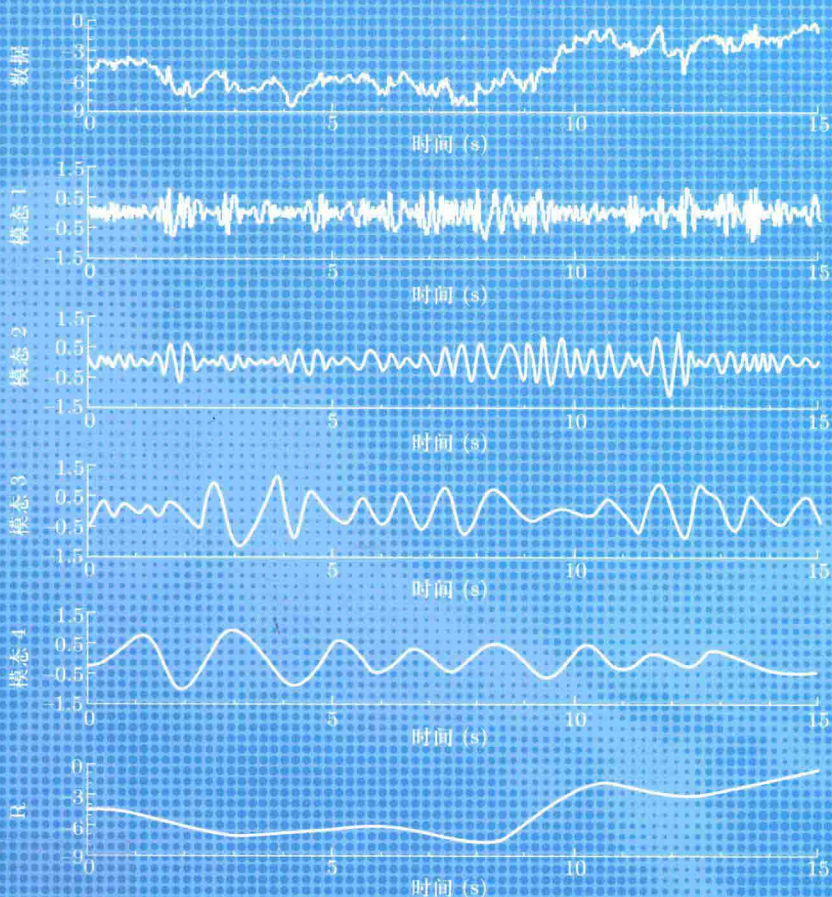


极点对称模态分解方法

——数据分析与科学探索的新途径

王金良 李宗军 著

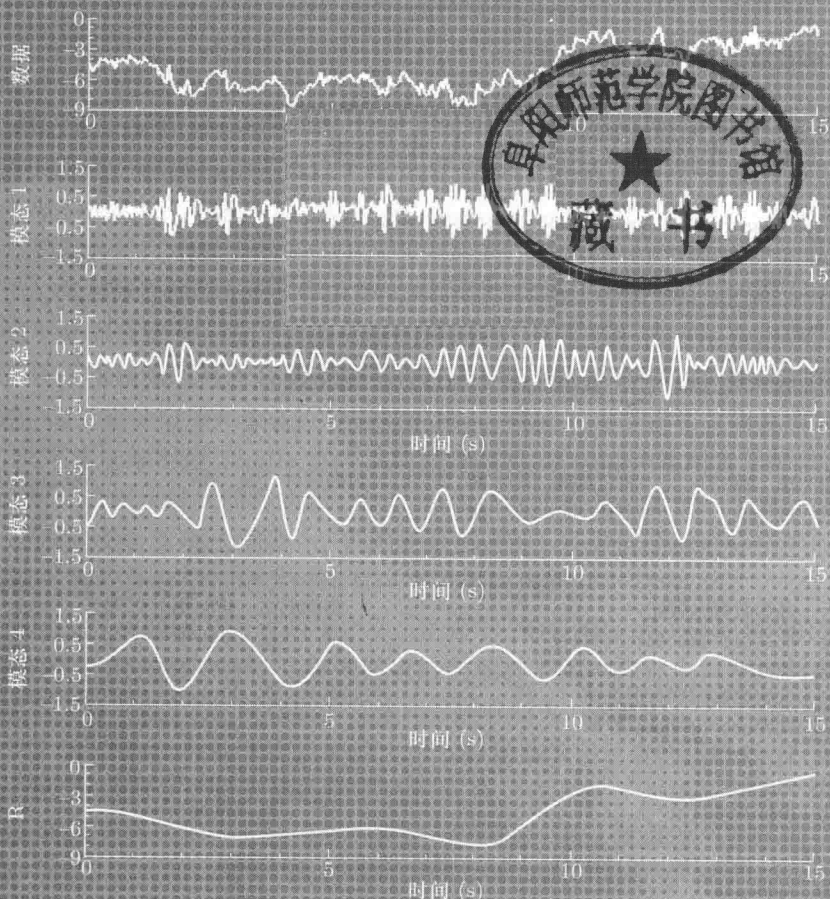


教育出版社

极点对称模态分解方法

——数据分析与科学探索的新途径

王金良 李宗军 著



内容简介

本书旨在阐述作者最新研发的极点对称模态分解 (ESMD) 方法。内容涉及与模态分解有关的五大根本问题、与高次筛选有关的三大悬疑问题、ESMD 模态分解过程、ESMD 时 - 频分析过程 (直接插值法)、拓展分解形式、分解机理和与应用有关的海气通量研究。本书不仅总结了数据无基分解方面的最新研究成果, 还与经典的傅里叶变换、盛行的小波变换和热门的希尔伯特 - 黄变换方法作了深入对比。对 ESMD 方法的计算原理、算法步骤都作了明确阐述, 这样不但能让使用者无师自通, 而且能让研究者快速进入前沿问题。

本书可供大气与海洋科学、信息科学、数学、生命科学、经济学、生态学、地震学和机械工程等领域所有涉及数据分析的科研工作者和工程应用者学习和参考, 也可作为研究生教材使用。

图书在版编目 (CIP) 数据

极点对称模态分解方法: 数据分析与科学探索的新途径 / 王金良, 李宗军著. -- 北京: 高等教育出版社, 2015. 5

ISBN 978-7-04-042513-0

I. ①极… II. ①王… ②李… III. ①数据处理
IV. ①N37

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2015) 第 080033 号

策划编辑 李 鹏
责任校对 张小镝

责任编辑 李 鹏
责任印制 田 甜

封面设计 姜 磊

版式设计 张 杰

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街4号
邮政编码 100120
印 刷 北京嘉实印刷有限公司
开 本 787mm×1092mm 1/16
印 张 11.5
字 数 210 千字
购书热线 010-58581118

咨询电话 400-810-0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.landraco.com>
<http://www.landraco.com.cn>
版 次 2015 年5月第1版
印 次 2015 年5月第1次印刷
定 价 49.00 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题, 请到所购图书销售部门联系调换
版权所有 侵权必究
物 料 号 42513-00

前言

2013 年 5 月 27 日科学网以“青岛理工大学研发数据处理新方法”为题对我们研发的极点对称模态分解方法 (简称 ESMD 方法) 进行了报导; 7 月 3 日《中国科学报》对此又作了进一步报导 (2013-07-03 国际版块第 4 版). ESMD 方法是美国工程院黄锬院士提出的希尔伯特 - 黄 (Hilbert-Huang) 变换方法的新发展, 可用于大气和海洋科学、信息科学、数学、生命科学、经济学、生态学、地震学和机械工程等领域所有涉及数据分析的科研和工程应用. 该方法自报导以来受到了来自不同领域的科研工作者特别是在读研究生的广泛关注, 来信咨询者络绎不绝. 为了指导应用和免去反复答疑的困扰, 我们遂决定将相关研究成果整理成书. 此书将详细阐述 ESMD 方法及其最新进展, 不但能让使用者无师自通, 而且能让研究者很快进入前沿问题. 其实, 做创新性研究要么抓住一个新问题要么抓住一个新方法, 二者必居其一, 否则便是平庸的. 若想借助数据分析手段进行科学探索, 本书所介绍的新方法将是一个不错的选择.

ESMD 方法的研发历时两年之久, 完成于 2012 年 4 月, 公开于 2013 年 3 月. 最初只是想在希尔伯特 - 黄变换方法的框架下用内部极点对称插值代替外包络线插值做一点工作, 没想到曲径通幽、别有洞天. 探索过程是曲折而艰辛的, 为此常常夜不能寐. 往往于突发奇想之后立即联系李宗军老师进行尝试, 如是者不计其数, 单就算法的重大修改而言就有 4 次之多: 第 1 次修改完善了边界处理算法, 极大地降低了边界插值对内部信号的影响; 第 2 次修改找到了关于内部极点对称的奇偶两线插值法, 其效果可以与黄先生的经验模态分解 (简称 EMD) 所采用的外包络线插值法相媲美; 第 3 次修改是一次重大改革, 针对模态和趋势函数因筛选次数不同而异的问题提出了以优化自适应全局均线来优化筛选次数

的策略,保证了模态分解在“最小二乘”意义下是最佳的;第4次修改是一次飞跃式进展,有鉴于包括希尔伯特变换在内的所有积分变换都存在固有缺陷,我们抛弃了时-频分析依靠积分变换的传统观念,创造性地提出了关于瞬时频率的“直接插值法”。正是有了这个第二部分,才使得ESMD方法可以脱离希尔伯特变换而独立存在。如果当初我们将希尔伯特-黄变换方法看成一座高山而“仰止”的话,便没有进步了。

高科技的核心是“数学技术”,而“数学技术”的两个主要手段是数值模拟和数据分析。有成熟数学模型的问题适用数值模拟,没有数学模型的问题只能依靠数据分析了。特别地,对于物理机制不明确的过程,研究有赖于观测实验。探索的方式往往是将杂乱无章的随机观测数据分解成不同的模态,从中寻找可能的变化规律。

现有的随机数据分析方法主要有如下三种:(1)基于线性叠加原理的傅里叶(Fourier)变换是经典的方法。它将一个观测时间序列映射到频率-能谱空间,所分解出的每一个模态都是振幅不变、频率也不变的正弦或余弦函数。其缺点是只适用于针对线性变化的平稳信号。(2)小波(wavelet)变换是目前盛行的方法,它通过取定局部有限小波基对信号进行分解,在一定程度上弥补了傅里叶变换的缺陷,能够表达出频率的时变性。但其理论基础还是线性叠加原理,只适用线性信号。由于小波基具有正交性且相关理论完备,它在信号的编码、储存和压缩方面存在明显优势。(3)以EMD为基础的希尔伯特-黄变换是目前热门的方法,它是一种数据自适应分析方法,无需先验的基函数,其分解模态不但频率可变振幅也可变,适用于非线性、非平稳信号。这是一种经验方法,长于探索性观测研究。存在问题主要有:筛选次数难以确定,分解出的趋势函数太粗略,所用希尔伯特谱分析手段存在固有缺陷等。

随机数据分析的根本问题在于其非平稳性,一则趋势有变化,二则振幅和频率有时变性。当存在较大趋势变化时,如何将其有效抽出是最关键的问题。傅里叶变换法在一开始就认为全局均线为零;“最小二乘法”必须要有先验的函数形式;“滑动平均法”在时间窗口和权系数选取上缺少依据;小波变换法其实也采用了滑动平均手段。只有将全局均线恰当地抽出来,其剩余信号才能被视为脉动量并作时-频分析。我们所提出的ESMD方法借鉴了EMD的分解思想,用内部极点对称插值取代外包络线插值并采用优化策略确保趋势函数和筛选次数是最佳的。作为第二部分的直接插值法,不但能直观地体现模态振幅与频率的时变性,还能明确反映总能量变化。所给出的时间-频率分布图比希尔伯特谱更直观也更合理,因为频率和能量都是随时间变化的,刻意将总能量视为恒量并将其映射到一系列固定频率点上是牵强的。

本书内容安排:第1章介绍数据分析的基本问题与现有方法;第2章和第

3 章阐述与经验模分解有关的五大根本问题和三大悬疑; 第 4 章和第 5 章详细阐述 ESMD 方法; 第 6 章补充另外两种分解形式; 第 7 章和第 8 章分别探讨 ESMD 方法的应用和分解机理问题; 最后一章探讨海 - 气通量应用实例与相关研究.

致谢: 感谢山东省自然科学基金项目 (No.ZR2012DM004)、国家自然科学基金项目 (No.41376030) 和国家海洋局海洋遥测工程技术研究中心开放基金项目 (No.2013005) 的资助, 也感谢已结题的国家重点 863 项目 (No.2006AA09A309) 的支持; 感谢黄鹄院士对前期研究的鼓励; 感谢华中科技大学数学与统计学院恩师周笠教授的长期教诲; 也感谢浙江大学海洋学院宋金宝教授在海 - 气通量观测研究方面给予的支持和帮助.

王金良

2014 年 11 月 12 日

于青岛理工大学理学院

目录

第 1 章	数据驱动的创新研究与方法革新	1
1.1	数据分析是创新研究的重要手段	1
1.2	经典的傅里叶变换方法	2
1.2.1	评析一: 傅里叶变换应用的广泛性在于观测数据的有限性	3
1.2.2	评析二: FFT 与傅里叶变换之间存在特定换算关系	3
1.2.3	评析三: 傅里叶变换在分析非平稳信号时存在缺陷	4
1.2.4	评析四: 傅里叶逆变换难以重构随机数据	4
1.3	盛行的小波变换方法	6
1.4	热门的希尔伯特 – 黄变换方法	7
1.4.1	经验模态分解	7
1.4.2	希尔伯特谱分析	10
1.5	经验模态分解的变式: 局部均值分解	13
1.6	最新的 ESMD 方法	15
第 2 章	与模态分解有关的五大根本问题	17
2.1	筛选终止判据问题	17
2.2	全局均线问题	18
2.3	对称性与周期性问题	19
2.4	瞬时频率问题	22

2.5 经验模的定义问题	25
第 3 章 与高次筛选有关的三大悬疑问题	27
3.1 高次筛选的困惑	27
3.2 悬疑一: 是否筛选次数越高模态的对称性越好	28
3.3 悬疑二: 是否无穷次筛选会使模态的包络趋于直线	31
3.4 悬疑三: 是否无穷次筛选会使相邻模态的平均频率趋同	33
3.5 频率分布特征与模态个数估计	35
3.5.1 误差条件对频率分布的影响	38
3.5.2 频率分布的统计特征	39
3.5.3 模态数计算公式	41
第 4 章 ESMD 方法第一部分: 模态分解	43
4.1 ESMD 程序算法	43
4.2 ESMD_I 的运行效果	46
4.3 ESMD_II 的运行效果	51
4.3.1 分解试验	52
4.3.2 模态的对称性特征	58
4.3.3 筛选次数对分解的影响	59
4.3.4 剩余极点个数对分解的影响	60
4.4 ESMD_III 的运行效果	60
第 5 章 ESMD 方法第二部分: 时 — 频分析	63
5.1 关于瞬时频率的直接插值法	63
5.2 直接插值法的运行效果	66
5.3 对模态混叠问题的探讨	68
5.4 对能量变化问题的探讨	70
5.5 关于瞬时频率的旋转生成法	71
5.6 旋转生成法的启示	75
第 6 章 ESMD 分解的拓展形式	77
6.1 包络线对称形式下的分解	77
6.2 优化筛选次数规则下的分解	79

第 7 章 ESMD 方法的应用	81
7.1 科学探索的适用性	81
7.2 与应用有关的几个问题	82
7.3 ESMD 方法计算软件介绍	83
第 8 章 模态分解的机理探索	85
8.1 固有模态对应物质振动或量值涨落	85
8.2 极值点的标志性作用	86
8.3 模态分解是寻找最佳拟合曲线的过程	87
第 9 章 海—气通量应用实例与相关研究	89
9.1 海—气边界过程	89
9.2 海—气通量研究现状	92
9.3 通量观测方法	93
9.3.1 涡相关方法的测量原理	95
9.3.2 惯性耗散法的测量原理	98
9.4 观测仪器与架装要求	103
9.5 定点观测的傅里叶谱方法非湍滤波研究	106
9.6 浮标体观测位置的旋转校正研究	111
9.7 晃动误差校正研究	120
9.8 ESMD 方法非湍滤波研究	131
9.9 波浪增强海—气通量的模型化研究	137
附录 I 傅里叶级数与傅里叶变换	143
附录 II 加权周期概念	147
附录 III 记忆依赖型导数概念	153
参考文献	159

第 1 章 数据驱动的创新研究与 方法革新

国家自然科学基金委员会在 2011 年总结数学未来 10 年发展战略时作了如下阐述: 最早的科学研究模式是实验性的, 然后才是理论, 现在又加入了计算机模拟, 而最近出现的第四个模式是由数据爆炸引起的, “以数据为中心” 的科学发现已初现端倪.

做任何事情都要讲究方法, 方法对头才能使问题迎刃而解, 从而收到事半功倍的效果 [王梓坤 (2013)]. 法国数学家拉普拉斯曾说过: “认识一位天才的研究方法, 对于科学的进步并不比发现本身有更少用处, 科学研究的方法经常是极富兴趣的部分.” 要从杂乱无章的随机观测数据中寻找规律, 采用何种方法尤为重要. 好的分析方法能够正确地反映事物的变化规律, 差的分析方法却会误导判断. 以数据分析为基础的创新迫切需要方法的革新. 现有的随机数据分析方法主要有如下五种: (1) 经典的傅里叶 (Fourier) 变换方法; (2) 盛行的小波 (wavelet) 变换方法; (3) 热门的希尔伯特 – 黄 (Hilbert-Huang) 变换方法; (4) 作为经验模态分解变式的局部均值分解方法; (5) 最新的极点对称模态分解方法 (简称 ESMD 方法). 本书主要阐述的是最后一种方法. 为明晰各种数据分析方法的优劣, 本章将对它们进行简要评述.

1.1 数据分析是创新研究的重要手段

“数据” 也称观测值, 是实验、测量、观察、调查等的结果, 常以数量的形式

给出。“数据分析”是有目的地收集、分析数据使之成为信息的过程。利用数据来发现现象和揭示规律从而提高科学家对问题的理解已成为一种新的研究模式。看上去,这个模式与经验科学研究有类似之处,毕竟经验科学的早期研究中不乏数据分析的例子。但当时由实验观察得到的现象是清楚的,处理数据的目的是寻找那些变量之间的准确关系。现在的情况有所不同,观测到的实验结果并不能直接告诉我们现象和规律。我们所遇到的数据分析问题比传统的统计分析问题复杂得多,研究方式也应转变为以数据为中心或称之为“数据驱动”模式。因此,探索新的理论和方法以此来进行有效的数据分析就成了当今科技发展的迫切需要。

“数据分析”目前已成为“数值模拟”之外的又一高新技术手段。有成熟数学模型的问题适用数值模拟,缺少数学模型的问题只能依靠数据分析了。探索的方式往往是将杂乱无章的随机观测数据分解成不同的模式,从中寻找可能的变化规律。ESMD 方法的研发正顺应了这种需求。新的方法必然会带来新的发现。

1.2 经典的傅里叶变换方法

傅里叶变换是众所周知的经典数据分析方法(详见附录 I),其形式如下:

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-i\omega t} dt, \quad (1.2.1)$$

它将一个实际物理空间中的变量 $x(t)$ 映射到了一个参数空间中的变量 $X(\omega)$ 。若视 $x(t)$ 为时间函数则参数 ω 可被理解为它的变化频率。由于傅里叶变换默认取实部(由实函数映射到实函数),而

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-i\omega t} dt = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cos(\omega t) dt + i \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \sin(\omega t) dt,$$

可见 $X(\omega)$ 就是 $x(t)$ 和周期函数 $\cos(\omega t)$ 于整个时间域上由“共振”产生的振幅分量。此分量大者对应的强度也大。因此, X 随 ω 的分布图(通常称为“频率谱”)能反映变函数 $x(t)$ 随频率的强度变化,借此可以分析其周期特性,也可以按照需求执行各种“滤波”处理。当然,考虑到在某些点处 X 可能取到负值且公式(1.2.1)原则上是在复数域内定义的,一般采用下述乘积(“*”表示取共轭复值)

$$E = X(\omega) \times X^*(\omega) \quad (1.2.2)$$

来表示这种强度,其分布图通常被称为“能量谱”或“频率谱”。

下面就应用傅里叶变换进行数据分析的相关问题进行评析。

1.2.1 评析一：傅里叶变换应用的广泛性在于观测数据的有限性

一个函数可作傅里叶变换的条件为 (见 1989 年出版的《积分变换》)：

- (1) 连续或只有有限个跳跃间断点;
- (2) 只有有限个极值点;
- (3) 绝对可积, 即要求 $\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)| dt < +\infty$.

就这三个条件而言, 前两个易于满足而最后一个比较苛刻. 像线性函数 $x(t) = 1 + 2t$ 、三角函数 $x(t) = \sin t$ 、指数函数 $x(t) = e^{2t}$ 甚至分段函数

$$x(t) = \begin{cases} 1, & t \geq 0, \\ -1, & t < 0 \end{cases}$$

都不满足绝对可积条件. 其实在无穷远处不趋于零的函数都不行, 只有像 $x(t) = e^{-2|t|}$ 形式的函数才能满足要求.

如此苛刻的条件似乎阻碍了傅里叶变换的应用, 但是由于观测时长 T 总是有限的, 其采样频率 f 也是有限的 (例如 HS-50 型三维超声风速仪最大采样频率为 50 Hz, 即最小采样间隔为 1/50 s), 所以所生成的离散数据就是有限的. 在默认执行了线性插值的意义下 $x(t)$ 在区间 $[0, T]$ 上为连续函数, 如此只需于 $(-\infty, 0)$ 和 $(T, +\infty)$ 上将 $x(t)$ 定义为 0 就能满足上述三个条件. 傅里叶变换之所以能成为经典的数据分析方法并被广泛用于信息科学等各个领域, 原因正在于此.

1.2.2 评析二：FFT 与傅里叶变换之间存在特定换算关系

在应用中我们常常采用对应于公式 (1.2.1) 的离散形式傅里叶变换 [方欣华和吴巍 (2002)]:

$$X_r = \Delta t \sum_{k=0}^{n-1} x_k e^{-i \cdot 2\pi k r / n}, \quad r = 0, 1, 2, \dots, n-1, \quad (1.2.3)$$

在这里时间序列 $\{x_k\}_{k=0}^{n-1}$ 表示观测时段 $[0, T]$ 上的 n 个采样值, Δt 表示采样间隔且 $T = n\Delta t$. 采样对应的时间应定义为

$$t_k = k\Delta t, \quad (1.2.4)$$

圆频率应定义为

$$\omega_r = 2\pi r / T = 2\pi r / n\Delta t,$$

实际使用中经常采用以 Hz 为单位的频率:

$$f_r = r/n\Delta t. \quad (1.2.5)$$

Matlab 中的 FFT 命令, 就是所谓的快速傅里叶变换, 采用的是更加简洁的表达式, 不涉及量纲. 所以在应用中除了频率外还需找回幅值的量纲. 要知道, 傅里叶变换是在复数域内定义的, 对形如 $Z = \alpha + \beta i$ 这样的复数来说其幅值

$$|Z| = \sqrt{(\alpha + \beta i)(\alpha - \beta i)} = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$$

还依赖于其虚部 β , 所以 FFT 与普通傅里叶变换 F 之间的关系并不是显而易见的. 依据张德丰 (2009) 所述, FFT 的幅值大小与选择的点数有关但不影响频谱分析, 一般可将由 FFT 产生的振幅乘以因子 $2/n$ 获得真实的振幅, 即

$$A = \sqrt{E} = \sqrt{F[x] \times F^*[x]} = (2/n)\sqrt{\text{FFT}[x] \times \text{FFT}^*[x]}, \quad (1.2.6)$$

此关系式是信号重构过程所必需的.

1.2.3 评析三: 傅里叶变换在分析非平稳信号时存在缺陷

傅里叶变换从根本上说是线性变换, 处理信号的依据是线性叠加原理. 它将一个观测时间序列映射到频率 - 能谱空间, 其每一个模态都是振幅不变频率也不变的正弦或余弦函数. 其优点是理论完备, 以频率成倍的无穷弦函数对为正交基, 可以逼近有限区间上的任意连续或按段光滑的函数; 其缺点是只适用于针对线性变化的平稳信号, 对于非平稳信号或变频信号 (含瞬时突变) 来说存在明显不足. 譬如频率不变而振幅变化的“加权周期”信号 [见 Wang & Li (2006, 2007), Wang & Zhang (2006)]. 在经验模分解和极点对称模态分解中它只是一个简单的模态, 但在傅里叶变换意义下却是无穷多等振幅、等频率的周期模态.

例 1.1 对如下的加权周期函数 (见图 1.1)

$$x(t) = 5e^{-2t} \sin(8\pi t) \quad (1.2.7)$$

做傅里叶变换. 由图 1.2 的振幅谱可见, 为了产生这样的非平稳信号, 除了 $0.62 \sin(8\pi t)$ 这样的周期模态外, 还需要叠加大量的低频和高频周期模态.

1.2.4 评析四: 傅里叶逆变换难以重构随机数据

傅里叶逆变换的形式如下:

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega) e^{i\omega t} d\omega, \quad (1.2.8)$$

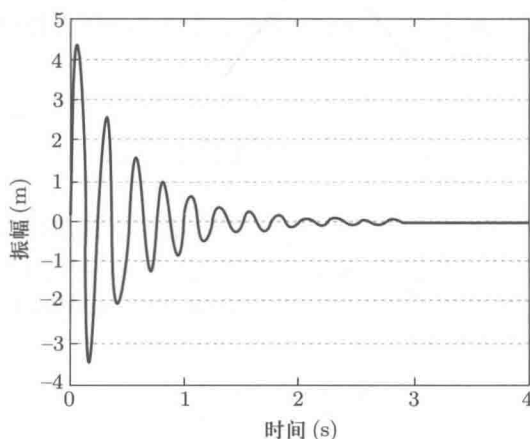


图 1.1 加权周期信号

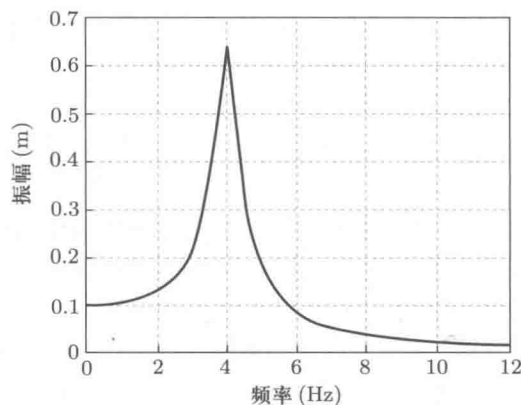


图 1.2 加权周期信号对应的振幅谱

它将参数空间中的变量 $X(\omega)$ 映射回实际物理空间中的变量 $x(t)$. 对于满足要求的光滑连续函数来说, 取了傅里叶变换之后可经逆变换还原, 但对于有限随机数据而言却办不到. 原因在于: 傅里叶变换是整个时域上的一个能量聚集过程, 逆变换是一个能量再分配过程, 于后一过程中不光滑的瞬时随机变化会被淹没掉.

常见的例子是利用波浪谱反演波面 [王金良和李慧凤 (2015)]. 波浪谱是由随机观测序列经傅里叶变换得到的, 其连续性特征使得只能采用有限个位于谱峰附近的周期波通过叠加的方式生成波面. 这样的波面一般只呈现了主导波的状态, 高频小波由于占能少往往只起到轻微变形作用. 如何模拟出较为真实的波浪, 特别是海浪, 为海-气相互作用研究提供较为可靠的界面过程, 这是一个有

待深入的课题. 尽管目前计算机图形学领域于波浪动画等方面已有很大进展, 但其关注点是不同的.

1.3 盛行的小波变换方法

小波变换是目前盛行的数据分析方法, 被广泛用于信息科学等领域. 这方面的理论已经比较完备且卷帙浩繁, 在此不再赘述. 需要说明的是, 小波变换是傅里叶变换的发展, 其理论基础仍是线性叠加原理. 连续形式的小波变换定义如下[刘本永 (2006)]:

$$W_x(a, b) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot \psi_{a,b}^*(t) dt, \quad (1.3.1)$$

此处“*”表示取共轭复值. 替代傅里叶变换中的 $e^{-i\omega t}$ 的是由母小波 $\psi(t)$ 定义的具有尺度伸缩和平移特征的分析小波:

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right). \quad (1.3.2)$$

此变换将实际物理空间中的变量 $x(t)$ 映射到参数空间中的二元函数 $W_x(a, b)$, 尺度伸缩参数 a 用于表现“共振”发生频率, 平移参数 b 用于表现“共振”发生时刻.

相比傅里叶变换, 小波变换最大的革新之处在于基函数, 将时域上一致的正弦函数列代之以有限支集的小波列. 由于小波的局部化特征能起到“数学显微镜”的作用, 有利于表现出频率的时变性.

在进行数据分析之前, 小波基函数需要预先取定. 根据空间理论, 一组具有归一化和正交化特征的小波基能够对空间中的任何向量进行分解. 由于通常的分析都是在平方可积空间 $L^2(R)$ 下进行的且信号一般是无穷维的(见 Daubechies 的《小波十讲》), 理论上讲小波基的个数也应当是无穷的. 这一点和傅里叶变换是一致的.

在小波家族中共有几十种小波基可供选择, 不同的选择得到的分解结果往往不同. 这给信号编码技术带来了便利且已被成功用于数据压缩等多个方面. 但也给以观测数据分析为基础的科研工作者带来了困扰. 尽管从数学上讲这没什么问题, 不同的基对应的分解结果不同是很正常的, 但是从物理上讲就大有问题了. 以一个机械振动过程为例, 它应是多个子过程的合成, 而每一个子过程所对应的振型只应有一种数学表达式. 对科学探索者来说, 恰恰是实际物理过程的这些固有振型才是要研究的对象, 它们可能根本就不具有规则的数学形式! 尽管一个空间中可选的小波基有很多种, 其分解结果却未必是我们需要的, 毕竟数据分析的主要目的是探索事物的内在规律而不是数学上的分割与合成.

要想真正按“数据驱动”模式来开展科学研究,就不能拘泥于先验基函数式的思维,而应采用数据自适应的“无基”方式. 这方面已经有了可贵探索. 即将介绍的希尔伯特 - 黄变换方法所采用的正是这种方式.

1.4 热门的希尔伯特 - 黄变换方法

由美国工程院黄锬院士等人所发展的希尔伯特 - 黄变换方法 [Huang et al. (1998), Huang & Shen (2005)] 业已成为目前热门的数据分析方法, 被广泛应用于科研与工程的各个领域. 与傅里叶变换和小波变换相比, 其重大革新之处在于无基方式, 用一个简单的分解规则替代了基函数的构造. 它适用于分析非线性、非平稳信号. 其模态分解完全是数据自适应的, 相应的模态不但频率可变振幅也可变. 相比而言, 傅里叶变换和小波变换存在标准正交基且相关理论完备, 有利于信息编码、压缩和储存, 在信息科学等领域有着广泛应用; 而希尔伯特 - 黄变换是一种经验方法, 依据数据自身特点进行分解, 更接近物理真实, 长于探索性观测研究.

希尔伯特 - 黄变换方法包含经验模态分解和希尔伯特谱分析两部分. 前者旨在对信号进行分解, 产生一系列包络线对称的模态; 后者旨在分析模态的时 - 频变化特征. 下面进行简要介绍.

1.4.1 经验模态分解

经验模态分解涉及“三次样条插值函数”和“本征模态函数”两个概念. 下面参考 Huang et al. (1998), Huang & Shen (2005) 与徐德伦和王莉萍 (2011) 的阐述进行介绍.

设有节点 $a = t_0 < t_1 < \cdots < t_n = b$, 并已知函数 $x(t)$ 在这些节点上的函数值 $x_k (k = 0, 1, \cdots, n)$. 若函数 $s(t)$ 满足以下三个条件, 则称为 $x(t)$ 的三次样条插值函数:

- (1) 于每个节点处满足 $s(t_k) = x_k$;
- (2) $s(t)$ 在每个小区间 $[t_k, t_{k+1}]$ 上是三次多项式;
- (3) $s_{k-1}(t_k) = s_k(t_k)$, $s'_{k-1}(t_k) = s'_k(t_k)$, $s''_{k-1}(t_k) = s''_k(t_k)$, $k = 1, 2, \cdots, n-1$.

此处的“'”表示求导数. 对应的边界条件一般取为: $s''(t_0) = s''(t_n) = 0$. 这样的样条通常称为“自然三次样条”, 是本书所采用的默认形式.

满足下列两个条件的函数称为本征模态函数 (以下简称“模态”):

- (1) 函数极值点个数与跨零点个数相等或仅差一个 [注: 极大值点和极小值点要交错排列, 不允许相邻等值极点存在];

(2) 对于每一时刻 t , 函数的上包络线 (全部极大值点的三次样条插值曲线) 与下包络线 (全部极小值点的三次样条插值曲线) 的均值为零 [注: 就下述筛选过程所获取的模态而言, 均线严格为零是做不到的, 应当容许一定误差].

经验模态分解采用“包络线对称”的规则, 具体算法步骤如下:

(1) 对信号 $x(t)$ 的极大值点和极小值点分别进行三次样条插值, 得到上、下包络线 [注: 上、下插值处理需要通过一定方式添加边界点];

(2) 对上、下包络线取平均得到中值曲线 $m_1(t)$, 然后从原始信号 $x(t)$ 中减掉此中值曲线得到剩余信号 $h_1(t) = x(t) - m_1(t)$;

(3) 对 $h_1(t)$ 重复上述过程得中值曲线 $m_2(t)$ 和剩余信号 $h_2(t) = h_1(t) - m_2(t)$;

(4) 重复上述步骤直至两条包络线达到非常好的对称性, 即经 p 次这样的筛选 (sifting) 之后, 再筛选下去余信号也不会有太大变化了, 即当

$$\sum_{k=0}^n \frac{|h_{p-1}(t_k) - h_p(t_k)|^2}{h_p^2(t_k)} \leq \varepsilon$$

就停下来并将 $h_p(t)$ 视为第一个本征模态函数, 记作 $c_1(t)$ [注: Huang et al. (1998) 建议的误差值为 $0.2 \leq \varepsilon \leq 0.3$, 其实更能直观反映对称性的终止条件是 $|m_p(t)| \leq \varepsilon$ 形式];

(5) 从原始信号 $x(t)$ 中减掉第一个模态 $c_1(t)$ 并对剩余信号执行上述筛选过程可依次获得模态 $c_2(t), c_3(t), \dots, c_m(t)$, 最后的余量 $r_m(t)$ 最多只含一个极值点, 它已不足以支撑再次分解 [注: 此余量又称“趋势函数”, 能在一定程度上反映数据的总体变化趋势. 但是这样的函数只有单调型的、凹凸型的和常值型的三种可能, 要想更好地反映趋势变化, 必须取消一个极点的限制, 即分解需要提前结束].

图 1.3 - 1.6 可以帮助理解这一筛选过程 (图片源自台湾“中央大学”数据分析方法研究中心提供的讲义, <http://rcada.ncu.edu.tw/research1.htm>).

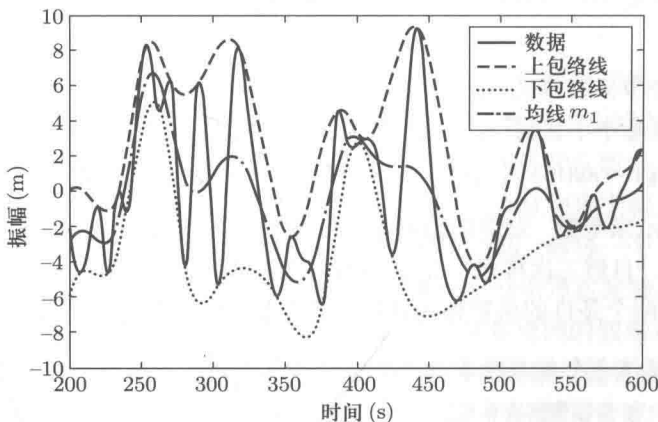


图 1.3 由数据的极大值点和极小值点分别插值产生上、下包络线进而求得中值曲线