曾凤章 主编

ISO 9000族
标准用统计技术

ISO 9000 ZU BIAO ZHUN YONG TONG JI JI SHU

兵器工业出版社

ISO 9000 族标准 术

曾凤章　主编

兵器工业出版社

内 容 简 介

本书结合 ISO 技术报告草案 TR10017“统计技术在 ISO 9001:1994 中的应用指南”和我国企业实际，为企事业单位建立和完善质量体系，恰当选择和应用统计技术提供入门知识。书中首先介绍了概率数理统计基本知识；进而讨论了质量管理中常见的试验设计、工序能力分析、回归分析、统计工序控制、抽样检查、可靠性等统计技术；此外，还介绍了测量分析、仿真、统计公差估计、时序分析等质量管理界了解较少，但与实物质量提高密切相关的技术。

本书可作为质量管理人员、工程技术人员的培训教材，也可作为大学本科生的教科书。

图书在版编目(CIP)数据

ISO 9000 族标准用统计技术/曾凤章主编 .—2 版 .
北京:兵器工业出版社,2004.2
ISBN 7-80132-740-3

Ⅰ.I… Ⅱ.曾… Ⅲ.质量管理体系—国际标准,
ISO 9000—统计方法 Ⅳ.F273.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2004）第 004520 号

出版发行：兵器工业出版社
责任编辑：郭 佳
责任技编：魏丽华
邮编社址：100089 北京市海淀区车道沟 10 号
经 销：各地新华书店
印 刷：瑞达方舟印务有限公司
版 次：2004 年 2 月第 2 版第 1 次印刷
印 数：1—3050

封面设计：底晓娟
责任校对：朴 喆
责任印制：王京华
开 本：787×1092 1/16
印 张：20.5
字 数：524 千字
定 价：30.00 元

（版权所有 翻印必究 印装有误 负责调换）

再版前言

自20世纪70年代以来，随着世界范围内高技术产业的兴起和社会生产力的发展，国际市场的竞争已由价格的竞争转向质量竞争。产品质量保证和产品责任问题逐渐成为世界贸易新的技术壁垒。为了广泛开展国际合作和世界贸易，各国的公司和企业都在努力使自己的产品达到第一流的质量而采取有效的对策；同时，质量管理与质量保证的国际化也成为各国的迫切需要。

在上述形势下，国际标准化组织制定的ISO 9000《质量管理与质量体系》系列标准自1987年公布以来很快在世界上产生了巨大的反响。该标准对质量管理工作的普遍特征以及质量保证工作的概念、原则、方法进行了规范化、程序化、标准化和国际化。特别是2000版ISO 9000标准公布以来，ISO 9000标准应用的适用性、广泛性、有效性更强，使ISO 9000族标准已经成为世界各国企业相互经济合作和贸易往来中对质量的统一认识和共同遵守的规范，并成为目前ISO标准中应用范围最广的标准，出现了ISO 9000迅速发展的“ISO 9000现象”。

随着我国质量体系认证工作的不断深入，ISO 9000族标准中“统计技术”条款越来越成为质量体系建立与完善中的重点与难点。虽然我国自1978年推广全面质量管理以来，不少质量管理和工程技术人员也曾接受过统计技术的培训教育，但由于TQC推广工作在某些方面流于形式，以及操作人员素质低等多种原因，使统计技术在质量管理中的应用基本处于停滞状态。近年来，先进国家对统计技术的应用更加广泛、深入，使我国对统计技术的综合应用研究和实际应用水平远远落后于世界先进国家，并成为企业质量体系建立和不断完善的严重障碍。

2000版ISO 9000标准延用的ISO技术报告草案TR10017《统计技术在ISO 9001:1994中的应用指南》为组织建立、实施和保持质量体系提供了可选择的、适用的统计技术族。采用这些统计技术可以通过相对有限的数据，帮助测量、描述、分析、解释、模拟产品和过程的可测量特性，以及工商业活动的行为和结果；有助于理解变异的性质、程序和原因，为解决和预防这些变异的产生提供帮助；有助于改进设计、开发、生产、安装和服务等各个阶段的产品和过程的质量。TR10017提供的统计技术族除质量管理中常用的试验设计、过程能力分析、回归分析、可靠性分析、抽样检查、统计过程控制外，还有测量分析、仿真、统计公差估计、时序分析等质量管理界了解较少的技术。表1列出了统计技术范围概貌和支持实施ISO 9001标准的使用程度。

表 1 确定的能用于支持 ISO 9001 各要素要求的统计技术一览表

ISO 9001:1994 要素	描述统计	试验设计	假设检验	测量分析	过程能力分析	回归分析	可靠性分析	抽样	仿真	统计过程控制图	统计公差估计	时序分析
4.1 管理职责	×							×		×		×
4.2 质量体系												
4.3 合同评审					×		×					
4.4 设计控制	×		×	×	×	×	×	×	×		×	
4.5 文件和资料控制												
4.6 采购	×		×		×							
4.7 顾客提供产品的控制												
4.8 产品标识和可追溯性												
4.9 过程控制	×	×			×	×	×	×	×	×		×
4.10 检验和试验	×						×	×	×			
4.11 检验、测量和试验设备的控制	×		×	×	×		×	×		×		
4.12 检验和试验状态												
4.13 不合格品控制												
4.14 纠正和预防措施	×	×	×			×		×		×		×
4.15 搬运、贮存、包装、防护和交付	×						×	×		×		×
4.16 质量记录控制								×				
4.17 内部质量审核	×							×				
4.18 培训												
4.19 服务	×											
4.20 统计技术	本要素阐述确定统计技术的需要											
注:本表摘自 TR10017												

自 2000 年出版以来,该书深受广大质量管理教育工作者和一线质量管理人员的欢迎,为培养质量管理人才、企事业单位建立和完善质量体系、恰当选择和应用统计技术提供入门知识、提高科研和生产质量水平起到一定的促进作用。

在曾凤章教授、肖淑芳教授、周生国教授、冯俊教授、韩建武教授、于春泾教授、杨位钦教授原有内容编写的基础上,该书再版时,深化了相关部分内容,由曾江辉研究生撰写了方差分析一章,并增加了区间估计及 GB/T 1326—91 抽样检查标准等有关内容。本书再版得到了王元华、崔丽、张丽红、宗鹏、张晓甦、王秀林、白闻哲、巫俊、焦明鹏等研究生的大力支持,在此一并表示感谢。

编 者

2004 年 2 月

试读结束,需要全本PDF请购买 www.ertongbook.com

目　　录

第 1 章　概率论知识简介 …… (1)

1.1　排列与组合 …… (1)
1.2　随机事件的频率与概率 …… (3)
1.3　独立重复试验的概率 …… (5)
1.4　随机变量及其分类 …… (6)
1.5　离散型随机变量的概率分布 …… (7)
1.6　连续型随机变量的概率分布 …… (11)
1.7　随机变量的数字特征 …… (15)

第 2 章　描述统计 …… (19)

2.1　数据的收集 …… (19)
2.2　数字特征描述(估计) …… (26)
2.3　分布状态描述——频数直方图 …… (32)
2.4　排列图、因果分析图、趋势图 …… (39)

第 3 章　假设检验 …… (45)

3.1　基本概念 …… (45)
3.2　基本步骤 …… (46)
3.3　总体均值的检验 …… (49)
3.4　总体比例的检验 …… (52)
3.5　总体分布的检验 …… (54)
3.6　样本随机性检验 …… (57)
3.7　样本是否取自同一总体的检验 …… (61)
3.8　样本的观察值是否是“异常值”的检验 …… (65)

第 4 章　方差分析 …… (67)

4.1　单因素方差分析 …… (67)
4.2　无重复实验(无交互作用)双因素方差分析 …… (72)
4.3　等重复试验(有交互作用)双因素方差分析 …… (76)

第5章 正交试验设计 ······ (84)

5.1 基本概念 ······ (84)
5.2 基本方法(极差分析法) ······ (86)
5.3 多指标的试验设计 ······ (89)
5.4 水平数不等的试验设计 ······ (91)
5.5 有交互作用的试验设计 ······ (93)
5.6 正交试验的方差分析 ······ (95)
5.7 正交试验原理解释 ······ (99)

第6章 测量分析 ······ (101)

6.1 概述 ······ (101)
6.2 测量系统的评定与选择 ······ (102)
6.3 测量误差分析 ······ (107)

第7章 工序(过程)能力分析 ······ (115)

7.1 基本概念 ······ (115)
7.2 工序能力指数的计算 ······ (116)
7.3 工序能力的评价与处置 ······ (121)
7.4 工序能力调查 ······ (122)

第8章 相关图及回归分析 ······ (124)

8.1 相关图 ······ (124)
8.2 相关系数 ······ (130)
8.3 一元线性回归分析 ······ (132)

第9章 可靠性分析 ······ (138)

9.1 基本概念 ······ (138)
9.2 常用概率分布及其应用 ······ (142)
9.3 可靠性预测及分配 ······ (146)
9.4 故障树分析(FTA) ······ (152)
9.5 失效模式、后果和危害性分析(FMECA) ······ (158)

第10章 抽样检查 ······ (164)

10.1 概述 ······ (164)
10.2 基本概念 ······ (168)
10.3 计数标准型一次抽样检查 ······ (172)
10.4 计数调整型抽样检查——GB 2828简介 ······ (186)

第 11 章　仿真 …… (211)

11.1　概述 …… (211)
11.2　均匀随机数的功用及产生方法 …… (211)
11.3　随机变量抽样值的产生方法 …… (216)

第 12 章　统计工序(过程)控制 …… (222)

12.1　基本概念 …… (222)
12.2　控制图类型及其原理 …… (223)
12.3　控制图的绘制与判断 …… (226)
12.4　控制图的两类错误分析及应用要点 …… (241)

第 13 章　统计公差设计 …… (244)

13.1　概述 …… (244)
13.2　统计公差计算 …… (246)

第 14 章　时间序列分析 …… (251)

14.1　时间序列分析与预测 …… (251)
14.2　滑动平均 …… (253)
14.3　指数平滑方法 …… (257)
14.4　季节性数据的平滑模型 …… (264)
14.5　自回归滑动平均模型 …… (270)

附录 …… (281)

附表 1　二项分布表 …… (281)
附表 2　泊松分布表 …… (283)
附表 3-1　正态分布表 …… (289)
附表 3-2　正态分布的双侧分位数(u_α)表 …… (292)
附表 4-1　t 分布表 …… (293)
附表 4-2　t 分布的双侧分位数(t_α)表 …… (294)
附表 5-1　χ^2 分布表 …… (295)
附表 5-2　χ^2 分布的上侧分位数(χ_α^2)表 …… (297)
附表 6-1　单样本柯—斯检验的临界值($D_{n\alpha}$)表 …… (298)
附表 6-2　双样本柯—斯检验的临界值($d_{\alpha(n_1,n_2)}$)表 …… (299)
附表 7-1　游程总数检验表 …… (300)
附表 7-2　最长游程检验的临界值表 …… (302)
附表 8　格拉布斯检验临界值 $G_{k(\alpha,n)}$ …… (303)
附表 9　迪克逊检验临界值($r_{ij(\alpha、n)}$)表 …… (303)
附表 10　F 检验的临界值(F_α)表 …… (305)

附表 11 随机数表 …………………………………………………… (310)
附表 12 常用正交表 …………………………………………………… (312)
参考文献 …………………………………………………… (319)

第 1 章　概率论知识简介

生产和科学试验中发生的现象是多种多样的。有一类现象，在一定的条件下必然发生(或必然不发生)，例如，在一根导线两端加以电压，导线中必是有电流通过；但若导线被换成木棒，则其中肯定无电流通过，等等。这种具有确定性结果的现象称为确定性现象。还有一种现象，在相同条件下进行一系列的试验和观察，每次试验和观察的可能结果不止一个，而在每次试验和观察之前无法预知其确切的结果，即呈现出不确定性。但人们经过长期实践并深入研究之后发现：这类现象的结果虽具有不确定性，但进行大量重复试验或观察，其结果却呈现某种规律性。例如，完全相同的工艺条件下，加工出的工件尺寸，事先无法预测其确切值，但在同一工艺条件下加工出的大量工件尺寸却按照一定的规律分布；又如，在同一批产品中以完全相同的方式抽取数量相同的样品，样品中的不合格品数事先是无法预测的，但重复进行一系列试验，样品中的不合格品数按照一定的规律分布，等等。这种在大量重复试验或观察中所呈现的规律性被称为统计规律性。

在个别试验中呈现不确定性、在大量重复试验中又具有统计规律性的现象称为随机现象。概率论是从数量方面研究随机现象统计规律性的学科。数理统计是通过试验数据，对随机现象的统计规律进行估计、分析及推断的学科。概率论与数理统计是不可分的、同属应用数学范畴的两门学科。

本章将简单介绍概率论的基本概念和基本知识。

1.1　排列与组合

本节并不属概率论的内容，但因后面的计算经常用到，作为预备知识作一简单复习。

1.1.1　排列

现有甲、乙、丙三人，选其中两人来排队，不同的排列方法如下

$$\text{甲}\begin{cases}\text{乙}\\\text{丙}\end{cases}\qquad\qquad \text{乙}\begin{cases}\text{甲}\\\text{丙}\end{cases}\qquad\qquad \text{丙}\begin{cases}\text{甲}\\\text{乙}\end{cases}$$

排列的种数应如下计算

$$\begin{aligned}\text{排列种数} &= \text{第一位置排法的种数}\times\text{第一位置排定后第二位置排法的种数}\\ &= 3\times 2 = 6\end{aligned}$$

由此类推可得以下定理：从 n 个不同的元素中，任取 m 个不同的元素来排列，记各种不同排列的种类为 A_n^m，则

$$A_n^m = n(n-1)(n-2)\cdots(n-m+1) \tag{1-1-1}$$

例 1.1　有 7 个小圆板，分别标号为 1,2,…,7。问：(1)任取 4 个板来排列，能排出多少个

不同的 4 位数据？(2)任选 4 个板来排列，能排出多少个第一位是 2 的 4 位数据？(3)任选 4 个板来排列，能排出多少第一位是偶数的 4 位数？

解：(1)不同的 4 位数为

$$A_7^4=7\times6\times5\times4=840(\text{种})$$

(2)第一位是 2 的 4 位数为

$$1\times A_6^3=1\times6\times5\times4=120(\text{种})$$

(3)第一位是偶数的 4 位数为

$$A_3^1\times A_6^3=3\times6\times5\times4=360(\text{种})$$

若将 n 个不同的元素全部取来进行排列，称为 n 的全排列。此时，不同排列的种数记为 $n!$，即

$$A_n^n = n(n-1)(n-2)\cdots3\times2\times1 = n! \tag{1-1-2}$$

例 1.2　若将例 1.1 的 7 个小圆板全部拿来排列，排出的 7 位数种数为

$$A_7^7=7!\ =7\times6\times5\times4\times3\times2\times1=5040(\text{种})$$

1.1.2　组合

现有甲、乙、丙三人，任选两人编为一组，不同的组合方法有三种

甲－乙　　　　乙－丙　　　　甲－丙

由于编组不分前后顺序，而排列分前后顺序，因此，排列与组合之间的关系如下

排列种数＝组合种数×“每组再排列”种数

∴ 组合种数＝排列种数/“每组再排列”种数

$$=A_3^2/A_2^2=A_3^2/2!$$

$$=3\times2/2=3(\text{种})$$

由此类推可得以下定理：从 n 个不同的元素中任取 m 个不同的元素编为一组，记各种不同的组合种类为 C_n^m，则

$$C_n^m = A_n^m/m! \tag{1-1-3}$$

例 1.3　某班级有学员 30 名，其中女学员 10 名。问：(1)任选 5 人组成班委会，有多少种组合方法？(2)若选三男二女组成班委会，有多少种组合方法？

解：(1)任选 5 人组成班委会的组合方法数为

$$C_{30}^5=A_{30}^5/5!\ =30\times29\times28\times27\times26/5\times4\times3\times2\times1$$

$$=142506(\text{种})$$

(2)选三男二女组成班委会的组合方法数为

$$C_{10}^2C_{20}^3=A_{10}^2\cdot A_{20}^3/2!\ 3!$$

$$=10\times9\times20\times19\times18/2\times1\times3\times2\times1$$

$$=51300(\text{种})$$

在排列与组合中，几个常用的公式如下

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!} \quad \text{即} \quad A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!} \tag{1-1-4}$$

$$C_n^m = C_n^{n-m} \tag{1-1-5}$$

试读结束，需要全本PDF请购买 www.ertongbook.com

$$C_n^0 = 1 \tag{1-1-6}$$

$$C_n^{n-1} = C_n^1 = n \tag{1-1-7}$$

1.2　随机事件的频率与概率

1.2.1　随机试验与随机事件

设某工人在同一台机床上,用相同的材料、相同的工艺条件和操作方法加工尺寸为 $\phi 25^{+0.05}$的轴。可想而知,测试轴的尺寸,得到的结果是多样的,但每根轴在加工前,其尺寸大小是不能预料的。这组相同条件下进行的试验被称为随机试验。若问加工某根轴的尺寸会不会是 $\phi 25.03$ 呢? 回答是这个结果可能发生,也可能不发生。则称轴的尺寸为 $\phi 25.03$ 这件事情为随机事件。

又如,一口袋中装有红、白、蓝三种颜色的乒乓球。从袋中以相同的方法任取一只球观察其颜色,每次试验的结果是多样的(三个),并且事先可明确试验的所有可能结果(红、白、蓝)。但在取出球之前,球的颜色是不能预料的。这组相同条件下进行的试验就是随机试验。取出的球是红色,这件事情可能发生,也可能不发生,但重复进行大量试验,“红球”的发生具有某种规律性,“红球”是这个随机试验中的一个随机事件。

为此,可以做出以下定义:

(1)随机试验:设有试验 E,可在相同的条件下重复进行;每次出现的可能结果不止一个,并且能事先明确试验的所有可能结果;进行一次试验之前不能明确哪一个结果会出现,则称试验 E 为一个随机试验,简称试验。

(2)随机事件:在随机试验中,对一次试验可能发生也可能不发生,而在大量重复试验中却具有某种规律性的事情,称为该随机试验的随机事件,简称事件,常以 A、B、C 记之。

在随机试验中,必然发生的事情称为必然事件,记为 U;不可能发生的事情称为不可能事件,记为 V。例如“掷一次骰子,出现的点数不超过 6”这一事情为必然事件;“掷一次骰子,出现的点数超过 6”为不可能事件。必然事件和不可能事件没有不确定性,所以不是随机事件,但为了讨论方便,常把它们作为一种特殊的随机事件。

1.2.2　随机事件的频率及其性质

如上所述,随机事件具有两个性质:其一是不确定性,或称随机性、偶然性,即在一次试验中是否出现是无法预料的;其二是统计规律性,即在相同的条件下,进行大量的重复试验时,随机事件出现的可能性大小是稳定的。这是随机事件在大量重复试验下的客观性规律性。

概率论的任务就是用数学形式描述和掌握随机事件出现的规律性,从而达到预测和控制的目的。描述随机事件规律性最直观、最简单的度量值是频率。

在相同的条件下进行 n 次试验,事件 A 出现的次数 m 称为频数,频数 m 与试验次数 n 的比值 $f_{n(\mathrm{A})} = m/n$ 称为在 n 次试验中事件 A 出现的频率。

例 1.4　甲、乙工人生产同一种零件,甲生产的 50 个零件中有 15 个不合格品,乙生产的 200 个零件中有 30 个不合格品,问谁的工作质量好?

根据常识可知,要以不合格品率(频率)比较工作质量,而不是以不合格品数(频数)进行比

较。

$$f_{(\text{甲})} = 15/50 \times 100\% = 30\%$$

$$f_{(\text{乙})} = 30/200 \times 100\% = 15\%$$

可见,乙的工作质量优于甲。

频率具有如下性质:

(1)随机事件的频率在[0,1]取值。

由于 $0 \leqslant m \leqslant n$,因此有

$$0 \leqslant f_{n(\mathrm{A})} = \frac{m}{n} \leqslant 1$$

(2)必然事件的频率为 1,不可能事件的频率为 0。

由于必然事件的频数为 n,故有 $R_{(\mathrm{U})} = \frac{n}{n} = 1$;

由于不可能事件的频数为 0,故有 $R_{(\mathrm{V})} = \frac{0}{n} = 0$。

(3)频率的随机性和统计规律性。

若考察某工人的工作质量,每次从其生产的零件中任意抽取一个进行检查,观察不合格品出现的次数,并计算其不合格品率(频率)。共检查 5000 个零件。每次检查完都要将被检查过的零件放回,混合好之后再任意抽取一个,一直继续下去,得到数据如表 1-1 所示。

表 1-1 不合格品率表

试验数 n	10	20	50	70	90	100	300	600	1000	2000	3000	4000	5000
不合格数 m	1	3	4	5	12	8	29	59	99	202	297	404	498
不合格率 f	0.100	0.150	0.080	0.071	0.133	0.080	0.097	0.098	0.099	0.101	0.099	0.101	0.100

从表 1-1 数据可以看出,当试验次数较少时,不合格品出现的频率呈现不确定性,即具有一定的波动;试验次数越少,波动性越大,但随着试验次数的增多,不合格品出现的频率呈现出稳定性,即统计规律性。

1.2.3 随机事件的概率及其性质

在相同的条件下进行大量试验,随着试验次数的无限增大,事件 A 的频率 $f_{(\mathrm{A})}$ 逐渐稳定于某个数值 p,并在 p 的附近作微小波动,频率的稳定值 p 称为事件 A 的概率,记为 $P_{(\mathrm{A})}$,即 $P_{(\mathrm{A})} = p$。

由表 1-1,当试验次数 n 逐渐增多时,不合格品出现的频率在常数 0.100 附近摆动,并逐渐稳定于这个常数 0.100,这一事实并不因人而异,也就是说在相同的条件下,不管谁去做试验,只要试验量足够大,尽管具体的数字略有出入,但频率总是逐渐稳定于 0.100。0.100 就是不合格品出现的概率,即该工人的不合格品率为 0.100。

概率具有如下性质:

(1)随机事件的概率在[0,1]取值,即 $0 \leqslant P_{(\mathrm{A})} \leqslant 1$;

(2)必然事件的概率为 1,不可能事件的概率为 0,即

$$P_{(\mathrm{U})} = 1 \qquad P_{(\mathrm{V})} = 0$$

1.2.4　频率与概率的关系

由上所述可见,频率与概率的联系在于,当试验次数 n 越大时,随机事件的频率 $R_{(A)}$越趋近于概率 $P_{(A)}$。

两者的区别在于:

(1)频率是试验值,而概率是理论值;

(2)频率具有随机性,可能取值有多个,而概率是事物本身的规律性,因此,概率值是一个常数;

(3)频率能近似反映随机事件出现的可能性大小,概率可精确地反映随机事件出现的可能性大小。虽然概率在理论上是完美的,但频率更具实用价值。

1.3　独立重复试验的概率

1.3.1　独立重复试验

在 n 次试验中,如果每次试验条件相同,且各次试验的结果(事件)互不影响,即相互独立,则称这 n 次试验为独立重复试验。

例如从一批产品中,随机地抽取 n 件产品进行检查,即进行 n 次试验,这样的试验是否为独立重复试验呢?

应该注意的是独立重复试验的条件是各次试验条件相同,而且试验结果互不影响。要作到这两点必须在每次对抽取产品检查完毕后放回产品批,并将产品批的产品混合均匀(若每个产品以标签进行标号,则必须将标号混合均匀),然后进行下一次抽取。若抽取后不放回,或放回后没有混合均匀,都将导致本次抽取的结果可能与以前的试验结果相关,此时不能称为独立重复试验。

可以看出,独立重复试验的两个特点是独立性和重复性。

1.3.2　独立重复试验的概率

若在独立重复试验 E 的每次试验中,事件 A 发生的概率为 p,不发生的概率为$q=1-p$,试验进行 n 次,则 n 次试验中,事件 A 发生的次数 $X=k$ 的概率为

$$P_{(X=k)} = C_n^k p^k q^{n-k} \tag{1-3-1}$$

例 1.5　一批产品的不合格品率为 $p=5\%$,每次从中抽取一个产品进行检查,然后放回批中,混合均匀后再次抽取,共抽取 10 次,即 $n=10$,问 10 次抽取的产品中有 2 次是不合格品的概率是多少?

解:根据公式(1-3-1)

$$P_{(X=2)} = C_{10}^2 \times 0.05^2 \times 0.95^8 = 0.075$$

即抽到 2 次是不合格品的概率是 7.5%。

例 1.6　织布机在时间 t 内停机的概率为 0.1,某工人看管 3 台织布机,问:(1)t 时间内恰巧有 2 台停机的概率?(2)t 时间内恰巧有 2～3 台停机的概率?(3)t 时间内至少有 1 台停机的概率?

解:本例中 $p=0.1$ $n=3$

(1)$P_{(X=2)}=C_3^2\times0.1^2\times0.9=0.027$

(2)$P_{(X=2,3)}=C_3^2\times0.1^2\times0.9+C_3^3\times0.1^3$

$=0.027+0.001=0.028$

(3)$P_{(X=1,2,3)}=C_3^1\times0.1^1\times0.9^2+C_3^2\times0.1^2\times0.9+C_3^3\times0.1^3$

$=0.243+0.027+0.001=0.271$

或 $P_{(X=1,2,3)}=1-C_3^3\times0.9^3=0.271$

其中(2)说明工人照管不过来的概率为 2.8%;(3)说明工人无暇休息的概率为 27.1%。

1.4 随机变量及其分类

1.4.1 随机变量

如前所述,在相同条件的实现下,不一定得到同一结果的现象称为随机现象。在随机现象中,可能发生的每一种结果称为随机事件。若以 X 作为描述随机现象各种结果的变量,则 X 称为随机变量。

例如从一批产品中随机抽取 10 个产品进行检查,其中不合格品的个数可能为 0,1,2,…,10。现用变量 X 表示这些数值,X 即为随机变量,$X=0,1,2,\cdots,10$。

又如用某台仪器对某一钢管的长度 A 进行测量。不同的人、不同时间、不同的测试温度测量出的尺寸不同。但事先知道误差最大不会超过 0.5cm,即测量尺寸的范围为 $[A\pm0.5]$cm。现用变量 X 表示该尺寸范围内的所有数值,X 为随机变量,其取值范围为 $[A+0.5,A-0.5]$。

引入了随机变量的概念,就可以通过建立函数关系将随机现象的规律性描述出来,并用数学方法解出某种情况下的概率以进行预测和控制。

1.4.2 随机变量的特点

与随机事件相同,随机变量具有如下特点:

(1)随机性:即事先无法预料随机变量的取值,或者说,随机变量的取值具有偶然性;

(2)统计规律性:即随机变量每个可能取值或在任意区间出现的概率是确定的。

如例 1-6,在时间 t 内,工人照管的三台机床可能有 n 台停机是带有偶然性的,现用随机变量 X 表示停机数,其取值 $X=0,1,2,3$。但 X 每个取值的概率都是确定的。

$$P_{(X=0)}=0.729$$

$$P_{(X=1)}=0.243$$

$$P_{(X=2)}=0.027$$

$$P_{(X=3)}=0.001$$

1.4.3 随机变量的分类

按随机变量可能取值的特点,分为离散型随机变量和连续型随机变量两类。

1. 离散型随机变量

可能取值可以以正整数依次列出的随机变量称为离散型随机变量。其可能取值的个数可以是有限个,也可以是无限个。

例如,从一批产品中任意抽取 5 个产品进行检查,其中不合格品的个数 X 是随机变量,其可能取值为 0,1,2,3,4,5,共 6 个取值。又如,观察 1 平方米织物中疵点数,其可能取值为 0,1,2,…,是一个具有无限个可能值的随机变量。

2. 连续型随机变量

可能取值连续地充满某个区间,不能一一列出的随机变量称为连续型随机变量。

例如,某台机床加工的零件尺寸范围是一定的,零件尺寸是在此范围内可连续取值的随机变量,即连续型随机变量。

1.5　离散型随机变量的概率分布

1.5.1　随机变量的概率分布

所谓随机变量的概率分布是指概率在随机变量各可能取值上的分布规律。它是对随机现象统计规律性的描述。掌握了随机变量的概率分布,也就能够掌握随机变量是某个可能取值或某范围取值的相应概率。从而可以预测在大量试验中,随机变量某个可能取值出现的相应次数,或在某范围取值出现的比例。

1.5.2　离散型随机变量概率分布表达方式

设离散型随机变量 X 的所有可能取值为 $x_i(i=1,2,\cdots)$,X 取各个可能值的概率,即事件 $(X=x_i)$ 的概率为

$$p_i = P_{(X=x_i)} \tag{1-5-1}$$

且 p_i 满足 $p_i \geqslant 0$、$\sum_{i=1}^{\infty} p_i = 1$,则称式(1-5-1)为离散型随机变量 X 的分布律或概率分布。

式(1-5-1)也可以数列的形式表示,表 1-2 所示的数列称为离散型随机变量概率分布列。

表 1-2　离散型随机变量概率分布列

可能取值 x_i	x_1	x_2	…	x_n	…
概　率 p_i	p_1	p_2	…	p_n	…

以随机变量的可能取值为横坐标,以各可能取值的相应概率为纵坐标,将分布列的各对数据在坐标系中打点,连接各点所得的图形称为离散型随机变量概率分布多边形(图 1-1)。

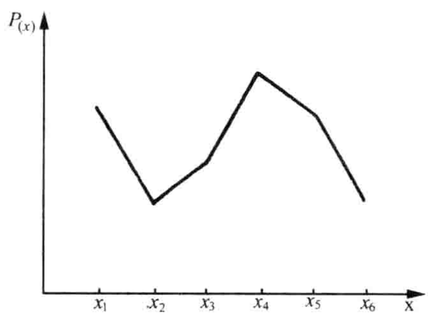

图 1-1　离散型随机变量概率分布多边形

1.5.3　离散型随机变量分布函数

对于任意给定的 x,事件 $X(X \leqslant x)$ 的概率 $P(X \leqslant x)$ 是 x 的函数,该函数称为离散型随机

变量的分布函数,记为 $F(x)$

$$F(x) = P(X \leqslant x) = \sum_{i=1}^{x} p_i \tag{1-5-2}$$

如对表 1-2 而言

$x=0$ 时	$F(0)=0$
$x=x_1$ 时	$F(x_1)=p_1$
$x=x_2$ 时	$F(x_2)=p_1+p_2$
$x=x_n$ 时	$F(x_n)=p_1+p_2+\cdots+p_n$

1.5.4 几种常见的离散型随机变量概率分布

1.(0,1)分布

设随机变量 X 可能取值只有 0 和 1 两个值,其概率分布为

$$P(X=1)=p, \quad P(X=0)=1-p, \quad (0<p<1)$$

则称 X 服从参数为 p 的(0,1)分布。

如在一次试验中,射击的命中率、对未出生婴儿性别的判别、对产品是否合格的检查等都服从(0,1)分布。(0,1)分布是经常遇到的一种分布。

2. 二项分布

由 1.3 节,在 n 次独立重复试验中,事件 A 在每次试验中发生的概率为 p,则在 n 次试验中事件 A 发生的次数 X 是随机变量,其概率分布或分布律为

$$P(X = x) = C_n^x p^x (1-p)^{n-x} \quad x = 0,1,\cdots,n \tag{1-5-3}$$

此时称 X 服从参数为 n,p 的二项分布,并记为

$$X \sim b(x;n,p)$$

二项分布的分布函数为

$$F(x) = \sum_{i=1}^{x} C_n^i p^i (1-p)^{n-i} \tag{1-5-4}$$

二项分布表(附表 2)给出了 $1-F(x)$ 的值供查阅。

当 $n=1$ 时,二项分布变化为

$$P(X = x) = p^x (1-p)^{1-x} \quad (x = 0,1) \tag{1-5-5}$$

此时,成为(0,1)分布。

例 1.7 设织布机在时间 t 内停机的概率为 0.1,某工人看管 5 台织布机,试求停机台数的概率分布。

解:停机台数为随机变量,其可能取值为 0,1,2,3,4,5,服从 $n=5,p=0.1$ 的二项分布。

$$P(X=0)=C_5^0\times0.1^0\times0.9^5=0.59049$$

$$P(X=1)=C_5^1\times0.1^1\times0.9^4=0.32805$$

$$P(X=2)=C_5^2\times0.1^2\times0.9^3=0.07290$$

$$P(X=3)=C_5^3\times0.1^3\times0.9^2=0.00810$$

$$P(X=4)=C_5^4\times0.1^4\times0.9=0.00045$$

$$P(X=5)=C_5^5\times0.1^5\times0.9^0=0.00001$$

$$P(X=0,1,\cdots,5)=0.59049+0.32805+0.0729+0.0081+0.00045+0.00001=1$$

试读结束,需要全本PDF请购买 www.ertongbook.com