

许东亮 蔡高玉 刚蕾 编

高等数学(II)

跟踪习题册

(下)

清华大学出版社

许东亮 蔡高玉 刚蕾 编

高等数学(II)

跟踪习题册

(下)

清华大学出版社
北京

内 容 简 介

本书是与石瑞民等编写的《高等数学》配套的教学用书. 体系和内容与教材一致, 用于教学同步练习. 主要内容包括: 向量代数与空间解析几何、多元函数微分学、重积分、曲线积分与曲面积分、无穷级数. 本书在选材上, 力求具有代表性, 既保证内容的覆盖面, 又注意精选题目; 同时重视基本概念, 力求贴近实际应用.

本书可作为高等院校工科类各专业本科生学习高等数学课程的辅导用书, 也可供从事高等数学教学的教师参考.

版权所有, 侵权必究. 侵权举报电话: 010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

高等数学(II)跟踪习题册. 下/许东亮, 蔡高玉, 刚蕾编. --北京: 清华大学出版社, 2015

ISBN 978-7-302-38790-9

I. ①高… II. ①许… ②蔡… ③刚… III. ①高等数学-高等学校-习题集 IV. ①O13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 291099 号

责任编辑: 佟丽霞

封面设计: 常雪影

责任校对: 王淑云

责任印制: 刘海龙

出版发行: 清华大学出版社

网 址: <http://www.tup.com.cn>, <http://www.wqbook.com>

地 址: 北京清华大学学研大厦 A 座 邮 编: 100084

社 总 机: 010-62770175 邮 购: 010-62786544

投稿与读者服务: 010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质 量 反 馈: 010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印 装 者: 三河市少明印务有限公司

经 销: 全国新华书店

开 本: 185mm×260mm 印 张: 7.25 字 数: 168 千字

版 次: 2015 年 1 月第 1 版 印 次: 2015 年 1 月第 1 次印刷

印 数: 1~2500

定 价: 15.00 元

产品编号: 060595-01

前 言

高等数学是众多专业课程的基础课程. 在高等数学的教学中, 切合学生实际的习题锻炼是巩固数学知识和掌握数学思想方法的必要环节.

本书是与《高等数学》(石瑞民, 蔡剑主编, 江苏教育出版社, 2010 年) 配套的跟踪习题册, 分为上、下两册. 本册为下册, 内容包括向量代数与空间解析几何、多元函数微分学、重积分、曲线积分与曲面积分、无穷级数.

本书适合民办高校、独立学院及高等职业学校工科类各专业本科生使用. 编者在总结多年本科数学教学经验, 探索独立学院本科数学教学发展动向, 结合民办高校、独立学院及高等职业学校发展定位的基础上编写了本书. 此书也可供成教、电大相关专业选用.

本书的编写以高等数学的教学大纲为依据, 紧扣教材内容和难度, 力求理论联系实际, 着重培养学生分析和解决问题的能力. 本书编排体现了数学教学规律: 循序渐进、由浅入深. 本书包括基础和提高两部分, 基础部分侧重对知识点的涵盖, 对基础知识、基本技能的考查, 对重点知识的强调; 提高部分侧重题目新颖灵活, 难度较高, 并且具有一定综合性, 提高部分的题目都标有*号. 每一章后配备一套总习题, 旨在帮助学生进一步巩固掌握所学内容.

本书的形式为学生作业本, 一方面比较规范, 便于教师批改; 另一方面可以使学生能保全系统的作业, 便于查漏补缺和复习巩固.

本书由许东亮、蔡高玉和刚蕾共同编写. 许东亮负责第 10、11 章; 蔡高玉负责第 8、12 章; 刚蕾负责第 9 章. 最后由许东亮统稿.

由于编者水平有限, 书中难免有不妥之处, 恳请专家同仁不吝指教.

《高等数学(II)跟踪习题册》编写组

2014 年 10 月

目 录

第 8 章 向量代数与空间解析几何	1
8.1 空间向量及其线性运算	1
8.2 空间向量的数量积与向量积	3
8.3 空间平面及其方程	6
8.4 空间直线及其方程	9
8.5 空间曲面与空间曲线	13
总习题 8	16
第 9 章 多元函数微分学	21
9.1 多元函数的基本概念	21
9.2 偏导数	23
9.3 全微分	25
9.4 多元复合函数的求导法则	26
9.5 隐函数的求导公式	28
9.6 多元函数微分学的几何应用	29
9.7 方向导数与梯度	31
9.8 多元函数的极值及求法	32
总习题 9	33
第 10 章 重积分	35
10.1 二重积分的计算	35
10.2 三重积分的计算	42
10.3 重积分的应用	45
总习题 10	48
第 11 章 曲线积分与曲面积分	53
11.1 对弧长的曲线积分	53
11.2 对面积的曲面积分	55
11.3 对坐标的曲线积分	57
11.4 格林公式及应用	59
11.5 对坐标的曲面积分及高斯公式	63
总习题 11	66

第 12 章 无穷级数	71
12.1 常数项级数的概念和性质	71
12.2 常数项级数的审敛法	73
12.3 幂级数	79
12.4 函数展开成幂级数	83
12.5 函数幂级数展开式在近似计算中的应用	85
12.6 傅里叶级数	87
12.7 正弦级数和余弦级数	89
总习题 12	91
答案	101

第 8 章 向量代数与空间解析几何

8.1 空间向量及其线性运算

1. 求点 (a, b, c) 关于(1)各坐标面; (2)各坐标轴; (3)坐标原点的对称点的坐标.

2. 求点 $M(4, -3, 5)$ 到各坐标轴的距离.

3. 在 yOz 面上, 求与三点 $A(3, 1, 2)$, $B(4, -2, -2)$ 和 $C(0, 5, 1)$ 等距离的点.

4. 设 $u = a - b + 2c$, $v = -a + 3b - c$, 试用 a, b, c 表示 $2u - 3v$.

5. 如果平面上一个四边形的对角线互相平分, 试用向量证明它是平行四边形.

6. 已知两点 $M_1(4, \sqrt{2}, 1)$ 和 $M_2(3, 0, 2)$, 计算向量 $\overrightarrow{M_1M_2}$ 的模, 方向余弦和方向角.

7. 设向量的方向余弦分别满足 (1) $\cos \alpha = 0$; (2) $\cos \beta = 0$; (3) $\cos \alpha = \cos \beta = 0$, 这些向量与坐标轴或坐标面的关系如何?

8. 分别求出向量 $\mathbf{a} = \mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}$, $\mathbf{b} = 2\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + 5\mathbf{k}$, $\mathbf{c} = -2\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ 的模, 并分别用单位向量 $\mathbf{a}^0, \mathbf{b}^0, \mathbf{c}^0$ 表达向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$.

8.2 空间向量的数量积与向量积

1. 已知 $\mathbf{a} + 3\mathbf{b}$ 垂直于 $7\mathbf{a} - 5\mathbf{b}$, $\mathbf{a} - 4\mathbf{b}$ 垂直于 $7\mathbf{a} - 2\mathbf{b}$, 求 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 的夹角.
2. 设 $\mathbf{m} = 3\mathbf{i} + 5\mathbf{j} + 8\mathbf{k}, \mathbf{n} = 2\mathbf{i} - 4\mathbf{j} - 7\mathbf{k}, \mathbf{p} = 5\mathbf{i} + \mathbf{j} - 4\mathbf{k}$, 求向量 $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} + 3\mathbf{n} - \mathbf{p}$ 在 x 轴上的投影及在 y 轴上的分向量.
3. 求平行于向量 $\mathbf{a} = (6, 7, -6)$ 的单位向量.
4. 从点 $A(2, -1, 7)$ 沿向量 $\mathbf{a} = 8\mathbf{i} + 9\mathbf{j} - 12\mathbf{k}$ 的方向取 $|\overrightarrow{AB}| = 34$, 求点 B 的坐标.

5. 设向量 $|\mathbf{a} + \mathbf{b}| = |\mathbf{a} - \mathbf{b}|$, $\mathbf{a} = (3, -5, 8)$, $\mathbf{b} = (-1, 1, z)$, 求 z .

6. 设 $\mathbf{a} = (2, -3, 1)$, $\mathbf{b} = (1, -2, 3)$, $\mathbf{c} = (2, 1, 2)$, 向量 $\mathbf{r}$ 满足 $\mathbf{r} \perp \mathbf{a}$, $\mathbf{r} \perp \mathbf{b}$, $\text{Prj}_{\mathbf{c}} \mathbf{r} = 14$, 求 $\mathbf{r}$.

7. 设 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 为单位向量, 且满足 $\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c} = \mathbf{0}$, 求 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} + \mathbf{b} \cdot \mathbf{c} + \mathbf{c} \cdot \mathbf{a}$.

8. 求向量 $\mathbf{a} = (4, -3, 4)$ 在向量 $\mathbf{b} = (2, 2, 1)$ 上的投影.

9. 设 $\mathbf{a} = (3, 5, -2)$, $\mathbf{b} = (2, 1, 4)$, 问 λ 与 μ 有怎样的关系, 能使得 $\lambda\mathbf{a} + \mu\mathbf{b}$ 与 z 轴垂直.

10. 已知 $\overrightarrow{OA} = \mathbf{i} + 3\mathbf{k}$, $\overrightarrow{OB} = \mathbf{j} + 3\mathbf{k}$, 求 $\triangle OAB$ 的面积.

11. 试用向量证明不等式: $\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2} \geq |a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3|$, 其中 $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3$ 为任意实数, 并指出等号成立的条件.

12. 求同时垂直于向量 $\mathbf{a} = (1, 0, -1)$ 和 $\mathbf{b} = (1, 1, 0)$ 的单位向量.

8.3 空间平面及其方程

1. 求过点 $(3, 0, -1)$ 且与 $3x - 7y + 5z - 12 = 0$ 平行的平面方程.
2. 求过 $(1, 1, -1)$, $(-2, -2, 2)$ 和 $(1, -1, 2)$ 三点的平面方程.
3. 一平面过点 $(1, 0, -1)$ 且平行于向量 $\mathbf{a} = (2, 1, 1)$ 和 $\mathbf{b} = (1, -1, 0)$, 试求这平面方程.
4. 求三平面 $x + 3y + z = 1$, $2x - y - z = 0$, $-x + 2y + 2z = 3$ 的交点.

5. 求点 $(1, 2, 1)$ 到平面 $x + 2y + 2z - 10 = 0$ 的距离.
6. 求过点 $(3, 0, -1)$ 且与向量 $\mathbf{a} = (3, -7, 5)$ 垂直的平面方程.
7. 求过点 $(1, -1, 1)$ 且与平面 $\pi_1: x - y + z - 1 = 0$ 及平面 $\pi_2: 2x + y + z + 1 = 0$ 垂直的平面方程.
8. 求过 x 轴且与平面 $5x + 4y - 2z + 3 = 0$ 垂直的平面方程.

9. 求过点 $(5, -7, 4)$ 且在三坐标轴上的截距相等的平面方程.

10. 一平面通过 z 轴且与平面 $2x + y - \sqrt{5}z = 0$ 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$, 求它的方程.

11. 求两平行平面 $\pi_1: x + y - z + 1 = 0$ 及 $\pi_2: 2x + 2y - 2z - 3 = 0$ 之间的距离.

8.4 空间直线及其方程

1. 求过点 $(4, -1, 3)$ 且平行于直线 $\frac{x-3}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{5}$ 的直线方程.

2. 用对称式方程及参数方程表示直线 $\begin{cases} x - y + z = 1, \\ 2x + y + z = 4. \end{cases}$

3. 求过点 $(2, 0, -3)$ 且与直线 $\begin{cases} x - 2y + 4z - 7 = 0, \\ 3x + 5y - 2z + 1 = 0 \end{cases}$ 垂直的平面方程.

4. 求过点 $(0, 2, 4)$ 且与平面 $x + 2z = 1$ 及平面 $y - 3z = 2$ 平行的直线方程.

5. 求过点 $(3, 1, -2)$ 且通过直线 $\frac{x-4}{5} = \frac{y+3}{2} = \frac{z}{1}$ 的平面方程.

6. 求直线 $\begin{cases} x+y+3z=0, \\ x-y-z=0 \end{cases}$ 与平面 $x-y-z+1=0$ 的夹角.

7. 试确定下列各组中的直线和平面间的关系:

(1) $\frac{x+3}{-2} = \frac{y+4}{-7} = \frac{z}{3}$ 和 $4x-2y-2z=3$;

(2) $\frac{x}{3} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{7}$ 和 $3x-2y+7z=8$;

(3) $\frac{x-2}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-4}$ 和 $x+y+z=3$.

8. 求点 $(-1, 2, 0)$ 在平面 $x+2y-z=0$ 上的投影.

9. 求点 $P(3, -1, 2)$ 到直线 $\begin{cases} x+y-z+1=0, \\ 2x-y+z-4=0 \end{cases}$ 的距离.