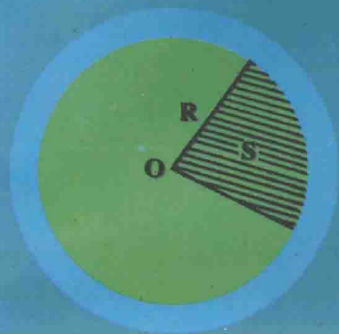


北京市海淀区
马海波 崔建一
主编

新题型

新思路

李云等编著



cos x
 π

初二数学



海洋出版社

新题型 新思路

初二数学

北京市海淀区 马海波 崔建一 主编

李 骥等 编著

海洋出版社

1998年·北京

图书在版编目(CIP)数据

新题型新思路：初二数学/李骥等 编著. —北京：
海洋出版社, 1998. 1

ISBN 7-5027-4346-4

I. 新… II. 李… III. 数学课—初中—习题
IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (97) 第 21744 号

海洋出版社 出版发行

(北京市海淀区大慧寺路 8 号 100081)

北京媛明印刷厂印刷 新华书店发行所经销

1998 年 1 月第 1 版 1998 年 1 月北京第 1 次印刷

开本：787×1092 1/32 印张：10.5

字数：240 千字 印数：1—8000 册

定价：11.50 元

海洋版图书印、装错误可随时退换

编写说明

为了帮助学生系统地复习初、高中各年级的各科知识,为了便于教师及家长辅导或指导学生复习,我们根据国家教委颁发的《全日制中学教学大纲》的要求和新教材的内容,组织有丰富教学经验的教师编写了这套《新题型 新思路》丛书。本丛书共有二十八个分册(初一至高三年级语文六册、数学六册、英语六册;初二至高三年级物理五册;初三至高三年级化学四册;高中历史一册)。

本丛书系统地介绍了各科基础知识,全面地归纳了各类题型、突出地点明了知识的重点、难点,认真地分析了解题思路,规范地给出了解题格式,科学地配备了相应练习。

本丛书在内容安排上,既照顾了与教材内容同步,又突出了有别于其他丛书的整体特色。基本安排是“基础知识介绍”、“典型试题分析”、“练习题”、“练习题提示及答案”四个部分。这样做的目的是:有利于学生系统地复习各科知识,掌握每一知识点的重点、难点和考点,提高分析问题和解决问题的能力,拓宽解题思路,选择最佳解题方法。

尽管在编写过程中,我们本着对读者负责的态度,进行了层层把关,但书中仍可能存有不足之处,特恳请广大读者批评指正。

本分册是由刘继荣、李骥、马童、王虹、杜大成、白娟、金京、李欣园老师编写的。

主编者

1997年10月

目 录

一、客观性试题的解法	(1)
(一)客观性试题	(1)
(二)客观性试题的解法	(2)
(三)练习题一	(13)
二、因式分解	(20)
(一)基础知识介绍	(20)
(二)试题类型分析	(21)
(三)练习题二	(41)
三、分式	(52)
(一)基础知识介绍	(52)
(二)试题类型分析	(53)
(三)练习题三	(91)
四、根式	(104)
(一)基础知识介绍	(104)
(二)试题类型分析	(105)
(三)练习题四	(139)
五、三角形	(154)
(一)基础知识介绍	(154)
(二)试题类型分析	(155)
(三)练习题五	(197)
六、四边形	(213)

(一)基础知识介绍.....	(213)
(二)试题类型分析.....	(214)
(三)练习题六.....	(247)
七、相似形	(261)
(一)基础知识介绍.....	(261)
(二)试题类型分析.....	(262)
(三)练习题七.....	(295)
八、参考答案或提示	(307)
(一)练习题一.....	(307)
(二)练习题二.....	(307)
(三)练习题三.....	(310)
(四)练习题四.....	(313)
(五)练习题五.....	(317)
(六)练习题六.....	(322)
(七)练习题七.....	(327)

一、客观性试题的解法

(一) 客观性试题

客观性试题主要有填空题、判断题、选择题。客观性试题的题型小、题量大、思路活、答案唯一、不需写出运算和推理的过程；答卷快、阅卷方便、评分客观、检查的信度和效度都比较高。客观性试题覆盖的知识面广，着重考查基础知识和基本技能，能比较客观地、全面地检查学生掌握“双基”的情况，是近几年被各级各类考试广为采用的题型之一。

填空题的结构一般是给出一个不完整的陈述句，要求学生按照题目的条件将陈述句中缺少的字、词、数、符号等填在指定的位置上，有的只需填一处，有的需要填几处。

判断题又称是非题。这类题只要求学生按限定的条件，对需要判断对错的事项(或命题)作出肯定或否定的回答。若判断事项(或命题)是正确的，则要有定义、公理、定理做保证，或可以通过运算、证明其是成立的；若判断事项(或命题)是错误的，则只需举出一个反例(即否定事项成立的实例)，或用定义、公理、定理直接否定。

选择题的结构一般由指导性语言、题干、选择项3部分组成。指导性语言的作用是告诉学生如何答题；题干是命题的条件；选择项是题目中供选择的几个结论，每一个结论是一个选

择项。如：每小题给出4个答案，其中有1个且只有1个是正确的，请把正确答案的代号填在括号内

1. 把多项式 $x^5 - x^3$ 分解因式，结果为()

(A) $x^3(x^2 - 1)$ (B) $x^3(x + 1)(x - 1)$

(C) $x(x^4 - x^2)$ (D) $x(x^2 + x)(x^2 - x)$

2. 三角形的一个内角等于其他两个内角的和，则这个三角形是()

(A) 锐角三角形 (B) 钝角三角形

(C) 直角三角形 (D) 不能确定

这里，“每小题给出4个答案，其中有1个且只有1个是正确的，请把正确答案的代号填在括号内”就是指导性语言；第1小题的“把多项式 $x^5 - x^3$ 分解因式，结果为”是题干；而题中的“(A) $x^3(x^2 - 1)$ (B) $x^3(x + 1)(x - 1)$ (C) $x(x^4 - x^2)$ (D) $x(x^2 + x)(x^2 - x)$ ”都属于选择项。选择题按选择项中所含正确答案的个数，可将选择题分为单项选择题(又称一元选择题)和多重选择题(又称多元选择题)两种。选择项中只含有一个正确答案的，叫做单项选择题。选择项中含有多个正确答案的，叫做多重选择题。在数学试题中，常见的是单项选择题。本册中的选择题都是单项选择题。

(二) 客观性试题的解法

客观性试题是数学题型的一种，解数学题的一般思路、方法和技巧对解答客观性试题也是适用的。由于客观性试题有其自身的特点，有时也可选用一些特殊的解法。解客观性试题的常用方法有定义法、直接法、特殊值法、图示法、分析法、验

证法、淘汰法等。

定义法是利用数学的概念、定义直接解答客观性试题的方法。

直接法是直接从题设的条件出发,经过正确的运算或严密的推理论证,得出正确的结论,确定答案的方法。直接法又可分直接计算法和直接推理法。

特殊值法是将题目中的字母设定为符合题设条件的某些特殊的数值,经过验算再确定正确答案的方法。

图示法又称图象法,根据题设条件作出图象,再根据图象及其性质,确定正确答案的方法。

分析法是指通过对题目的分析来确定正确答案的方法。

验证法是指将选定的结论代入题设条件中去验证,以确定正确答案的方法。

淘汰法是利用客观性试题答案的唯一性,排除各种错误的结论,确定正确答案的方法。

每一个客观性试题不只有一种解法,在解答中要具体问题具体分析,选择最佳方法。

由于客观性试题覆盖的知识面广,思路活,在解题中就要善于正确地理解数学的各种概念,准确地运用数学的解题手段,灵活地选择恰当的解题方法。

例1 填空题

(1) 多项式 $a^2 - ab - 3a + 3b$ 有一个因式是 $a - 3$, 则另一个因式为_____。

(2) 在有理式 $\frac{a^2b}{3}$ 、 $\frac{b}{a}$ 、 $\frac{a+b}{a-b}$ 、 $3x + \frac{x}{y}$ 、 $\frac{1}{\pi}$ 中, 整式有_____, 分式有_____。

(3) 当 a, b 满足关系式_____时, 分式 $\frac{2a-2b}{3a-3b}$ 的值为 $\frac{2}{3}$ 。

(4) 计算 $|- \frac{1}{3}| + \sqrt{(-\frac{2}{3})^2} - \sqrt[3]{\frac{1}{8}} =$ _____。

(5) 在实数范围内分解因式: $2a^3 - 4a =$ _____。

(6) 如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, DE 垂直平分 AB , $AB = AC = 15$, 若 $\triangle BCE$ 的周长为 25, 则 BC 的长为_____。

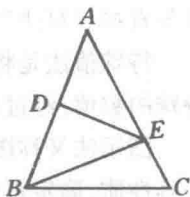


图 1

(7) 一个等腰三角形的一边等于 4, 一边等于 9, 则这个三角形的周长为_____。

(8) 平行四边形的两条对角线, 将平行四边形分成_____对全等三角形。

(9) 在直角梯形中, 垂直于底的腰长为 5 cm, 上底长为 3 cm, 另一腰与下底的夹角为 30° , 则另一腰长为_____ cm, 下底为_____ cm。

(10) 如图 2, $\triangle ABC$ 中, $DE \parallel BC$, $\frac{AD}{AB} = \frac{2}{3}$, 则 $\frac{DE}{BC} =$ _____。

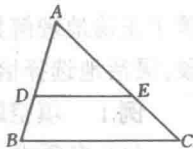


图 2

(11) 若 $\frac{x}{3} = 6y$, 则 $y : x =$ _____。

(12) 在 $\triangle ABC$ 中, AB 的中点是 D , AC 的中点是 E , 连结 DE , 则 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 的周长的比是_____。

分析:(1)用直接法来解。把 $a^2 - ab - 3a + 3b$ 分解因式,得 $(a - 3)(a - b)$ 。已知多项式 $a^2 - ab - 3a + 3b$ 有一个因式是 $a - 3$,另一个因式为 $a - b$ 。

(2)用定义法来解。应用整式的定义,可得 $\frac{a^2b}{3}$ 与 $\frac{1}{\pi}$ 是整式;应用分式的定义,可得 $\frac{b}{a}$ 、 $\frac{a+b}{a-b}$ 、 $3x + \frac{x}{y}$ 都是分式。

(3)用直接法来解。依题意,得 $\frac{2a-2b}{3a-3b} = \frac{2}{3}$,即 $\frac{2(a-b)}{3(a-b)} = \frac{2}{3}$,所以 $\frac{a-b}{a-b} = 1$ 。只需要 $a-b \neq 0$,即 $a \neq b$,公式 $\frac{2a-2b}{3a-3b}$ 有意义,且值为 $\frac{2}{3}$ 。

(4)用直接法来解。直接计算 $\left| -\frac{1}{3} \right| + \sqrt{\left(-\frac{2}{3}\right)^2} - \sqrt{\frac{1}{8}} = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ 。

(5)用直接法来解。分解因式 $2a^3 - 4a = 2a(a^2 - 2) = 2a(a + \sqrt{2})(a - \sqrt{2})$ 。

(6)用直接法来解。因为 DE 垂直平分 AB ,所以 $BE = AE$ 。所以 $BE + EC = AE + EC = AC = 15$ 。又因为 $\triangle BCE$ 的周长是25,所以 $BC = 25 - 15 = 10$ 。

(7)用分析法来解。一个等腰三角形有三条边,其中有两条边是相等的,且这三条边应满足两边之和大于第三边。为此,相等的两边(腰)只能为9,另一边(底)为4。这样,这个等腰三角形的周长应为22。

(8)用直接法来解。利用平行四边形的性质及三角形全等的判定,可得到平行四边形的两条对角线将平行四边形分

成 4 对全等三角形。

(9) 用直接法来解。利用直角三角形的性质, 30° 角所对的直角边是斜边的一半, 得直角梯形的另一腰为 10。利用勾股定理, 可得直角梯形的下底为 $3 + 5\sqrt{3}$ 。

(10) 用直接法来解。利用定理“平行于三角形的一边, 并且和其他两边相交的直线, 所截得的三角形的 3 边与原三角形 3 边对应成比例,” 可得 $\frac{DE}{BC} = \frac{2}{3}$ 。

(11) 用特殊值法来解。取 $y = 1$ 代入 $\frac{x}{3} = 6y$, 可得 $x = 18$, 则 $y : x = 1 : 18$ 。

(12) 用直接法来解。由 D 、 E 分别是边 AB 、 AC 的中点, 利用三角形中位线性质, 可得 $DE \parallel BC$ 且 $DE = \frac{1}{2}BC$ 。由 $DE \parallel BC$, $DE = \frac{1}{2}BC$, 可得 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 的周长的比是 $1 : 2$ 。

解: (1) $a - b$ (2) $\frac{a^2b}{3}, \frac{1}{\pi}, \frac{b}{a}, \frac{a+b}{a-b}, 3x + \frac{x}{y}$ (3) $a \neq b$ (4) $\frac{1}{2}$ (5) $2a(a + \sqrt{2})(a - \sqrt{2})$ (6) 10 (7) 22 (8) 4 (9) $10, 3 + 5\sqrt{3}$ (10) $\frac{2}{3}$ (11) $1 : 18$ (12) $1 : 2$

例 2 判断题。判断下列各题是否正确, 正确的在题后括号内画“ \checkmark ”, 错误的画“ \times ”

(1) $m(a - 2) - m^2(2 - a) = m(a - 2)(1 + m)$ 。

()

- (2) 分式 $\frac{x+2}{4-x^2}$ 的值不能为零。 ()
- (3) 计算 $\frac{a}{a-b} - \frac{b}{b-a}$ 时, 最简公分母是 $(a-b)(b-a)$ 。 ()
- (4) $\frac{8}{27}$ 的立方根是 $\frac{2}{3}$ 和 $-\frac{2}{3}$ 。 ()
- (5) 根式 $\sqrt{75}$ 、 $\sqrt{\frac{1}{3}}$ 、 $\sqrt{27}$ 是同类二次根式。 ()
- (6) 以 6cm、8cm、13cm 长的 3 条线段可以围成一个三角形。 ()
- (7) 三角形两边中点的连线是三角形的中线。 ()
- (8) 矩形是轴对称图形, 而不是中心对称图形。 ()
- (9) 已知 $a = 2$, $b = \sqrt{5} - 1$, $c = 3 - \sqrt{5}$, 所以 b 是 a 、 c 的比例中项。 ()
- (10) 两个直角三角形的一条直角边及斜边上的中线对应成比例, 则这两个直角三角形相似。 ()

分析: (1) 用直接法来解。把多项式 $m(a-2) - m^2(2-a)$ 分解因式, 得 $m(a-2)(1+m)$ 。本小题是正确的, 应画“√”。

(2) 用分析法来解。分式 $\frac{x+2}{4-x^2}$ 的值若为 0, 则需 $x-2=0$, 即 $x=2$ 。但当 $x=2$ 时, 有分母 $4-x^2=0$, 分式没有意义, 所以分式 $\frac{x+2}{4-x^2}$ 不能为零是正确的, 应画“√”。

(3) 用定义法来解。利用最简公分母的概念, 分式 $\frac{a}{a-b}$ 、 $-\frac{b}{b-a}$ 的最简公分母是 $a-b$ 。计算 $\frac{a}{a-b} - \frac{b}{b-a}$ 时, 最简公

分母是 $(a-b)(b-a)$ 是错误的,应画“ \times ”。

(4) 用验证法来解。有 $(\frac{2}{3})^3 = \frac{8}{27}$, $(-\frac{2}{3})^3 = -\frac{8}{27}$, 所以,
 $-\frac{2}{3}$ 不是 $\frac{8}{27}$ 的立方根。说“ $\frac{8}{27}$ 的立方根是 $\frac{2}{3}$ 和 $-\frac{2}{3}$ ”是错误的,应画“ \times ”。

(5) 用定义法来解。利用同类二次根式的定义。由 $\sqrt{75} = 5\sqrt{3}$, $\sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$, $\sqrt{27} = 3\sqrt{3}$, 可以确定它们是同类二次根式。本小题正确,应画“ \checkmark ”。

(6) 用图示法来解。利用三角形作图的知识, 分别以6cm、8cm、13cm为边长作三角形, 观察图形, 可以围成一个三角形。本小题正确, 应画“ \checkmark ”。

(7) 用定义法来解。利用定义“三角形两边中点的连线叫做三角形的中位线”。可断定“三角形两边中点的连线是三角形的中线”是错误的, 应画“ \times ”。

(8) 用直接法来解。利用矩形的性质, 可以确定矩形是轴对称图形, 也是中心对称图形。说“矩形不是中心对称图形”是错误的, 应画“ \times ”。

(9) 用验证法来解。分别计算出 $b^2 = (\sqrt{5}-1)^2 = 6-2\sqrt{5}$ 及 $ac = 2 \cdot (3-\sqrt{5}) = 6-2\sqrt{5}$, 有 $b^2 = ac$, 所以 b 是 a 、 c 的比例中项。本小题正确, 应画“ \checkmark ”。

(10) 用直接法来解。利用两直角三角形相似的判定方法, 可以判断当两个直角三角形的一条直角边及斜边上的中线对应成比例时, 这两个直角三角形相似。本小题正确, 应画“ \checkmark ”。

解: (1) \checkmark (2) \checkmark (3) \times (4) \times (5) \checkmark (6)

✓ (7) × (8) × (9) ✓ (10) ✓

例3 选择题。每小题给出4个答案,其中有1个且只有1个是正确的,请把正确答案的代号填在括号内

(1) 下列各等式变形中,是因式分解的是()

(A) $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

(B) $a^2 - 2a + 1 = a(a-2) + 1$

(C) $am + bn - an - bm = a(m-n) + b(n-m)$

(D) $a^3 + a^2 + a = a(a^2 + a + 1)$

(2) 因式分解 $x^2 - 5x - 36$ 得()

(A) $(x+4)(x+9)$ (B) $(x+4)(x-9)$

(C) $(x-4)(x+9)$ (D) $(x-4)(x-9)$

(3) 代数式 $1 - \frac{1}{a}$ 是()

(A) 单项式 (B) 多项式

(C) 分式 (D) 整式

(4) 若 $\sqrt{1-a} + \frac{a}{2a+1}$ 在实数范围内有意义,则 a 的取值范围是()

(A) $a \leq 1$ (B) $a \neq -\frac{1}{2}$

(C) $a \leq 1$ 且 $a \neq -\frac{1}{2}$ (D) $a \leq 1$ 或 $a \neq -\frac{1}{2}$

(5) 下列说法正确的是()

(A) 一个正数的立方根有两个,它们是互为相反数

(B) 一个数的立方根不是正数,就是负数

(C) 负数没有立方根

(D) 若一个数的立方根是这个数本身,则这个数一

定是 1、0、-1

(6) 若分式 $\frac{x-3}{(x-1)^2 - (x-2)^2}$ 没有意义, 则 x 等于 ()

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) $\frac{3}{2}$

(7) 三角形三边分别为 3、3、5, 则这个三角形是 ()

- (A) 锐角三角形 (B) 直角三角形
(C) 钝角三角形 (D) 等腰直角三角形

(8) 等腰三角形的两边分别为 4 和 9, 则它的周长是 ()

- (A) 17 (B) 22
(C) 17 或 22 (D) 不能确定

(9) 一个等腰梯形的两底之差等于一腰的长, 则腰与下底的夹角是 ()

- (A) 30° (B) 45° (C) 60° (D) 75°

(10) 平行四边形的一边长为 10cm, 则它的两条对角线的长可以是 ()

- (A) 6cm 和 8cm (B) 8cm 和 10cm
(C) 6cm 和 14cm (D) 8cm 和 14cm

(11) 已知 $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4}$, 则 $\frac{a+b+c}{b}$ 的值是 ()

- (A) $\frac{9}{2}$ (B) 3 (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{9}{4}$

(12) 点 C 是线段 AB 的黄金分割点, 且 $AC > CB$, 则 AC 等于 ()

- (A) $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

$$(C) \frac{\sqrt{5}+1}{2}AB$$

$$(D) \frac{\sqrt{5}-1}{2}AB$$

分析:(1)用淘汰法来解。在4个选项中,A、B、C都不是因式分解,应淘汰,只剩下D,应选择“D”。

(2)用验证法来解。展开 $(x+4)(x+9)$,得 $x^2+13x+36$ 。展开 $(x+4)(x-9)$,得 $x^2-5x-36$,这与题目给出的多项式相同,应选择“B”。

(3)用定义法来解。根据单项式、多项式、整式、分式的定义,可以确定 $1-\frac{1}{a}$ 是分式,应选择“C”。

(4)用直接法来解。 $\sqrt{1-a}+\frac{a}{2a+1}$ 在实数范围内有意义,需 $1-a \geq 0$ 和 $2a+1 \neq 0$ 同时成立。解得 $a \leq 1$ 且 $a \neq -\frac{1}{2}$,应选择“C”。

(5)用淘汰法来解。一个正数的立方根只有一个,不是两个,应淘汰A。零的立方根是零,说一个数的立方根不是正数,就是负数是错误的,应淘汰B。负数有立方根,负数的立方根仍是负数,应淘汰C。这样,淘汰了A、B、C,只能选择“D”。

(6)用验证法来解。分别用1、2、3、 $\frac{3}{2}$ 代替分母中的 x ,使分母 $(x-1)^2-(x-2)^2$ 为零的 x 的值,就是所要选择的数。 $x = \frac{3}{2}$ 使分母为零,应选择“D”。

(7)用图示法来解。用3、3、5同单位的3个线段为边做三角形,观察这个三角形是一个钝角三角形。应选择“C”。

(8)用分析法来解。等腰三角形是特殊的一种三角形,它仍具有一般三角形的性质,在3边的关系中,仍有两边之和大于