

21 世纪高等院校信息 与 通信 工程 规划 教材
21st Century University Planned Textbooks of Information and Communication Engineering

光纤光学 与技术

刘崇琪 吕淑媛 谢东华 李晓莉 罗文峰 编著

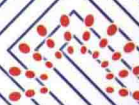
Optical Fiber Optics
and Technology



中国工信出版集团



人民邮电出版社
POSTS & TELECOM PRESS



高校系列

高等院校信息与通信工程规划教材
University Planned Textbooks of Information and Communication Engineering

光纤光学 与技术

刘崇琪 吕淑媛 谢东华 李晓莉 罗文峰 编著

Optical Fiber Optics
and Technology

人民邮电出版社



高校系列

图书在版编目(CIP)数据

光纤光学与技术 / 刘崇琪等编著. — 北京: 人民邮电出版社, 2015. 8
21世纪高等院校信息与通信工程规划教材
ISBN 978-7-115-28261-3

I. ①光… II. ①刘… III. ①纤维光学—高等学校—教材 IV. ①TN25

中国版本图书馆CIP数据核字(2015)第151095号

内 容 提 要

本书首先系统论述了光纤光学的射线理论和波动理论;在此基础上,对光纤和平面光波导进行了理论分析,重点分析光纤的损耗和色散对通信质量的影响;讨论了色散对脉冲展宽的影响;最后介绍了时域有限差分法、光束传播法和有限元法等数值计算方法,给出了相应的实例。本书注重理论联系实际,编写了大量例题以帮助读者理解基本概念和理论,并提供了理论模拟和 Matlab 应用实例。

本书可作为通信技术、测控技术、光学工程、光信息科学与技术、光电信息工程、光电子技术等专业本科生教材和相近专业研究生的参考书,也可供有关工程技术人员、科研人员和教师阅读参考。

◆ 编 著 刘崇琪 吕淑媛 谢东华 李晓莉 罗文峰

责任编辑 张孟玮

执行编辑 李 召

责任印制 沈 蓉 彭志环

◆ 人民邮电出版社出版发行 北京市丰台区成寿寺路11号

邮编 100164 电子邮件 315@ptpress.com.cn

网址 <http://www.ptpress.com.cn>

北京昌平百善印刷厂印刷

◆ 开本: 787×1092 1/16

印张: 10.75

2015年8月第1版

字数: 252千字

2015年8月北京第1次印刷

定价: 36.00元

读者服务热线: (010)81055256 印装质量热线: (010)81055316

反盗版热线: (010)81055315

光纤光学这一名称始于 20 世纪 50 年代,是光学的分支之一。光纤光学是研究光波在光导纤维中传输的一门技术,在通信和传感领域得到了广泛的应用。随着光纤技术的发展,光纤光学研究的内容仍在不断丰富,应用范围仍在不断扩展。光纤的有些特性目前仍处于研究之中,以光纤为基础的新型光器件也随之不断出现。光纤光学这门课程是光学工程、光信息科学与技术、光电信息工程、光电子技术、通信技术、测控技术等专业的一门重要的专业基础课。

本书是在作者多年从事教学工作的基础上,依据教学需要编写而成的。其内容既注重了系统、深入的理论描述,同时也力求反映技术研究领域的最新成果,使之不但可作为工科大学本科生和研究生教材,而且也可作为有关领域技术人员的参考书。

本书共 5 章,参考教学学时数为 48 学时。它以经典电磁场理论和近代光学为基础,系统论述了光纤光学的基本原理、传输特性及主要应用。第 1 章介绍光纤光学的基本理论,包括光的射线理论基础和波动理论基础。第 2 章运用射线理论和波动理论对阶跃光纤、渐变光纤等进行了分析。第 3 章围绕光纤的传输特性,重点分析光纤的损耗特性和色散特性的产生原因、分类及其对通信质量的影响,并且以基带特性模型分析了色散对脉冲展宽的影响。第 4 章从射线理论和波动理论两个方面研究平面光波导的特性。第 5 章介绍了光波导的数值计算方法,包括时域有限差分法、光束传播法和有限元法,并在有限元法中给出了 Comsol 软件的使用方法和应用实例。

本书由刘崇琪、吕淑媛、谢东华、李晓莉和罗文峰共同编写。其中第 1 章由罗文峰编写;第 2 章由刘崇琪编写;第 3 章由谢东华编写;第 4 章由李晓莉编写;第 5 章由吕淑媛编写。全书由刘崇琪统稿。

感谢梁猛老师在本书编写过程中提供了部分资料并给予许多有益的建议,感谢研究生邢竹艳提供了 Comsol 软件的应用实例。

由于编者水平有限,书中难免存在疏漏之处,热切希望读者指正。

编 者

2015 年 1 月

第 1 章 光波导基础理论	1	2.4.2 平方律折射率分布光纤标量 近似解法	49
1.1 概述	1	2.5 多包层光纤	53
1.2 麦克斯韦方程组	1	2.5.1 概述	53
1.3 亥姆霍兹波动方程	3	2.5.2 多包层光纤的结构和类型	53
1.4 光波导电磁场求解的一般方法	4	2.6 小结	56
1.5 射线光学基础	7	习 题	56
1.6 坡印廷矢量	9	第 3 章 光纤特性	58
1.7 平面光波在电介质表面的反射 和折射	10	3.1 概述	58
1.7.1 电矢量垂直入射面的 平面波	11	3.2 光纤损耗特性	58
1.7.2 电矢量平行入射面的 平面波	11	3.2.1 光纤损耗的概念及其表示	58
1.7.3 反射率和透射率	12	3.2.2 光纤损耗产生的原因分析	59
1.7.4 全反射	13	3.2.3 光纤损耗对通信质量的影响	62
1.7.5 倏逝波	14	3.3 光纤色散	64
1.8 小结	15	3.3.1 群时延	65
习 题	15	3.3.2 光纤色散类型及其表示	65
第 2 章 光 纤	16	3.3.3 色散导致的脉冲展宽	72
2.1 光纤的结构和分类	16	3.3.4 色散对于传输带宽的影响	78
2.1.1 光纤的基本结构	16	3.3.5 光纤色散对通信质量的影响	79
2.1.2 光纤的分类	16	3.3.6 色散补偿	80
2.2 光纤的射线理论分析	17	3.4 小结	82
2.2.1 阶跃光纤的射线分析	17	习 题	83
2.2.2 渐变光纤射线分析	21	第 4 章 平面光波导	84
2.3 阶跃光纤波动理论分析	24	4.1 平面介质波导的光线模型	84
2.3.1 概述	24	4.1.1 平面介质波导的结构	84
2.3.2 阶跃光纤矢量解法	25	4.1.2 平板介质波导模式的 几何模型	85
2.3.3 阶跃光纤标量近似解法	39		
2.4 渐变光纤波动理论分析	49		
2.4.1 概述	49		

4.1.3 平面介质波导导模的特征方程	85	5.1.8 平面光波导的 FDTD 计算分析	130
4.1.4 平面介质波导导模的传输特性和截止条件	89	5.1.9 平行介质波导耦合的计算仿真	131
4.2 平面介质波导的电磁理论——波动方程	94	5.2 光束传播法	132
4.2.1 平面介质波导中导模的电磁场的结构	94	5.2.1 FD-BPM	133
4.2.2 场分布及特征方程	98	5.2.2 二维光波导的 TE 模方程	135
4.3 平面介质波导导模的传输功率	113	5.2.3 二维光波导的 TM 模方程	135
4.4 小结	114	5.2.4 TE 模 FD-BPM 模式	136
习 题	114	5.2.5 TM 模的 FD-BPM 模式	137
第 5 章 光波导的数值解析计算	116	5.2.6 边界透明条件	139
5.1 时域有限差分法	116	5.3 有限元法	142
5.1.1 FDTD 的发展历程及应用领域	116	5.3.1 有限元法的分析过程	143
5.1.2 时域有限差分法的基本原理	120	5.3.2 光波导有限元方法分析	144
5.1.3 数值稳定性	126	5.3.3 基于有限元法的软件	147
5.1.4 数值色散	127	5.3.4 利用 COMSOL 软件进行计算的一个实例	149
5.1.5 吸收边界条件	128	习 题	160
5.1.6 激励源的选择	129	附录 1 矢量分析常用公式	161
5.1.7 基于时域有限差分法的软件	130	附录 2 常用贝塞尔函数公式	162
		参考文献	165

本章首先基于麦克斯韦方程组讨论了光波导中电磁场求解的一般方法,然后阐述了射线光学理论,最后讨论了平面光波在介质表面的反射和折射现象。

1.1 概述

光纤是光纤通信的传输介质,要传输的信号被调制在光载波上由光纤传输后被解调恢复。能使光信号按照一定的方向传输的装置被称为光波导,光纤是一种圆柱型的能导光的玻璃纤维,又称光导纤维。分析研究包括光纤在内的光波导的基础理论有两种:一种是电磁场理论,另一种是射线理论。射线理论即几何光学。几何光学分析研究光波导简单、直观,可以给出清晰的物理概念,但其分析结果略显粗糙。光是电磁波,所以可以用电磁理论分析研究其在光波导中的行为,分析的结果较为精确,但其分析过程较为复杂烦琐。两种理论各有其优点,因此,在分析研究光波导时,依据需要可同时应用两种理论,发挥各自的优点。电磁理论仅对简单的边值问题能求解出精确的解析解,对于较为复杂的边值问题很难求出解析解。在实际中,大量应用电磁理论的数值方法解决复杂边值问题。无论解析方法还是数值方法,经典电磁理论是基础,电磁理论即麦克斯韦方程组。

1.2 麦克斯韦方程组

电磁场的基本规律由麦克斯韦 Maxwell 方程组来表征,其微分形式为

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (1.2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1.3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (1.4)$$

其中, $\mathbf{D}$, $\mathbf{E}$, $\mathbf{H}$, $\mathbf{B}$, ρ , $\mathbf{J}$ 分别为电位移矢量、电场强度、磁场强度、磁感应强度、自由电荷密度和介质中的传导电流密度。其中, $\mathbf{D}$, $\mathbf{E}$, $\mathbf{H}$, $\mathbf{B}$ 是描述电磁场的物理量,而且都是矢量。式 (1.1) 表示变化的磁场是电场的旋度源,其感应的电场的电力线是闭合的;式 (1.2) 表示传导电流和位移电流均为磁场的旋度源,磁力线是闭合的;式 (1.3) 表示磁场没有散度源,即磁场不能终止于磁荷,所以至今也没有发现磁荷;式 (1.4) 表示电荷是电场的散度源,电场终止于负电荷。

∇ 为矢性算符,在不同坐标系下的表达式分别为

直角坐标系 $\nabla = i_x \frac{\partial}{\partial x} + i_y \frac{\partial}{\partial y} + i_z \frac{\partial}{\partial z}$, 其中, i_x, i_y, i_z 为直角坐标系单位矢量;

圆柱坐标系 $\nabla = i_r \frac{\partial}{\partial r} + i_\varphi \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} + i_z \frac{\partial}{\partial z}$, 其中, i_r, i_φ, i_z 为圆柱坐标系单位矢量;

球坐标系 $\nabla = i_r \frac{\partial}{\partial r} + i_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + i_\varphi \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi}$, 其中, i_r, i_θ, i_φ 为球坐标系单位矢量。

$\nabla \cdot$ 和 $\nabla \times$ 分别表示散度和旋度, 运算符合标量积和矢量积规则。

【例 1.1】 给定电场强度 $\mathbf{E} = i_x E_x + i_y E_y = i_x y + i_y x$, 求其散度和旋度。

解:

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \mathbf{E} &= \left(i_x \frac{\partial}{\partial x} + i_y \frac{\partial}{\partial y} + i_z \frac{\partial}{\partial z} \right) \cdot (i_x y + i_y x) \\ &= \frac{\partial}{\partial x} y + \frac{\partial}{\partial y} x = 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\nabla \times \mathbf{E} &= \left(i_x \frac{\partial}{\partial x} + i_y \frac{\partial}{\partial y} + i_z \frac{\partial}{\partial z} \right) \times (i_x y + i_y x) \\ &= i_z \frac{\partial}{\partial x} x - i_z \frac{\partial}{\partial y} y + i_y \frac{\partial}{\partial z} y - i_x \frac{\partial}{\partial z} x = 0\end{aligned}$$

【例 1.2】 求柱坐标系下标量函数的梯度和拉普拉斯表达式, 矢量函数的散度和旋度表达式。

解: 设标量函数 u , 矢量函数 $\mathbf{A} = i_r A_r + i_\varphi A_\varphi + i_z A_z$, 则

$$\nabla u = i_r \frac{\partial u}{\partial r} + i_\varphi \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \varphi} + i_z \frac{\partial u}{\partial z}$$

$$\nabla^2 u = \nabla \cdot \nabla u = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

$$\nabla \times \mathbf{A} = \frac{1}{r} \left[i_r \left(\frac{\partial A_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial (r A_\varphi)}{\partial z} \right) + r i_\varphi \left(\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \right) + i_z \left(\frac{\partial (r A_\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial \varphi} \right) \right]$$

若电磁场随时间做简谐变化, 即时间因子为 $\exp(j\omega t)$, 则可得到复数形式的麦克斯韦方程组

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (1.5)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega \mathbf{B} \quad (1.6)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + j\omega \mathbf{D} \quad (1.7)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1.8)$$

式 (1.5) ~ 式 (1.8) 中的所有物理量都是复数。在光纤光学中, 通常处理的都是简谐电磁场问题, 所以复数形式的麦克斯韦方程组就是电磁理论分析光波导的基础。

麦克斯韦方程组中, $\mathbf{D}$ 和 $\mathbf{E}$, $\mathbf{H}$ 和 $\mathbf{B}$ 之间的关系与电磁场存在空间的介质有关。在均匀、各向同性介质中, 它们的关系为

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} = \epsilon_0 \epsilon_r \mathbf{E} \quad (1.9)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H} \quad (1.10)$$

其中, ϵ 和 μ 为介质的介电常数和磁导率, ϵ_0 和 μ_0 为真空中的介电常数和磁导率, ϵ_r 和 μ_r

为介质相对于真空的相对介电常数和相对磁导率。式 (1.9)、式 (1.10) 由介质决定，所以称为物质关系。

在实际问题中，电磁场存在于不同介质组成的空间中，即存在两种介质的边界，所以需要把麦克斯韦方程组应用到两种介质的边界，得到所谓的边界条件。

对两个理想介质的分界面，边界条件为

$$\mathbf{n} \cdot (\mathbf{D}_1 - \mathbf{D}_2) = 0 \Rightarrow \mathbf{D}_{1n} = \mathbf{D}_{2n} \quad (1.11)$$

$$\mathbf{n} \times (\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2) = 0 \Rightarrow \mathbf{E}_{1t} = \mathbf{E}_{2t} \quad (1.12)$$

$$\mathbf{n} \cdot (\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2) = 0 \Rightarrow \mathbf{B}_{1n} = \mathbf{B}_{2n} \quad (1.13)$$

$$\mathbf{n} \times (\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2) = 0 \Rightarrow \mathbf{H}_{1t} = \mathbf{H}_{2t} \quad (1.14)$$

其中， $\mathbf{n}$ 为两介质分界面法线方向的单位矢量，电磁场量带下角标“1”代表介质1的电磁场量，带下角标“2”代表介质2的电磁场量，电磁场量下角标带“ n ”和“ t ”分别表示电磁场量的法向分量和切向分量。

1.3 亥姆霍兹波动方程

由复数形式的麦克斯韦方程组可以得到亥姆霍兹波动方程。通过解亥姆霍兹方程，并利用边界条件可以求出电磁场。

对式 (1.6) 两边分别取旋度，并利用式 (1.7)、式 (1.9) 和式 (1.10) 有

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = -j\omega \nabla \times \mathbf{B} = -j\omega\mu \nabla \times \mathbf{H} = -j\omega\mu (\mathbf{J} + j\omega\mathbf{D}) = -j\omega\mu (\mathbf{J} + j\omega\epsilon\mathbf{E})$$

对无源区域， $\mathbf{J}=0$ ，则

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = \omega^2 \mu \epsilon \mathbf{E} \quad (1.15)$$

再利用矢量恒等式

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E} \quad (1.16)$$

可得

$$\nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E} = \omega^2 \mu \epsilon \mathbf{E} \quad (1.17)$$

对无源区域， $\rho=0$ ，由式 (1.4) 可知 $\nabla \cdot \mathbf{E}=0$ ，代入式 (1.17) 得

$$\nabla^2 \mathbf{E} + \omega^2 \mu \epsilon \mathbf{E} = 0 \quad (1.18)$$

同理可得

$$\nabla^2 \mathbf{H} + \omega^2 \mu \epsilon \mathbf{H} = 0 \quad (1.19)$$

式 (1.18) 和式 (1.19) 分别为电场和磁场的亥姆霍兹方程。算子 $\nabla^2 = \nabla \cdot \nabla$ ，方程中的场量为矢量，所以称为矢量亥姆霍兹方程。直接求解矢量亥姆霍兹方程并不容易，一般是将矢量亥姆霍兹方程转化为标量亥姆霍兹方程，然后进行求解。

在直角坐标系中， $\mathbf{E} = i_x E_x + i_y E_y + i_z E_z$ ，由于 i_x, i_y, i_z 为常矢量，即大小和方向均不变，算子 ∇^2 对其作用结果为零，所以有

$$(i_x \nabla^2 E_x + i_y \nabla^2 E_y + i_z \nabla^2 E_z) + \omega^2 \mu \epsilon (i_x E_x + i_y E_y + i_z E_z) = 0$$

因此有

$$\nabla^2 E_x = \omega^2 \mu \epsilon E_x = 0 \quad (1.20)$$

$$\nabla^2 E_y + \omega^2 \mu \epsilon E_y = 0 \quad (1.21)$$

$$\nabla^2 E_z + \omega^2 \mu \epsilon E_z = 0 \quad (1.22)$$

式 (1.20) ~ 式 (1.22) 为电场的三个分量满足的方程。这些方程的形式与矢量亥姆霍兹方程一样, 唯一不同的是其中的场量为标量, 所以是标量亥姆霍兹方程。

对磁场的三个分量, 同样有

$$\nabla^2 H_x + \omega^2 \mu \epsilon H_x = 0 \quad (1.23)$$

$$\nabla^2 H_y + \omega^2 \mu \epsilon H_y = 0 \quad (1.24)$$

$$\nabla^2 H_z + \omega^2 \mu \epsilon H_z = 0 \quad (1.25)$$

在圆柱坐标系中, 由于只有 i_z 是常矢量, 所以只有 E_z 和 H_z 满足标量亥姆霍兹方程。

在球坐标系中, 所有的坐标方向单位矢量都不是常矢量, 所以所有场分量都不满足标量亥姆霍兹方程。

【例 1.3】 在各向同性均匀介质中, 某电场在直角坐标系中只有 x 分量, 且只是 z 的函数, 即

$$\mathbf{E} = i_x E_x(z)$$

求电磁场 $\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{H}$ 。

解: 由标量亥姆霍兹方程

$$\nabla^2 E_x + \omega^2 \mu \epsilon E_x = 0$$

将算子 ∇^2 在直角坐标系的表达式 $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ 和 $\mathbf{E} = i_x E_x(z)$ 代入可得

$$\frac{d^2 E_x}{dz^2} + \omega^2 \mu \epsilon E_x = 0$$

解得其通解

$$E_x = A \exp(-jkz) + B \exp(jkz)$$

其中, $k = \omega \sqrt{\mu \epsilon}$, 第一项表示沿 $+z$ 方向传播的均匀平面波, 第二项表示沿 $-z$ 方向传播的均匀平面波。

假定 $B=0$, 则

$$E_x = A \exp(-jkz)$$

其相位随 z 周期性变化, k 称为相位常数。相位变化一个最小周期对应的长度称为波长 λ , 即

$$k\lambda = 2\pi \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} \text{ 或 } k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

因此, k 又称为波数, 即 2π 长度上可容纳的波长数。

由式 (1.6) 可得

$$\mathbf{H} = i_y H_y(z) = i_y \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} A \exp(-jkz)$$

从例 1.3 可以看出, 各向同性均匀介质中的均匀平面波, 电场、磁场和传输方向三者符合右手定则。

1.4 光波导电磁场求解的一般方法

通常, 把能够导引电磁波按照一定的方向进行传播的装置, 称为波导。由金属材料构成的波导称为金属波导; 由介质材料构成的波导称为介质波导。导引光的光波导一般是介

质波导。例如, 介质平面光波导、光纤等都是介质波导。

能够独立存在于波导中的电磁场结构被称为模式。波导中实际存在的电磁场结构可以看作是这些模式的线性叠加。因此求解波导中的电磁场解可以转化为求解波导中的模式的场结构。电磁场模式通常按照电磁场传输方向的场分量(称为纵向场分量)是否为零对模式进行分类, 假定传输方向为 z 方向, 则根据 E_z , H_z 是否为零进行分类: 若 $E_z = H_z = 0$, 则称为横电磁模, 即 TEM 模式; 若 $E_z = 0$, $H_z \neq 0$, 则称为横电模, 即 TE 模式; 若 $H_z = 0$, $E_z \neq 0$, 则称为横磁模, 即 TM 模式; 若 $H_z \neq 0$, $E_z \neq 0$, 则称为混合模, 即 EH 或 HE 模式。

在直角坐标系下, 所有的场分量都满足标量亥姆霍兹方程, 所以可以求出所有场分量, 即使这样, 求解每一场分量所满足的亥姆霍兹方程仍然过于烦琐, 况且, 若是在圆柱坐标系下, 仅有 E_z , H_z 这样的纵向场分量满足标量亥姆霍兹方程可供求解, 其他横向的场分量并不能通过解亥姆霍兹方程来求得。因此, 只有通过麦克斯韦方程组找到横向场分量和纵向场分量的关系, 所有的场分量才能得到求解。

在无源区域, 重写麦克斯韦方程组式 (1.5) ~ 式 (1.8)

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho = 0 \quad (1.5)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega \mathbf{B} = -j\omega \mu \mathbf{H} \quad (1.6)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + j\omega \mathbf{D} = j\omega \epsilon \mathbf{E} \quad (1.7)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1.8)$$

假定电磁场沿 z 轴方向(纵向)传输, 把场和算子写成纵向矢量和横向矢量相加形式

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_T + i_z E_z$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_T + i_z H_z$$

$$\nabla = \nabla_T + i_z \frac{\partial}{\partial z}$$

其中下标 T 代表横向场, 代入式 (1.6) 和式 (1.7), 有

$$\nabla_T \times \mathbf{E}_T = -i_z j\omega \mu H_z \quad (1.26)$$

$$\nabla_T \times i_z E_z + i_z \times \frac{\partial \mathbf{E}_T}{\partial z} = -j\omega \mu \mathbf{H}_T \quad (1.27)$$

$$\nabla_T \times \mathbf{H}_T = i_z j\omega \epsilon E_z \quad (1.28)$$

$$\nabla_T \times i_z H_z + i_z \times \frac{\partial \mathbf{H}_T}{\partial z} = j\omega \epsilon \mathbf{E}_T \quad (1.29)$$

由式 (1.27) 和式 (1.29), 并利用公式 $\nabla_T \times (i_z E_z) = -i_z \times \nabla_T E_z$ 和 $\nabla_T \times (i_z H_z) = -i_z \times \nabla_T H_z$, 可得

$$i_z \times \frac{\partial \mathbf{E}_T}{\partial z} + j\omega \mu \mathbf{H}_T = i_z \times \nabla_T E_z \quad (1.30)$$

$$i_z \times \frac{\partial \mathbf{H}_T}{\partial z} - j\omega \epsilon \mathbf{E}_T = i_z \times \nabla_T H_z \quad (1.31)$$

$i_z \times$ 分别作用于式 (1.30) 和式 (1.31), 可得

$$-\frac{\partial \mathbf{E}_T}{\partial z} + j\omega \mu i_z \times \mathbf{H}_T = -\nabla_T E_z \quad (1.32)$$

$$-\frac{\partial \mathbf{H}_T}{\partial z} - j\omega \epsilon i_z \times \mathbf{E}_T = -\nabla_T H_z \quad (1.33)$$

$\frac{\partial}{\partial z}$ 作用于式 (1.32) 后, 与式 (1.33) 联立, 消去 $\frac{\partial \mathbf{H}_T}{\partial z}$, 可得

$$\left(k^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) \mathbf{E}_T = \frac{\partial}{\partial z} \nabla_T E_z + j\omega\mu \mathbf{i}_z \times \nabla_T H_z \quad (1.34)$$

其中 $k^2 = \omega^2 \mu \epsilon$ 。

同理可得

$$\left(k^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) \mathbf{H}_T = \frac{\partial}{\partial z} \nabla_T H_z - j\omega\epsilon \mathbf{i}_z \times \nabla_T E_z \quad (1.35)$$

若电磁波沿 z 轴方向传播, 不计损耗, 则所有场量随 z 有相位变化因子 $e^{-j\beta z}$, β 为传输方向的相位常数, 因此有

$$\frac{\partial}{\partial z} = -j\beta, \quad \frac{\partial^2}{\partial z^2} = -\beta^2 \quad (1.36)$$

$$k^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} = k^2 - \beta^2 = k_c^2$$

应用式 (1.36) 后, 式 (1.34) 和式 (1.35) 变为

$$\mathbf{E}_T = \frac{-j\beta}{k_c^2} \nabla_T E_z + j \frac{\omega\mu}{k_c^2} \mathbf{i}_z \times \nabla_T H_z \quad (1.37)$$

$$\mathbf{H}_T = \frac{-j\beta}{k_c^2} \nabla_T H_z - j \frac{\omega\epsilon}{k_c^2} \mathbf{i}_z \times \nabla_T E_z \quad (1.38)$$

式 (1.37) 和式 (1.38) 给出了纵向场和横向场的关系。若纵向场分量被确定, 则可求出横向场。因为纵向场分量在直角坐标系和圆柱坐标系下均满足标量亥姆霍兹方程, 所以可以通过解标量亥姆霍兹方程求出纵向场分量, 然后再利用纵向场和横向场的关系求出横向场。

除了 TEM 模式外, 所有的模式都可以采取先求纵向场, 再求横向场的方法。

【例 1.4】某波导中电磁场的纵向场分量

$$E_z = E_0 \sin\left(\frac{\pi x}{5}\right) \sin\left(\frac{\pi y}{3}\right) e^{-j\beta z}$$

$$H_z = 0$$

试求其横向场分量 E_x , E_y , H_x 和 H_y 。

解: 在直角坐标系下, $\nabla_T = \mathbf{i}_x \frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{i}_y \frac{\partial}{\partial y}$, 所以

$$\mathbf{E}_T = \frac{-j\beta}{k_c^2} \left(\mathbf{i}_x \frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{i}_y \frac{\partial}{\partial y} \right) E_z + j \frac{\omega\mu}{k_c^2} \mathbf{i}_z \times \left(\mathbf{i}_x \frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{i}_y \frac{\partial}{\partial y} \right) H_z$$

$$\mathbf{H}_T = \frac{-j\beta}{k_c^2} \left(\mathbf{i}_x \frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{i}_y \frac{\partial}{\partial y} \right) H_z - j \frac{\omega\epsilon}{k_c^2} \mathbf{i}_z \times \left(\mathbf{i}_x \frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{i}_y \frac{\partial}{\partial y} \right) E_z$$

将 $E_z = E_0 \sin\left(\frac{\pi x}{5}\right) \sin\left(\frac{\pi y}{3}\right) e^{-j\beta z}$, $H_z = 0$ 代入可得

$$\mathbf{E}_T = \frac{-j\beta E_0}{k_c^2} \left[\mathbf{i}_x \frac{\pi}{5} \cos\left(\frac{\pi x}{5}\right) \sin\left(\frac{\pi y}{3}\right) + \mathbf{i}_y \frac{\pi}{3} \sin\left(\frac{\pi x}{5}\right) \cos\left(\frac{\pi y}{3}\right) \right] e^{-j\beta z}$$

$$\mathbf{H}_T = -j \frac{\omega\epsilon E_0}{k_c^2} \left[\mathbf{i}_y \frac{\pi}{5} \cos\left(\frac{\pi x}{5}\right) \sin\left(\frac{\pi y}{3}\right) - \mathbf{i}_x \frac{\pi}{3} \sin\left(\frac{\pi x}{5}\right) \cos\left(\frac{\pi y}{3}\right) \right] e^{-j\beta z}$$

所以

$$\begin{aligned} E_x &= \frac{-j\beta E_0}{k_z^2} \frac{\pi}{5} \cos\left(\frac{\pi x}{5}\right) \sin\left(\frac{\pi y}{3}\right) e^{-j\beta z} \\ E_y &= \frac{-j\beta E_0}{k_z^2} \frac{\pi}{3} \sin\left(\frac{\pi x}{5}\right) \cos\left(\frac{\pi y}{3}\right) e^{-j\beta z} \\ H_x &= \frac{j\omega\epsilon E_0}{k_z^2} \frac{\pi}{3} \sin\left(\frac{\pi x}{5}\right) \cos\left(\frac{\pi y}{3}\right) e^{-j\beta z} \\ H_y &= \frac{-j\omega\epsilon E_0}{k_z^2} \frac{\pi}{5} \cos\left(\frac{\pi x}{5}\right) \sin\left(\frac{\pi y}{3}\right) e^{-j\beta z} \end{aligned}$$

1.5 射线光学基础

用射线分析光波导具有直观形象、概念清晰、方法简便的优点，射线光学是一种电磁理论的短波长近似。当波长远小于系统尺寸时，可以忽略光波的衍射效应，而把光的传播作为直线或曲线处理。在该理论中，光线传播的方向就是光波的能流方向，它的每一点的切线方向与光波等相位面正交。

程函方程是射线光学的基本方程，是描述光线相位特性的方程，适用于单色光的 Maxwell 方程的约化形式

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu\mathbf{H} \quad (1.39)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = j\omega\epsilon\mathbf{E} \quad (1.40)$$

在均匀介质中式 (1.39) 和式 (1.30) 存在平面波特解

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_0(\mathbf{r})e^{-jk_0\varphi(\mathbf{r})}, \quad \mathbf{H}(\mathbf{r}) = \mathbf{H}_0(\mathbf{r})e^{-jk_0\varphi(\mathbf{r})}$$

在特解表达式中已省略了固定的时变因子 $e^{j\omega t}$ ，振幅 $\mathbf{E}_0(\mathbf{r})$ 和 $\mathbf{H}_0(\mathbf{r})$ 均为 $\mathbf{r}$ 的函数， $-k_0\varphi(\mathbf{r})$ 代表相位延迟， $k_0 = 2\pi/\lambda_0$ ， $\varphi(\mathbf{r})$ 为光程。

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) = \nabla \times (\mathbf{E}_0(\mathbf{r})e^{-jk_0\varphi(\mathbf{r})}) = [\nabla \times (\mathbf{E}_0(\mathbf{r}))] e^{-jk_0\varphi(\mathbf{r})} - jk_0 [\nabla\varphi(\mathbf{r}) \times \mathbf{E}_0(\mathbf{r})] e^{-jk_0\varphi(\mathbf{r})} \quad (1.41)$$

在几何光学近似下， $\lambda_0 \rightarrow 0$ 时，波矢项 k_0 数值很大，式 (1.41) 右边第一项可以忽略，这时式 (1.41) 简化为

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) \approx -jk_0 [\nabla\varphi(\mathbf{r}) \times \mathbf{E}_0(\mathbf{r})] e^{-jk_0\varphi(\mathbf{r})} \quad (1.42)$$

代入式 (1.39)，可得

$$k_0 [\nabla\varphi(\mathbf{r}) \times \mathbf{E}_0(\mathbf{r})] = \omega\mu\mathbf{H}_0(\mathbf{r}) \quad (1.43)$$

同理可得

$$k_0 [\nabla\varphi(\mathbf{r}) \times \mathbf{H}_0(\mathbf{r})] = -\omega\epsilon\mathbf{E}_0(\mathbf{r}) \quad (1.44)$$

电场和磁场的关系式用矩阵表示为

$$\begin{pmatrix} k_0 \nabla\varphi(\mathbf{r}) \times & \epsilon\omega \\ -\mu\omega & k_0 \nabla\varphi(\mathbf{r}) \times \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{H}_0(\mathbf{r}) \\ \mathbf{E}_0(\mathbf{r}) \end{pmatrix} = 0 \quad (1.45)$$

要使电场和磁场有非零解，式 (1.45) 中系数行列式应该为零。

对于各向同性介质，经计算可以得到相应的程函方程为

$$[\nabla(k_0\varphi(\mathbf{r}))]^2 = \epsilon(\mathbf{r})\mu(\mathbf{r})\omega^2 = k^2(\mathbf{r}) \quad (1.46)$$

对于非磁性光学介质, 式 (1.46) 简化为

$$|\nabla\varphi(\mathbf{r})| = n(\mathbf{r}) \quad (1.47)$$

其中使用了 $k(\mathbf{r}) = k_0 \sqrt{\epsilon_r(\mathbf{r})} = k_0 n(\mathbf{r})$ 。式 (1.47) 是各向同性介质中的程函方程, 其物理含义为: 空间中任何一点的光波的相位变化率正比于该点的折射率。

当已知折射率分布时, 就可以得到光程函数 $\varphi(\mathbf{r})$, 若令

$$\varphi(\mathbf{r}) = \text{常数}$$

就可确定等相位面, 等相位面的法线方向就是光线的方向。

用几何光学研究光的传播问题, 最直观的还是对光线这一概念的操作, 理论上用射线方程来描述。在此, 可以通过程函方程推导出射线方程。

如图 1.1 所示, 光线上各点到参考点的矢径为 $\mathbf{r}$, $d\mathbf{s}$ 为光线上的的一段微分元, 则光线的方向为切线方向, 其单位矢量为

$$\boldsymbol{\tau} = \frac{d\mathbf{r}}{ds} \quad (1.48)$$

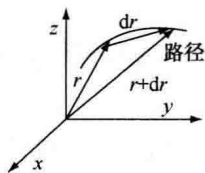


图 1.1 光线

另外, $\nabla\varphi(\mathbf{r})$ 是等相位面的梯度, 所以光线上的某点的切线方向也可以表示成 $\frac{\nabla\varphi(\mathbf{r})}{|\nabla\varphi(\mathbf{r})|}$, 于是有

$$\boldsymbol{\tau} = \frac{d\mathbf{r}}{ds} = \frac{\nabla\varphi(\mathbf{r})}{|\nabla\varphi(\mathbf{r})|} \quad (1.49)$$

将式 (1.47) 代入到式 (1.49) 中, 可以得到

$$n(\mathbf{r}) \frac{d\mathbf{r}}{ds} = \nabla\varphi(\mathbf{r}) = \frac{d\mathbf{r}}{ds} \frac{d\varphi(\mathbf{r})}{ds} \quad (1.50)$$

再对式 (1.50) 两边求路径 s 的导数, 可得

$$\frac{d}{ds} \left(n \frac{d\mathbf{r}}{ds} \right) = \frac{d}{ds} \nabla\varphi(\mathbf{r}) = \nabla \frac{d\varphi(\mathbf{r})}{ds} = \nabla n \quad (1.51)$$

式 (1.51) 就是折射率分布为 n 的媒质中光线传播的路径方程, 也称为射线方程。射线方程将光线轨迹 (用 $\mathbf{r}$ 描述) 和空间折射率分布 n 联系起来, 从而用射线方程可以直接求出光线轨迹表达式。 $\frac{d\mathbf{r}}{ds}$ 是光线切向斜率, 对于均匀介质, 折射率 n 为常数, 光线以直线形式

传播; 对于渐变介质, 折射率 n 是矢径 $\mathbf{r}$ 的函数, 则 $\frac{d\mathbf{r}}{ds}$ 为一个变量, 这表明光线将发生弯曲。而且可以证明, 光线总是向折射率高的一侧弯曲。

【例 1.5】光线在均匀介质中沿直线传播。

解: 设介质均匀各向同性, 则介质折射率 n 是一个常数, 即 $\nabla n = 0$, 于是程函方程可以改写成 $\frac{d}{ds} \left(n \frac{d\mathbf{r}}{ds} \right) = 0$, 其解为矢量直线方程 $\mathbf{r} = s\mathbf{a} + \mathbf{b}$, 其中 $\mathbf{a}$ 和 $\mathbf{b}$ 是常矢量, 在均匀介质中光线路径沿矢量 $\mathbf{a}$ 前进, 并通过 $\mathbf{r} = \mathbf{b}$ 点, 即光线在均匀介质中沿直线传播, 如图 1.2 所示。

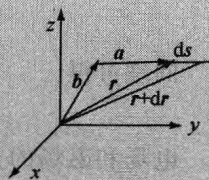


图 1.2 均匀介质中的光线

【例 1.6】证明在非均匀介质中, 光线向折射率较高之处弯曲。

解: 令 $\boldsymbol{\tau}$ 为沿光线切线方向的单位矢量, 即 $\boldsymbol{\tau} = \frac{d\mathbf{r}}{ds}$ 。由光线方程可得

$$\frac{d}{ds}\left(n \frac{d\mathbf{r}}{ds}\right) = \frac{d}{ds}(n\boldsymbol{\tau}) = n \frac{d\boldsymbol{\tau}}{ds} + \boldsymbol{\tau} \frac{dn}{ds} = \nabla n$$

整理得

$$\frac{d\boldsymbol{\tau}}{ds} = \frac{1}{n} \left(\nabla n - \boldsymbol{\tau} \frac{dn}{ds} \right)$$

单位矢量 $\boldsymbol{\tau}$ 沿光线曲线上的变化率大小可表示为

$$\frac{1}{\rho} = \left| \frac{d\boldsymbol{\tau}}{ds} \right|$$

其中, ρ 为曲线在该点的曲率半径, 则

$$\frac{d\boldsymbol{\tau}}{ds} = \frac{1}{\rho} \boldsymbol{\sigma}$$

其中, $\boldsymbol{\sigma}$ 为法线方向的单位矢量, 由 $\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\tau} = 0$, 可得

$$(\nabla n) \cdot \boldsymbol{\sigma} = \frac{n}{\rho} > 0$$

因此, 光线轨迹的主法线与折射率的梯度方向之间的夹角为锐角, 即沿主法线方向前行时, 折射率增大, 也就是说光线向折射率较高之处弯曲。

1.6 坡印廷矢量

下面根据麦克斯韦方程分析电磁场的坡印廷矢量, 即能流密度矢量, 重写式 (1.1) 和式 (1.2)

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

则

$$\nabla \cdot (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) = \mathbf{H} \cdot \nabla \times \mathbf{E} - \mathbf{E} \cdot \nabla \times \mathbf{H} = -\mathbf{H} \cdot \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} - \mathbf{J} \cdot \mathbf{E} - \mathbf{E} \cdot \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (1.52)$$

对于线性材料, 有

$$\begin{aligned} \mathbf{H} \cdot \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + \mathbf{E} \cdot \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} &= \mu \mathbf{H} \cdot \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} + \epsilon \mathbf{E} \cdot \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \\ &= \frac{1}{2} \mu \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{H} \cdot \mathbf{H}) + \frac{1}{2} \epsilon \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{E} \cdot \mathbf{E}) \end{aligned} \quad (1.53)$$

$$= \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{B} \cdot \mathbf{H} + \mathbf{D} \cdot \mathbf{E})$$

$$\mathbf{J} \cdot \mathbf{E} = \sigma \mathbf{E} \cdot \mathbf{E} = \sigma E^2 \quad (1.54)$$

令

$$u = \frac{1}{2} \mathbf{B} \cdot \mathbf{H} + \frac{1}{2} \mathbf{D} \cdot \mathbf{E} \quad (1.55)$$

$$\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H} \quad (1.56)$$

其中, u 为能量密度, $\mathbf{S}$ 称为坡印廷矢量。

因此, 式 (1.52) 可以改写为以下形式:

$$-\nabla \cdot \mathbf{S} = \frac{\partial}{\partial t} u + \sigma E^2 \quad (1.57)$$

对式 (1.57) 两边关于任意体积 V 进行积分, 再利用高斯散度定理可得

$$-\mathbf{S} \cdot d\mathbf{A} = \frac{\partial}{\partial t} \iiint_V u dV + \iiint_V \sigma E^2 dV \quad (1.58)$$

式 (1.58) 的物理意义是: 空间某点 $\mathbf{S}$ 矢量流入单位体积边界面的流量等于该体积内电磁能量的增加率和焦耳损耗功率, 它表征了电磁场中能量守恒关系。

【例 1.7】 在无源 ($\rho=0, J=0$) 的自由空间中, 时变电磁场的电场强度为

$$\mathbf{E}(z) = \mathbf{i}_y E_0 \cos(\omega t - kz) \text{ (V/m)}$$

其中, k 和 E_0 为常数。求坡印廷矢量的瞬时值和平均值。

解: 因为

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \mathbf{i}_z \frac{\partial E_y}{\partial x} - \mathbf{i}_x \frac{\partial E_y}{\partial z} = -\mathbf{i}_x k E_0 \sin(\omega t - kz)$$

所以

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu_0} \int \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} dt = -\mathbf{i}_x \frac{k E_0}{\omega \mu_0} \cos(\omega t - kz)$$

瞬时坡印廷矢量为

$$\begin{aligned} \mathbf{S}(t) &= \mathbf{E}(t) \times \mathbf{H}(t) = -\mathbf{i}_y E_0 \cos(\omega t - kz) \times \mathbf{i}_x \frac{k E_0}{\omega \mu_0} \cos(\omega t - kz) \\ &= \mathbf{i}_z \frac{k E_0^2}{\omega \mu_0} \cos^2(\omega t - kz) \end{aligned}$$

平均坡印廷矢量为

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_{av} &= \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{S}(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{E}(t) \times \mathbf{H}(t) dt = \mathbf{i}_z \frac{k E_0^2}{\omega \mu_0 T} \int_0^T \cos^2(\omega t - kz) dt \\ &= \mathbf{i}_z \frac{k E_0^2}{2 \omega \mu_0} \text{ (W/m}^2\text{)} \end{aligned}$$

1.7 平面光波在电介质表面的反射和折射

平面光波通过不同介质的界面时会发生反射和折射, 光在介质界面的反射和折射特性与电矢量的振动方向密切相关。由于平面光波的横波特性, 电矢量可在垂直传播方向的平面内的任意方向上振动, 而它总可以分解成平行于入射面振动的分量 (p 分量) 和垂直于入射面振动的分量 (s 分量), 一旦这两个分量的反射、折射特性确定, 则任意方向上的振动的光的反射和折射特性也就确定。菲涅耳公式就是确定这两个振动分量反射、折射特性的定量关系式。

首先研究入射波仅含 s 分量和仅含 p 分量这两种特殊情况, 当这两种分量同时存在时, 则只要分别先计算由单个分量成分的折射、反射电场, 然后根据矢量叠加原理进行矢量相加即可得到结果。

1.7.1 电矢量垂直入射面的平面波

图 1.3 是电矢量垂直入射面的平面波在介质分界面发生反射和折射的示意图, 其中电场 $\mathbf{E}$ 的 s 分量垂直于纸面, 向外为正, $\mathbf{E}_i$, $\mathbf{E}_r$ 和 $\mathbf{E}_t$ 分别是入射波电矢量、反射波电矢量、透射波电矢量。所有场量的脚标中 s , p 分别代表 s 和 p 分量, 0 代表界面处。在界面上电场切向分量连续, 根据式 (1.12), 可得

$$E_{ios} + E_{ros} = E_{tos} \quad (1.59)$$

同理, 根据式 (1.14), 在界面上磁场的切向分量连续, 即

$$-H_{iop} \cos \theta_i + H_{rop} \cos \theta_r = -H_{top} \cos \theta_t \quad (1.60)$$

在非磁性各向同性介质中, 电场 $\mathbf{E}$ 和磁场 $\mathbf{H}$ 的数值之间的关系为

$$H = \frac{B}{\mu_0} = \frac{n}{\mu_0 c} E \quad (1.61)$$

利用式 (1.59) ~ 式 (1.61), 得到电场 s 分量的反射系数和透射系数分别为

$$r_s = \frac{E_{ros}}{E_{ios}} = \frac{n_1 \cos \theta_i - n_2 \cos \theta_t}{n_1 \cos \theta_i + n_2 \cos \theta_t} = \frac{n_1 \cos \theta_i - n_2 \sqrt{1 - \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \sin^2 \theta_i}}{n_1 \cos \theta_i + n_2 \sqrt{1 - \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \sin^2 \theta_i}} \quad (1.62)$$

$$t_s = \frac{E_{tos}}{E_{ios}} = \frac{2n_1 \cos \theta_i}{n_1 \cos \theta_i + n_2 \cos \theta_t} = \frac{2n_1 \cos \theta_i}{n_1 \cos \theta_i + n_2 \sqrt{1 - \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \sin^2 \theta_i}} \quad (1.63)$$

1.7.2 电矢量平行入射面的平面波

图 1.4 是电矢量平行入射面时光波在两种介质界面上的反射和折射示意图, 其中电场 $\mathbf{E}$ 的 p 分量按照其在界面上的投影方向向右为正, 向左为负。磁场 $\mathbf{H}$ 垂直于纸面, 向外为正。 $\mathbf{E}$, $\mathbf{H}$ 和 $\mathbf{k}$ 组成右手坐标系。

在介质分界面, 电场和磁场的切向分量连续, 根据式 (1.12) 和式 (1.14) 可得

$$E_{iop} \cos \theta_i + E_{rop} \cos \theta_r = E_{top} \cos \theta_t \quad (1.64)$$

$$H_{ios} - H_{ros} = H_{tos} \quad (1.65)$$

利用非磁性各向同性介质中, 电矢量 $\mathbf{E}$ 和磁矢量 $\mathbf{H}$ 的数值之间的关系, 可以得到电场 p 分量的反射系数和透射系数, 分别为

$$r_p = \frac{E_{rop}}{E_{iop}} = -\frac{n_1 \cos \theta_t - n_2 \cos \theta_i}{n_1 \cos \theta_t + n_2 \cos \theta_i} = \frac{n_2 \cos \theta_i - n_1 \sqrt{1 - \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \sin^2 \theta_i}}{n_2 \cos \theta_i + n_1 \sqrt{1 - \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \sin^2 \theta_i}} \quad (1.66)$$

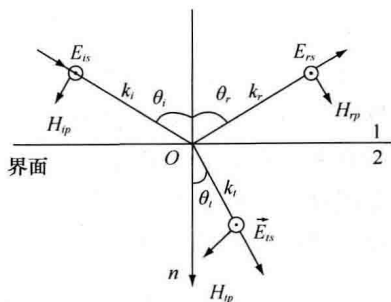


图 1.3 电矢量垂直入射面的平面波的反射和折射

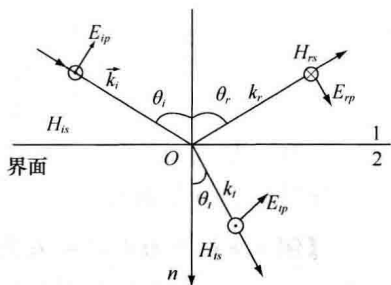


图 1.4 电矢量平行入射面的平面波的反射和折射