式(1.1.2)。

将式(1.2.8)代入式(1.2.4)消去 ρ , 然后对时间进行微分, 再对式(1.2.5)取散度, 二者相减得到

$$\nabla^2 p - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad (1.2.10)$$

其中, ∇^2 是 Laplace 算子, 即梯度的散度。式(1.2.10)即为声波方程或波动方程。

假设声压随时间变化的关系是简谐的, 即声压表示成

$$p(x, y, z, t) = p(x, y, z) e^{j\omega t} \quad (1.2.11)$$

将式(1.2.11)代入声波方程(1.2.10), 得到只含有空间坐标的微分方程为

$$\nabla^2 p(x, y, z) + k^2 p(x, y, z) = 0 \quad (1.2.12)$$

即亥姆霍兹(Helmholtz)方程,也就是简谐声场的控制方程。

当气体流动效应可以忽略时,消声器声学问题的计算就是求解满足边界条件的亥姆霍兹方程。

声波方程也可以表示成速度势的形式。对线性化的动量方程两边取旋度,并且注意到 $\nabla \times \nabla p$ 总是为0,得到

$$\frac{\partial}{\partial t}(\nabla \times u) = 0 \quad (1.2.13)$$

因此,旋度 $\nabla \times u$ 在时间域为常数。如果考虑 $\nabla \times u$ 的初值为0,则任意时刻 $\nabla \times u$ 的值恒为0,因而 u 可以被看作一个标量 $\phi(x, t)$ 的梯度。流体的线性化动量方程要求 $p - \rho_0 \partial \phi / \partial t$ 具有零梯度,因此只是时间 t 的函数。如果速度势 ϕ 被进一步限制,以至于这个关于时间 t 的函数为0,则有

$$u = -\nabla \phi \quad (1.2.14)$$

$$p = \rho_0 \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (1.2.15)$$

显然,上述两个表达式满足线性化的动量方程。结合线性化的连续性方程(1.2.4)和等熵关系式(1.2.8),可以得到

$$\nabla^2 \phi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0 \quad (1.2.16)$$

这个方程也叫做波动方程。尽管速度势有些抽象,但是用它来描述声场很方便,因为其他声学量都可以用速度势 ϕ 来表示。

1.3 声场中的能量关系

声波的传播过程伴随着声能量的传播,与声能量有关的物理量有声能密度、声功率和声强。

1. 声能量和声能密度

声波传到原先静止的介质中,一方面使介质质点在平衡位置附近来回振动,同时在介质中产生了压缩和膨胀的过程。前者使介质具有振动动能,后者使介质具有形变(弹性)势能,两者之和就是因声扰动而使介质得到的声能量。

设想在声场中取一个足够小的体积元,其原先的体积为 V_0 、压强为 P_0 、密度为 ρ_0 。由于声扰动,该体积元得到的动能为

$$\Delta E_k = \frac{1}{2} (\rho_0 V_0) u^2(t) \quad (1.3.1)$$

此外,由于声扰动,该体积元的声压从 P_0 变为 $P_0 + p$,于是该体积元具有了势能

$$\Delta E_p = - \int_0^p p dV \quad (1.3.2)$$

其中,负号表示在体积元内,压强和体积的变化方向相反。例如,压强增加,体积减小,此时外力对体积元做功,其势能增加,即压缩过程使系统存储能量;反之,当体积元对外做功时,体积元内的势能就会减小,即膨胀过程使系统释放能量。

利用绝热状态方程得到体积元 dV 与 dp 的关系,即

$$dp = - \frac{\rho_0 c^2}{V_0} dV \quad (1.3.3)$$

将式(1.3.3)代入式(1.3.2),可求得小体积元的势能为

$$\Delta E_p = \frac{V_0}{\rho_0 c^2} \int_0^p p dp = \frac{V_0}{2\rho_0 c^2} p^2 \quad (1.3.4)$$

体积元里的总声能为动能和势能之和,故瞬时声能为

$$\Delta E = \Delta E_k + \Delta E_p = \frac{V_0}{2} \rho_0 \left(u^2 + \frac{1}{\rho_0^2 c^2} p^2 \right) \quad (1.3.5)$$

单位体积内的声能量称为声能密度:

$$\epsilon(t) = \frac{\Delta E}{V_0} = \frac{1}{2} \rho_0 \left(u^2 + \frac{p^2}{\rho_0^2 c^2} \right) \quad (1.3.6)$$

式(1.3.6)为声能密度的瞬时值。如果将它在一个周期内取平均值,则得到平均声能密度:

$$\bar{\epsilon} = \frac{1}{T} \int_0^T \epsilon(t) dt \quad (1.3.7)$$

2. 声功率和声强

单位时间内声源辐射的声能量称为声功率,用 W 表示,单位为瓦特(W)。通过垂直于声传播方向的单位面积上的声功率称为声强,用 I 表示,单位为 W/m^2 。由定义可写出瞬时声强为

$$I(t) = p(t) \cdot u(t) \quad (1.3.8)$$

将瞬时声强在一个周期内取平均值,则得到平均声强为

$$I = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) \cdot u(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T \text{Re}\{p(t)\} \cdot \text{Re}\{u(t)\} dt \quad (1.3.9)$$

由定义可知,声强是矢量,不仅有大小,还有方向,其方向就是声能量传播的方向。在理想流体介质中,声强矢量的方向取决于质点振速的方向。因此,利用测量出的声强矢量分布图可以清楚地表示出声能的强度和流向。

声源声功率的大小表示其辐射声波本领的高低,声强则表示声能流的强弱和方向。声功率的大小等于声强在包围声源的封闭表面上的积分,即

$$W = \oint_S I dS \quad (1.3.10)$$