

# 无源定位中的广义最小二乘估计理论与方法

王 鼎◎著



科学出版社

# 无源定位中的广义最小二乘 估计理论与方法

王 鼎 著

科 学 出 版 社

北 京

## 内 容 简 介

最小二乘估计理论与方法在无源定位领域应用广泛,并且取得了显著成果。然而,现有的最小二乘定位算法大都是针对具体而特定的观测方程设计的,缺乏统一的模型框架。为了建立统一的数学模型和理论框架,本书总结归纳出无源定位中的八类最小二乘估计理论与方法。针对每一类最小二乘估计理论与方法,分别设计一个无源定位算例,并给出其仿真实验结果,用以验证书中算法推导的正确性和理论性能分析的有效性。本书最后描述一些无源定位中的推广场景,并将提出的部分最小二乘估计理论与方法推广应用于其中。

本书可作为高等院校通信与电子工程、信息与信号处理、控制科学与工程、应用数学等学科的专题阅读材料或研究生选修教材,也可供从事通信、雷达、电子、航空航天等领域的科学工作者和工程技术人员参考。

### 图书在版编目(CIP)数据

无源定位中的广义最小二乘估计理论与方法/王鼎著. —北京:科学出版社,2015.6

ISBN 978-7-03-044604-6

I. ①无… II. ①王… III. ①最小二乘法—理论研究 IV. ①O241.5

中国版本图书馆CIP数据核字(2015)第124800号

责任编辑:张艳芳 王 苏 / 责任校对:郭瑞芝

责任印制:张 倩 / 封面设计:蓝 正

科学出版社出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

三河市骏杰印刷有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2015年7月第 一 版 开本:720×1000 1/16

2015年7月第一次印刷 印张:17 3/4

字数:343 000

定价:88.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

# 前 言

众所周知,无源定位系统具有不主动辐射电磁信号、生存能力强、隐蔽性能好、侦察作用距离远等重要优势,因此近几十年来受到了国内外相关学者和工程技术人员의 广泛关注和研究。无源定位过程是首先通过单个或多个观测站接收到目标辐射源信号或目标散射第三方辐射源信号,并从信号的数据抽样中提取出可用于定位的空、时、频、能量域参数,然后从这些参数中进一步获取目标的位置信息。从关键技术上分析,无源定位的研究可分为两个主要方向:第一个方向是研究如何从无线电信号中提取出用于定位的空、时、频、能量域参量;第二个方向是基于这些参量获取目标的位置信息,即目标的位置估计与解算。本书主要针对第二个研究方向展开讨论。

从数学上看,目标的位置估计与解算本质上就是求解最小二乘估计问题。近三十年来,国内外相关学者针对不同的定位观测量分别提出了不同类型的最小二乘定位方法,可以说定位方法的种类是多样的。作者自 2005 年进入无源定位的研究领域中,经过多年的理论与归纳总结发现,很多看似不同的最小二乘定位方法的背后都有统一的数学模型和理论框架。因此,若能够对这些统一的数学框架进行科学凝练,则将有助于推动无源定位技术的进一步发展。带着这一初衷和愿望,作者自 2011 年在中国人民解放军信息工程大学任教以来,就开始搜索和查阅大量国内外相关文献,从中提炼出无源定位中的八类最小二乘估计理论与方法,并针对每一类最小二乘定位方法抽象出其背后隐藏的统一观测方程、定位优化模型、参数求解算法以及性能分析方法。经过长达三年的撰写,最终形成了本书。

本书共 11 章。第 1 章是绪论,其中对“无源定位技术”和“最小二乘估计理论与方法”进行简要概述,并对无源定位中的最小二乘估计理论与方法的研究现状进行总结;第 2 章介绍全书涉及的数学基础,其中包括矩阵理论、多维函数分析、优化理论以及统计信号处理中的若干重要绪论;第 3 章介绍无源定位中的非线性最小二乘估计理论与方法;第 4 章介绍无源定位中的伪线性最小二乘估计理论与方法;第 5 章介绍无源定位中的两步伪线性加权最小二乘估计理论与方法;第 6 章介绍无源定位中的约束总体最小二乘估计理论与方法;第 7 章介绍无源定位中的结构总体最小二乘估计理论与方法;第 8 章介绍无源定位中的二次等式约束伪线性加权最小二乘估计理论与方法;第 9 章介绍无源定位中的含等式约束的非线性加权

最小二乘估计理论与方法;第10章介绍无源定位中的双重二次等式约束伪线性加权最小二乘估计理论与方法;第11章将前述章节介绍的部分最小二乘估计理论与方法推广应用于三种更为复杂的定位场景中,分别包括目标位置参数与观测站位置参数的联合估计、多目标位置参数的联合估计、校正源存在条件下的目标位置参数估计。

本书得到了国家自然科学基金(编号:61201381)的资助。

感谢我的硕士和博士生导师吴瑛教授多年来给予我的悉心指导和帮助,感谢我的家人在我撰写本书过程中给予的大力支持。

限于作者水平,书中难免存在不妥之处,恳请读者批评指正,以便于今后纠正。如果读者对书中的内容有疑问,可以通过电子信箱(wang\_ding814@aliyun.com)与作者联系,望不吝赐教。

王 鼎

2015年5月12日

于中国人民解放军信息工程大学

# 符号表

| 符号                               | 含义                                                 |
|----------------------------------|----------------------------------------------------|
| $\mathbf{A}^T$                   | 矩阵 $\mathbf{A}$ 的转置                                |
| $\mathbf{A}^{-1}$                | 矩阵 $\mathbf{A}$ 的逆                                 |
| $\mathbf{A}^\dagger$             | 矩阵 $\mathbf{A}$ 的 Moore-Penrose 逆                  |
| $\text{rank}[\mathbf{A}]$        | 矩阵 $\mathbf{A}$ 的秩                                 |
| $\det[\mathbf{A}]$               | 矩阵 $\mathbf{A}$ 的行列式                               |
| $\text{null}[\mathbf{A}]$        | 矩阵 $\mathbf{A}$ 的零空间                               |
| $\text{range}[\mathbf{A}]$       | 矩阵 $\mathbf{A}$ 的列空间                               |
| $\text{range}^\perp[\mathbf{A}]$ | 矩阵 $\mathbf{A}$ 的列补空间                              |
| $\Pi[\mathbf{A}]$                | 矩阵 $\mathbf{A}$ 的列空间的正交投影矩阵                        |
| $\Pi^\perp[\mathbf{A}]$          | 矩阵 $\mathbf{A}$ 的列补空间的正交投影矩阵                       |
| $\mathbf{A} \otimes \mathbf{B}$  | 矩阵 $\mathbf{A}$ 和 $\mathbf{B}$ 的 Kronecker 积       |
| $\mathbf{a} \otimes \mathbf{b}$  | 向量 $\mathbf{a}$ 和 $\mathbf{b}$ 的 Kronecker 积       |
| $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$    | 向量 $\mathbf{a}$ 和 $\mathbf{b}$ 的对应元素相乘             |
| $\mathbf{a} ./ \mathbf{b}$       | 向量 $\mathbf{a}$ 和 $\mathbf{b}$ 的对应元素相除             |
| $\text{diag}[\cdot]$             | 由向量元素构成的对角矩阵                                       |
| $\text{blkdiag}[\cdot]$          | 由矩阵或向量作为对角元素构成的块状<br>对角矩阵                          |
| $\mathbf{O}_{n \times m}$        | $n \times m$ 阶全零矩阵                                 |
| $\mathbf{I}_{n \times m}$        | $n \times m$ 阶全 1 矩阵                               |
| $\mathbf{I}_n$                   | $n \times n$ 阶单位矩阵, 其中第 $m$ 列向量表示<br>为 $i_n^{(m)}$ |
| $\langle \mathbf{a} \rangle_n$   | 向量 $\mathbf{a}$ 的第 $n$ 个元素                         |

# 目 录

前言

符号表

|                                  |    |
|----------------------------------|----|
| 第 1 章 绪论                         | 1  |
| 1.1 无源定位技术概述                     | 1  |
| 1.2 最小二乘估计理论与方法概述                | 2  |
| 1.3 无源定位中的最小二乘估计理论与方法研究现状        | 2  |
| 1.4 三种典型的无源定位体制及其定位观测方程的代数模型     | 5  |
| 1.4.1 三种典型的无源定位体制简介              | 5  |
| 1.4.2 常用定位观测方程的代数模型              | 7  |
| 1.5 本书的内容结构安排                    | 10 |
| 参考文献                             | 12 |
| 第 2 章 数学和统计信号处理预备知识              | 18 |
| 2.1 矩阵理论中的若干预备知识                 | 18 |
| 2.1.1 矩阵的秩                       | 18 |
| 2.1.2 矩阵求逆公式                     | 20 |
| 2.1.3 半正定矩阵和正定矩阵                 | 23 |
| 2.1.4 三种矩阵分解                     | 24 |
| 2.1.5 Moore-Penrose 广义逆矩阵和正交投影矩阵 | 27 |
| 2.2 多维函数分析和优化理论中的若干预备知识          | 31 |
| 2.2.1 多维函数分析中的若干基本概念             | 31 |
| 2.2.2 无约束优化问题的最优性条件及其数值优化算法      | 32 |
| 2.2.3 求解含等式约束优化问题的拉格朗日乘子法        | 34 |
| 2.3 统计信号处理中的若干预备知识               | 36 |
| 2.3.1 Gramer-Rao 界定理             | 36 |
| 2.3.2 最大似然估计及其渐近统计最优性分析          | 39 |
| 2.3.3 加权最小二乘估计及其与最大似然估计的等价性      | 40 |
| 2.4 本章总结                         | 42 |
| 参考文献                             | 42 |
| 第 3 章 无源定位中的非线性加权最小二乘估计理论与方法     | 44 |
| 3.1 非线性观测模型及参数估计 Gramer-Rao 界    | 44 |

|       |                                             |    |
|-------|---------------------------------------------|----|
| 3.1.1 | 无系统误差条件下的非线性观测模型及参数估计 Gramer-Rao 界 .....    | 44 |
| 3.1.2 | 系统误差存在条件下的非线性观测模型及参数估计 Gramer-Rao 界 .....   | 46 |
| 3.2   | 无系统误差条件下的非线性加权最小二乘定位优化<br>模型、算法及性能分析 .....  | 50 |
| 3.2.1 | 定位优化模型及其数值迭代算法 .....                        | 50 |
| 3.2.2 | 定位解 Nlws-a 的理论性能分析 .....                    | 51 |
| 3.3   | 系统误差存在条件下的非线性加权最小二乘定位优化<br>模型、算法及性能分析 ..... | 51 |
| 3.3.1 | 系统误差存在条件下定位解 Nlws-a 的理论性能分析 .....           | 52 |
| 3.3.2 | 两种抑制系统误差的迭代算法 .....                         | 53 |
| 3.3.3 | 定位解 Nlws-b1 和 Nlws-b2 的理论性能分析 .....         | 55 |
| 3.4   | 定位算例与仿真实验 .....                             | 57 |
| 3.4.1 | 定位算例的模型描述 .....                             | 57 |
| 3.4.2 | 定位算例的仿真实验 .....                             | 60 |
| 3.5   | 本章总结 .....                                  | 67 |
|       | 参考文献 .....                                  | 67 |
| 第 4 章 | 无源定位中的伪线性加权最小二乘估计理论与方法 .....                | 69 |
| 4.1   | 非线性观测方程的伪线性观测模型 .....                       | 69 |
| 4.2   | 无系统误差条件下的伪线性加权最小二乘定位优化<br>模型、算法及性能分析 .....  | 70 |
| 4.2.1 | 定位优化模型及其闭式解 .....                           | 70 |
| 4.2.2 | 定位解 Plws-a 的理论性能分析 .....                    | 71 |
| 4.3   | 系统误差存在条件下的伪线性加权最小二乘定位优化<br>模型、算法及性能分析 ..... | 73 |
| 4.3.1 | 系统误差存在条件下定位解 Plws-a 的理论性能分析 .....           | 73 |
| 4.3.2 | 抑制系统误差的伪线性加权最小二乘定位解 .....                   | 76 |
| 4.3.3 | 系统误差存在条件下定位解 Plws-b 的理论性能分析 .....           | 76 |
| 4.4   | 定位算例与仿真实验 .....                             | 77 |
| 4.4.1 | 定位算例的模型描述 .....                             | 78 |
| 4.4.2 | 定位算例的仿真实验 .....                             | 80 |
| 4.5   | 本章总结 .....                                  | 85 |
|       | 参考文献 .....                                  | 86 |
| 第 5 章 | 无源定位中的两步伪线性加权最小二乘估计理论与方法 .....              | 87 |
| 5.1   | 非线性观测方程的两步伪线性化观测模型 .....                    | 87 |
| 5.2   | 无系统误差条件下的两步伪线性加权最小二乘定位优化                    |    |

|                                                   |            |
|---------------------------------------------------|------------|
| 模型、算法及性能分析 .....                                  | 88         |
| 5.2.1 两步定位优化模型及其闭式解 .....                         | 89         |
| 5.2.2 定位解 Tplwls-a 的理论性能分析 .....                  | 91         |
| 5.3 系统误差存在条件下的两步伪线性加权最小二乘定位优化<br>模型、算法及性能分析 ..... | 92         |
| 5.3.1 系统误差存在条件下的定位解 Tplwls-a 的理论性能分析 .....        | 93         |
| 5.3.2 抑制系统误差的两步伪线性加权最小二乘定位解 .....                 | 95         |
| 5.3.3 系统误差存在条件下定位解 Tplwls-b 的理论性能分析 .....         | 97         |
| 5.4 定位算例与仿真实验 .....                               | 98         |
| 5.4.1 定位算例的模型描述 .....                             | 98         |
| 5.4.2 定位算例的仿真实验 .....                             | 101        |
| 5.5 本章总结 .....                                    | 108        |
| 参考文献 .....                                        | 109        |
| <b>第 6 章 无源定位中的约束总体最小二乘估计理论与方法 .....</b>          | <b>110</b> |
| 6.1 非线性观测方程的伪线性观测模型 .....                         | 111        |
| 6.2 无系统误差条件下的约束总体最小二乘定位优化<br>模型、算法及性能分析 .....     | 111        |
| 6.2.1 定位优化模型 .....                                | 111        |
| 6.2.2 数值迭代算法 .....                                | 113        |
| 6.2.3 定位解 Ctls-a 的理论性能分析 .....                    | 115        |
| 6.3 系统误差存在条件下的约束总体最小二乘定位优化<br>模型、算法及性能分析 .....    | 116        |
| 6.3.1 系统误差存在条件下定位解 Ctls-a 的理论性能分析 .....           | 117        |
| 6.3.2 抑制系统误差的约束总体最小二乘定位算法 .....                   | 119        |
| 6.3.3 系统误差存在条件下定位解 Ctls-b 的理论性能分析 .....           | 121        |
| 6.4 定位算例与仿真实验 .....                               | 123        |
| 6.4.1 定位算例的模型描述 .....                             | 123        |
| 6.4.2 定位算例的仿真实验 .....                             | 125        |
| 6.5 本章总结 .....                                    | 130        |
| 参考文献 .....                                        | 130        |
| <b>第 7 章 无源定位中的结构总体最小二乘估计理论与方法 .....</b>          | <b>132</b> |
| 7.1 非线性观测方程的伪线性化模型 .....                          | 132        |
| 7.2 无系统误差条件下的结构总体最小二乘定位优化<br>模型、算法及性能分析 .....     | 133        |
| 7.2.1 定位优化模型 .....                                | 133        |

|                                                          |            |
|----------------------------------------------------------|------------|
| 7.2.2 数值迭代算法 .....                                       | 135        |
| 7.2.3 定位解 Stls-a 的理论性能分析 .....                           | 139        |
| 7.3 系统误差存在条件下的结构总体最小二乘定位优化<br>模型、算法及性能分析 .....           | 142        |
| 7.3.1 系统误差存在条件下定位解 Stls-a 的理论性能分析 .....                  | 142        |
| 7.3.2 抑制系统误差的结构总体最小二乘定位算法 .....                          | 143        |
| 7.3.3 系统误差存在条件下定位解 Stls-b 的理论性能分析 .....                  | 146        |
| 7.4 定位算例与仿真实验 .....                                      | 148        |
| 7.4.1 定位算例的模型描述 .....                                    | 148        |
| 7.4.2 定位算例的仿真实验 .....                                    | 151        |
| 7.5 本章总结 .....                                           | 158        |
| 参考文献 .....                                               | 158        |
| <b>第 8 章 无源定位中的二次等式约束伪线性加权最小二乘估计<br/>理论与方法 .....</b>     | <b>159</b> |
| 8.1 非线性观测方程的伪线性化模型 .....                                 | 159        |
| 8.2 无系统误差条件下的二次等式约束伪线性加权最小二乘定位<br>优化模型、算法及性能分析 .....     | 160        |
| 8.2.1 定位优化模型及其解 .....                                    | 160        |
| 8.2.2 定位解 Qcplwls-a 的理论性能分析 .....                        | 163        |
| 8.3 系统误差存在条件下的二次等式约束伪线性加权最小二乘定位优化<br>模型、算法及性能分析 .....    | 167        |
| 8.3.1 系统误差存在条件下定位解 Qcplwls-a 的理论性能分析 .....               | 167        |
| 8.3.2 抑制系统误差的二次等式约束伪线性加权最小二乘定位算法 .....                   | 170        |
| 8.3.3 系统误差存在条件下定位解 Qcplwls-b 的理论性能分析 .....               | 171        |
| 8.4 定位算例与仿真实验 .....                                      | 172        |
| 8.4.1 定位算例的模型描述 .....                                    | 172        |
| 8.4.2 定位算例的仿真实验 .....                                    | 175        |
| 8.5 本章总结 .....                                           | 180        |
| 参考文献 .....                                               | 180        |
| <b>第 9 章 无源定位中的含等式约束非线性加权最小二乘估计理论与方法 .....</b>           | <b>182</b> |
| 9.1 含等式约束的非线性观测模型及参数估计 Cramer-Rao 界 .....                | 182        |
| 9.1.1 无系统误差条件下含等式约束的非线性观测模型及参数<br>估计 Cramer-Rao 界 .....  | 182        |
| 9.1.2 系统误差存在条件下含等式约束的非线性观测模型及参数<br>估计 Cramer-Rao 界 ..... | 184        |

|                                                |     |
|------------------------------------------------|-----|
| 9.2 无系统误差条件下含等式约束的非线性加权最小二乘定位优化模型、算法及性能分析      | 188 |
| 9.2.1 定位优化模型及其数值迭代算法                           | 188 |
| 9.2.2 定位解 Cnlwls-a 的理论性能分析                     | 189 |
| 9.3 系统误差存在条件下含等式约束的非线性加权最小二乘定位优化模型、算法及性能分析     | 190 |
| 9.3.1 系统误差存在条件下定位解 Cnlwls-a 的理论性能分析            | 190 |
| 9.3.2 两种抑制系统误差的迭代算法                            | 192 |
| 9.3.3 定位解 Cnlwls-b1 和定位解 Cnlwls-b2 的理论性能分析     | 194 |
| 9.4 定位算例与仿真实验                                  | 197 |
| 9.4.1 定位算例的模型描述                                | 197 |
| 9.4.2 定位算例的仿真实验                                | 199 |
| 9.5 本章总结                                       | 206 |
| 参考文献                                           | 206 |
| <b>第 10 章 无源定位中的双重二次等式约束伪线性加权最小二乘估计理论与方法</b>   | 208 |
| 10.1 非线性观测方程的伪线性化模型                            | 208 |
| 10.2 无系统误差条件下的双重二次等式约束伪线性加权最小二乘定位优化模型、算法及性能分析  | 209 |
| 10.2.1 定位优化模型及其解                               | 209 |
| 10.2.2 定位解 Tqcplwls-a 的理论性能分析                  | 211 |
| 10.3 系统误差存在条件下的双重二次等式约束伪线性加权最小二乘定位优化模型、算法及性能分析 | 215 |
| 10.3.1 系统误差存在条件下定位解 Tqcplwls-a 的理论性能分析         | 215 |
| 10.3.2 抑制系统误差的双重二次等式约束伪线性加权最小二乘定位算法            | 218 |
| 10.3.3 系统误差存在条件下定位解 Tqcplwls-b 的理论性能分析         | 219 |
| 10.4 定位算例与仿真实验                                 | 220 |
| 10.4.1 定位算例的模型描述                               | 220 |
| 10.4.2 定位算例的仿真实验                               | 222 |
| 10.5 本章总结                                      | 225 |
| 参考文献                                           | 226 |
| <b>第 11 章 无源定位中的广义最小二乘估计理论与方法的若干推广</b>         | 227 |
| 11.1 目标位置状态向量与系统参量的联合估计                        | 228 |
| 11.1.1 联合估计优化模型及其闭式解                           | 228 |
| 11.1.2 理论性能分析                                  | 229 |

|                                                 |     |
|-------------------------------------------------|-----|
| 11.1.3 定位算例与仿真实验 .....                          | 231 |
| 11.2 多目标位置状态向量的联合估计 .....                       | 236 |
| 11.2.1 多目标联合定位的非线性观测模型及参数估计 Cramer-Rao 界 .....  | 237 |
| 11.2.2 多目标联合定位的约束总体最小二乘估计方法 .....               | 241 |
| 11.2.3 定位算例与仿真实验 .....                          | 246 |
| 11.3 校正源存在条件下的目标位置状态向量估计 .....                  | 251 |
| 11.3.1 校正源存在条件下的非线性观测模型及参数估计 Cramer-Rao 界 ..... | 251 |
| 11.3.2 校正源存在条件下的非线性加权最小二乘估计方法及其<br>理论性能分析 ..... | 255 |
| 11.3.3 定位算例与仿真实验 .....                          | 257 |
| 11.4 本章总结 .....                                 | 260 |
| 参考文献 .....                                      | 260 |
| 附录 .....                                        | 262 |
| 附录 A .....                                      | 262 |
| 附录 B .....                                      | 264 |
| 附录 C .....                                      | 265 |
| 附录 D .....                                      | 265 |
| 附录 E .....                                      | 267 |
| 附录 F .....                                      | 268 |
| 附录 G .....                                      | 269 |
| 附录 H .....                                      | 271 |
| 附录 I .....                                      | 271 |

# 第 1 章 绪 论

## 1.1 无源定位技术概述

在电子对抗领域,对辐射源或散射源的位置信息侦察(即无线电定位)得越精确,就越有助于对目标进行有效的战场情报感知、电子干扰和精确打击。因此,对辐射源或散射源的定位在电子对抗领域占据十分重要的地位。

可以使用雷达、激光、声呐等有源设备对目标定位,该类技术称为有源定位技术。它具有全天候、高精度等优点。然而,有源定位系统通常需要依靠发射大功率电磁信号来实现,这种做法很容易暴露自己的位置,容易被对方发现,从而遭到对方电子干扰的影响,使定位精度受到很大限制,甚至影响到系统自身的安全性。还可以利用目标(主动)辐射或(被动)散射的信号对目标定位,该类技术称为无源定位。它是指在不主动发射电磁波的条件下,通过被动观测站(或称传感器)测量目标辐射或散射的无线电信号参数来确定目标的位置信息。因此,无源定位系统具有不主动发射电磁信号、生存能力强、侦察作用距离远等优点,越来越受到国内外学者的广泛关注。一般而言,无源定位系统根据观测站的数目可分为单站无源定位系统<sup>[1,2]</sup>和多站无源定位系统<sup>[1-4]</sup>。这两类定位系统各有其自身的优势。具体来说,单站无源定位系统具有灵活性高、机动性好、系统简洁、不需要信息同步和信息传输等优点;多站无源定位系统则能够提供更多的观测信息量,有助于取得更高的定位精度。

无论单站无源定位系统还是多站无源定位系统,其根本任务都是利用位置已知的观测站接收来自某辐射源或散射源的电磁信号,并从该信号中提取出用于定位的观测量,从而实现对目标位置参数的计算。一般而言,用于无源定位的观测量主要包括空域、时域、频域、能量域四类参量。其中空域观测量包括方位角、仰角、方位角变化率、仰角变化率等参量。时域观测量包括到达时间、时间差(简称时差)、时间和等参量。频域观测量包括到达频率、频率差(简称频差)、频率和等参量。能量域观测量包括接收信号强度、信号能量增益比等参量。在信号视距传播条件下,利用上述观测信息能够直接建立目标位置参数和观测站位置参量之间的代数方程(通常为非线性函数),通过优化求解该观测方程即可获得目标位置信息的估计。

从关键技术角度来划分,无源定位可分为两个研究方向:第一个是如何从无线电信号中提取出用于定位的空域、时域、频域或者能量域参量;第二个是基于这

些参量求解出目标的位置信息。本书提出的广义最小二乘估计理论与方法主要是针对第二个方向展开研究的。

## 1.2 最小二乘估计理论与方法概述

最小二乘估计方法最早可以追溯到 1795 年,伟大的数学家高斯(Gauss)利用最小二乘方法准确地预测到神谷星的运行轨道。然而,对最小二乘估计理论与方法进行广泛而深入的研究是从 20 世纪 60 年代才真正开始的,其应用涉及通信、控制、雷达、电子、航天、导航、遥测、图像、应用数学等多个领域,可以说凡是需要进行未知参数估计和求解的领域就必然会涉及最小二乘估计方法。

从学科上划分,最小二乘估计理论既可以认为是数值代数的一个重要分支<sup>[5-7]</sup>,也可以认为是统计信号处理的一个重要分支<sup>[8-10]</sup>。前者侧重于对迭代算法的设计和数值扰动性能的分析,后者侧重于对优化模型的建立和统计性能的分析。本书提出的广义最小二乘估计理论与方法主要侧重于对后者展开研究。

从代数形式上看,最小二乘估计具有多种类型,如线性最小二乘估计、非线性最小二乘估计、加权最小二乘估计、鲁棒最小二乘估计、约束最小二乘估计、总体最小二乘估计、约束总体最小二乘估计、结构总体最小二乘估计等。每一类最小二乘估计方法都有诸多应用背景,有的最小二乘估计方法就是在特殊的工程应用背景下衍生出的新理论。

## 1.3 无源定位中的最小二乘估计理论与方法研究现状

在无源定位领域中,最小二乘估计理论与方法具有广泛的应用,并取得了显著的效果,而且基于不同的定位场景也衍生出了一些新的最小二乘估计方法,从而间接促进了最小二乘估计理论的发展。就目前已经公开发表的文献来看,可以归纳总结出八类不同的最小二乘定位方法。

第一类是非线性最小二乘定位方法。由于无源定位中的观测方程都是关于目标位置参数的非线性函数,因此该方法可适用于任意的定位观测方程,具有较强的普适性。非线性最小二乘优化模型通常可通过一阶 Taylor 级数展开的方式进行迭代求解(即 Gauss-Newton 迭代法)。文献[11]首次将该迭代算法应用于求解无源定位问题中。随后,国内外学者又将其推广应用于各种无源定位问题中。例如,文献[12]和文献[13]提出了基于角度信息的非线性最小二乘定位算法;文献[14]和文献[15]提出了基于时差信息的非线性最小二乘定位算法;文献[16]提出了基于到达时间信息的非线性最小二乘定位算法;文献[17]提出了基于频差信息的非线性最小二乘定位算法;文献[18]和文献[19]提出了联合时差和频差信息的非线性最小二乘定位算法;文献[20]提出了联合角度和频差信息的非线性最

小二乘定位算法。

第二类是伪线性最小二乘定位方法。虽然无源定位中的观测方程都是非线性函数,但对于某些观测方程而言,根据其代数特性又可将其转化为与之等价的线性方程(通常称为伪线性方程)。基于伪线性方程能够给出目标位置参数的闭式解,从而避免非线性最小二乘估计中的迭代运算。最典型的定位观测量是空域角度量测<sup>[21-25]</sup>(利用三角函数的性质即可将非线性观测方程直接转化成伪线性方程)。需要指出的是,虽然很多单一类型的定位观测方程无法直接转化为伪线性方程,但通过将多种类型的定位观测方程进行联合处理便可以转化为伪线性方程。例如,文献[26]~[28]提出了将频差和角度方程进行联合处理而转化为伪线性方程的方法;文献[29]提出了将时差和角度方程进行联合处理而转化为伪线性方程的方法。

第三类是两步伪线性最小二乘定位方法。上述伪线性最小二乘定位方法虽然能够避免迭代运算,但并不是所有的非线性观测方程都可以直接转化为伪线性方程。对于某些定位观测量而言,其观测方程无论怎样变换都无法直接转化成伪线性方程(如时差观测方程),此时若要继续利用伪线性化方法获得定位闭式解,必须通过引入辅助变量的方式得到伪线性方程。然而,由于辅助变量的引入会导致参数空间的维数增加,此时直接求解该伪线性方程已经无法给出统计意义上最优的定位解。为了解决该问题,可在求解完成(第一步)伪线性方程的基础上,结合辅助变量的代数特性建立第二步伪线性方程(该方程中的方程个数与未知参量个数一致),然后根据第一步闭式解的统计特性获得第二步闭式解,从而最终获得统计意义上最优的定位闭式解。上述求解过程可称为两步伪线性最小二乘定位方法,其最初是由国外学者在文献[30]中提出的,主要用于解决时差定位问题。随后,国内外学者又将其推广应用于其他无源定位问题中。例如,文献[31]~[34]在观测站位置误差存在的条件下提出了基于时差信息的两步伪线性最小二乘定位算法;文献[35]和文献[36]提出了基于到达时间信息的两步伪线性最小二乘定位算法;文献[37]提出了基于接收信号强度信息的两步伪线性最小二乘定位算法;文献[38]和文献[39]提出了联合时差和信号能量增益比信息的两步伪线性最小二乘定位算法;文献[40]~[42]提出了联合时差和频差信息的两步伪线性最小二乘定位算法;文献[43]提出了联合时差和角度信息的两步伪线性最小二乘定位算法。

第四类是约束总体最小二乘定位方法。上述两类基于伪线性观测方程的最小二乘定位方法的主要优势在于能够给出定位闭式解,计算较为简便,不存在迭代发散等问题。然而,一种方法在获得某方面优势的同时往往存在某些缺点。通过大量计算机仿真实验发现,闭式类方法往往比迭代类方法(当收敛至全局最优解时)具有更低的误差阈值或门限,也就是说,随着观测误差的增加,前者的性能曲线往往会率先出现“陡增”现象。为了避免该问题,也可在伪线性方程的基础上采用数

值迭代的方法进行优化求解,从而得到约束总体最小二乘定位方法。该方法最初提出是为了抑制线性方程中系数矩阵扰动误差的影响<sup>[44]</sup>,后来被广泛应用于各种无源定位问题中。例如,文献[45]~[47]提出了基于角度信息的约束总体最小二乘定位算法;文献[48]和文献[49]提出了基于时差信息的约束总体最小二乘定位算法;文献[50]提出了基于到达时间信息的约束总体最小二乘定位算法;文献[51]提出了联合角度与时间和信息的约束总体最小二乘定位算法;文献[52]~[54]提出了联合时差和频差信息的约束总体最小二乘定位算法。

第五类是结构总体最小二乘定位方法。为了抑制线性方程中系数矩阵扰动误差的影响,除了约束总体最小二乘估计方法以外,文献[55]还提出了另一类参数求解方法,即结构总体最小二乘估计方法。该方法也需要对系数矩阵的扰动项进行精确建模,并从秩亏损的角度设计了一种新的优化模型及其数值迭代算法。该算法是通过 Riemannian 奇异值分解<sup>[55]</sup>来实现的,具有较高的数值稳健性。文献[56]和文献[57]将其应用到基于角度信息的无源定位问题中,从而提出了相应的结构总体最小二乘定位方法。

第六类是二次等式约束伪线性最小二乘定位方法。在将非线性观测方程转化成伪线性方程的基础上,还存在另一类基于拉格朗日乘子法的参数求解方法,即二次等式约束伪线性最小二乘估计方法。该类方法能够应用于无源定位的主要原因是,当通过引入辅助变量的方式将非线性观测方程转化为伪线性方程时,扩维后的参数向量通常满足二次等式约束,此时很自然地就能够建立二次等式约束条件下的最小二乘优化模型,从而衍生出二次等式约束伪线性最小二乘定位方法。例如,文献[58]~[61]提出了基于时差信息的二次等式约束伪线性最小二乘定位算法;文献[62]和文献[63]提出了基于到达时间信息的二次等式约束伪线性最小二乘定位算法;文献[64]提出了基于接收信号强度的二次等式约束伪线性最小二乘定位算法;文献[65]和文献[66]提出了联合多域观测信息的二次等式约束伪线性最小二乘定位算法。

第七类是含等式约束的非线性最小二乘定位方法。对于某些无源定位场景,目标的位置参数需要满足特定的等式约束,例如,在基于星载或机载平台对地面目标的无源定位系统中<sup>[67-70]</sup>,目标的位置参数需要服从地球椭圆方程的约束。显然,合理利用目标位置参数所满足的等式约束可以有效降低参数空间的自由度,从而能够较大幅度地提高目标的定位精度。国内外学者已经提出了许多基于等式约束的无源定位算法,并且主要集中在卫星定位体制中。例如,文献[71]和文献[72]提出了单星基于角度信息的无源定位算法;文献[73]提出了单星基于到达时间信息的无源定位算法;文献[74]和文献[75]提出了单星基于频差信息的无源定位算法;文献[76]~[79]提出了双星联合时差和频差信息的无源定位算法;文献[80]提出了双星联合到达时间和到达频率信息的无源定位算法;文献[81]~[83]提出了三

星基于时差信息的无源定位算法;文献[84]提出了三星基于频差信息的无源定位算法。在上述各类定位算法中,均假设目标的位置参数服从地球椭圆方程这一等式的约束,其作用在于增加定位方程,从而将不可定位问题转变成为可定位问题。当定位观测的方程数大于目标位置参数的个数时,就需要采用最小二乘估计方法进行参数求解。文献[85]提出了多星(大于等于三个)基于时差信息的含等式约束的非线性最小二乘定位方法。

第八类是双重二次等式约束伪线性最小二乘定位方法。在基于通信卫星的定位体制下,目标位置参数所满足的等式约束通常是二次型的。若再结合由辅助变量的引入所产生的二次等式约束就可以得到双重二次等式约束,此时很自然地就能够建立双重二次等式约束条件下的最小二乘优化模型,从而衍生出双重二次等式约束伪线性最小二乘定位方法。例如,文献[86]提出了多星(大于等于三个)基于时差信息的双重二次等式约束伪线性最小二乘定位算法;文献[87]提出了联合时差和频差信息的双重二次等式约束伪线性最小二乘定位算法。

最后需要指出的是,上述八类最小二乘定位方法都是针对具体而特定的观测方程设计的,缺乏统一的模型框架。为了建立统一的代数模型和理论框架,本书将针对每类最小二乘定位方法分别抽象出其背后所隐藏的统一观测方程、定位优化模型、参数求解算法及性能分析方法。

## 1.4 三种典型的无源定位体制及其定位观测方程的代数模型

### 1.4.1 三种典型的无源定位体制简介

本小节将介绍三种典型的无源定位体制。这三种定位体制将作为各类最小二乘估计方法的定位算例出现在本书的后续章节中。

第一种是面向辐射源的无源定位体制,其定位原理示意图如图 1.1 所示。

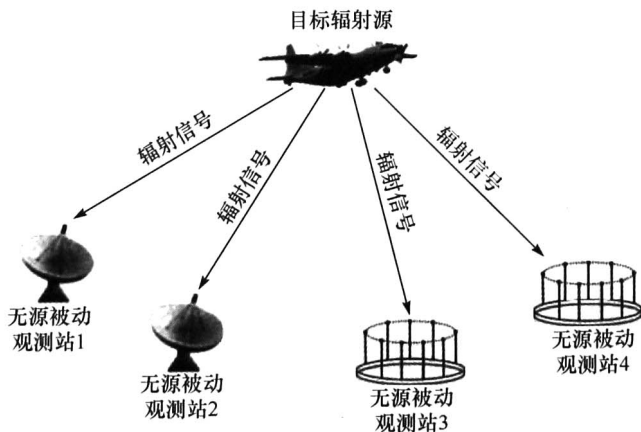


图 1.1 面向辐射源的无源定位示意图