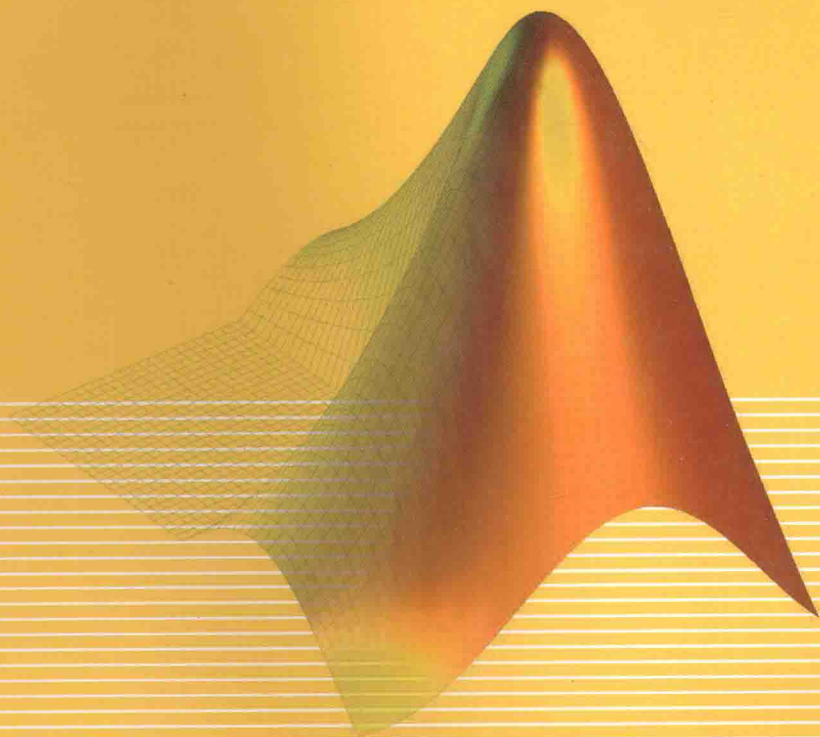


李宏艳 郭志强 李清华 崔伟 编著

数学实验

(MATLAB版)



清华大学出版社

数学实验

(MATLAB版)

李宏艳 郭志强 李清华 崔伟 编著



清华大学出版社
北京

内 容 简 介

本书从总体上由浅入深、循序渐进地安排了5章内容.第1章简单介绍 MATLAB,为后续实验提供软件基础;第2章对微积分、线性代数和概率统计三门数学课程中的基本概念、理论和方法设计了一些实验,引导学生进入自己体验数学、学习数学的境界,使其体会科学研究的过程;后3章是应用数学知识解决实际问题,重点是解决一些经济、管理方面的问题.

本书可作为高等院校各专业数学实验课的教材,也可供有关技术人员和管理工作者参考.

版权所有,侵权必究.侵权举报电话:010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

数学实验:MATLAB版/李宏艳等编著.--北京:清华大学出版社,2015
ISBN 978-7-302-40731-7

I. ①数… II. ①李… III. ①Matlab 软件—应用—高等数学—实验 IV. ①O13-33 ②O245

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 162005 号

责任编辑:刘 颖

封面设计:常雪影

责任校对:王淑云

责任印制:王静怡

出版发行:清华大学出版社

网 址: <http://www.tup.com.cn>, <http://www.wqbook.com>

地 址:北京清华大学学研大厦 A 座 邮 编:100084

社 总 机:010-62770175 邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质 量 反 馈:010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印 装 者:北京国马印刷厂

经 销:全国新华书店

开 本:185mm×230mm 印 张:14.75 字 数:321 千字
版 次:2015 年 8 月第 1 版 印 次:2015 年 8 月第 1 次印刷

印 数:1~2000

定 价:29.00 元

产品编号:065659-01

前言

为满足财经类高等学校数学专业开设数学实验课程教学的需要,根据专业特点和教学大纲的要求,并结合多年的教学经验,编写了本教材.全书共5章,内容包括:MATLAB软件,理解与计算实验,基础实验,数值实验和综合实验.全部实验均选用MATLAB数学软件加以实现,为使学生对MATLAB软件有初步了解,为进行相关数学实验打下基础,第1章介绍了MATLAB的初步知识,并在书后附加了MATLAB常用工具箱函数一览表.

本教材在内容的编排上遵循学习规律,注重循序渐进,由浅入深地引导学生进行实验.“理解与计算实验”这一章的每一节以实际应用问题为引例,以提高学生的学习兴趣;节后配置一定数量的习题并适当给出必要的提示.通过这部分实验,学生可以更加深入地理解和掌握“数学分析”、“高等代数”和“概率论与数理统计”三门数学基础课程的基本概念、理论和方法,进入自己体验数学、了解数学、学习数学的境界,进而体会科学研究的过程.“基础实验”一章引导学生使用数学知识系统地解决一些简单的实际问题,重点是经济、管理类中的应用问题.在具备了基本的系统分析和语言编程能力的基础上,为培养学生科学计算的能力,安排了“数值实验”一章,该部分在注重算法实现的同时,更注重数值实践的分析和比较,以指导学生在实际的科学计算中可以进行算法选择分析.最后一章为“综合实验”,以利于提升综合能力.

教材中的每个实验都全面考虑对以创造性思维能力和自学能力为重点的学生综合能力的培养,示范实验注重分析和观察,并尽量做到一题多解,以开阔学生的思维和视野.我们的目标是:既为

学生提供有所发现的线索和研究的阶梯,也注意给学生充分的自由度,为学生留下思考创造的空间.

由于水平所限,加之时间仓促,本书一定有许多缺点和错误,恳请读者和同行专家多提宝贵意见,以便将来作进一步修改、完善.

编者

2015年4月

第 0 章 导言 1

- 0.1 什么是数学实验 1
- 0.2 开设数学实验的原因和目的 5
- 0.3 怎样做数学实验 6

第 1 章 MATLAB 软件初步 8

- 1.1 MATLAB 简介 8
- 1.2 MATLAB 的基本操作 10
- 1.3 MATLAB 的基本运算处理 16
- 1.4 MATLAB 基本图形绘制 29
- 1.5 M 函数文件 44
- 1.6 M—book 的使用 51

第 2 章 理解与计算实验 58

- 2.1 函数的极限 58
- 2.2 函数的导数和偏导数 68
- 2.3 积分 81
- 2.4 微分方程 90
- 2.5 级数 96
- 2.6 数组和矩阵的运算 107
- 2.7 线性方程组的求解 114
- 2.8 概率论中各量的分析与计算 121
- 2.9 统计分析 129
- 2.10 随机模拟 137

第 3 章 基础实验 142

- 3.1 空中电缆的长度问题 142

3.2 波音公司飞机最佳定价策略问题	146
3.3 交通流量问题	149
3.4 分形几何中的 Koch 雪花问题	153
3.5 生日问题	155
3.6 路灯更换策略问题	159
3.7 单服务排队问题	162

第 4 章 数值实验 166

4.1 插值问题	166
4.2 拟合问题	173
4.3 数值积分与数值微分	177
4.4 常微分方程数值解	181
4.5 线性方程组的数值解法	188
4.6 非线性方程数值解	192

第 5 章 综合实验 201

5.1 线性代数在经济分析中的应用	201
5.2 销售策略问题	205
5.3 数学规划问题	208

附录 MATLAB 常用工具箱函数一览 216

1. 统计工具箱函数	216
2. 优化工具箱函数	224
3. 样条工具箱函数	225
4. 偏微分方程数值解工具箱函数	227

0.1 什么是数学实验

数学实验,概括地说是一种以实际问题为载体,以计算机为工具,以数学软件为平台,以学生为主体,借助教师辅导而完成的数学实践活动。

1. 以实际问题为载体

实验的直接目的是为了解决实际问题,所以它以解决实际问题为主线,每个实验都围绕某个实际问题展开,通过实际问题的分析和解决来学习数学知识以及培养运用数学知识解决实际问题的意识和能力。

2. 以计算机为工具

用数学知识解决实际问题当然离不开数值计算,而计算机最强大的功能恰恰是高速、快捷的计算能力,所以计算机为我们提供了便捷的计算工具,使我们摆脱繁重计算工作的困扰。

3. 以数学软件为平台

要使计算机充分发挥其特长,数学软件是必不可少的,利用它可以使计算机资源发挥更好的作用,从而避免低水平的重复劳动。

4. 以学生为主体

数学实验既然是实验,就要求学生多动手、多上机、勤思考、少讲多练,在老师指导下探索建立模型解决实际问题的方法,在失败与成功中获得真知,在实践中发挥聪明才智。

例 1 演示曲面的法线(以旋转曲面为例)。

分析 要完成该问题可分两步进行:(1)首先画出旋转曲面的图形;(2)在旋转曲面上画法线。

实验步骤

(1) 设计拟画法线的旋转曲面的方程,即确定旋转曲面的方程(实际是确定旋转曲面的母线方程)。

(2) 找到可以实现目的的数学软件,实现此目的的数学软件有许多,我们以 MATLAB 为工具实现此目的,查找相应的 MATLAB 语句。寻找方法:可以查阅书籍;通过 MATLAB 帮助文件;通过上网查询或上网寻求帮助。

(3) 熟悉语句的用法并实验,练习掌握(主要掌握各个参数的不同含义和功能)之后可完成本题。

作旋转曲面图的函数是 **cylinder**; 该函数生成绕 z 轴旋转的旋转曲面,其运行格式为: $[X,Y,Z]=\text{cylinder}(R,N)$,其中, R 是生成旋转曲面的母线向量,向量的维数即是 z 轴上等分区间 $[0,1]$ 的分点数(包括左右端点),向量中的每个数值是在相应的等分刻度上旋转半径的值; N 是旋转圆周上分格线的条数。

作曲面上法线的函数是 **surfnorm**,得到的结果是每个坐标点上的法线,其运行格式为 **surfnorm**(X,Y,Z),其中, (X,Y,Z) 指定画法线的坐标点。

可书写程序如下:

```
z = -1:0.1:1; % z 轴上[0,1]区间被分成了 20 份,共 21 个分点
y = 10 * sqrt(1 - z.^2); % 定出每个等分刻度上的旋转半径为  $y = 10 \sqrt{1 - z^2}$ 
[X,Y,Z] = cylinder(y,15); % 形成旋转曲面,纵向分割线为 15 条
surfnorm(X(:,1:15),Y(:,1:15),Z(:,1:15)); % 画出旋转曲面和平面上的法线
xlabel('x-axis')
ylabel('y-axis')
zlabel('z-axis') % 显示三个坐标轴
view([0,0]) % 控制观察视角
```

(4) 运行可看到图形,见图 0.1.1.

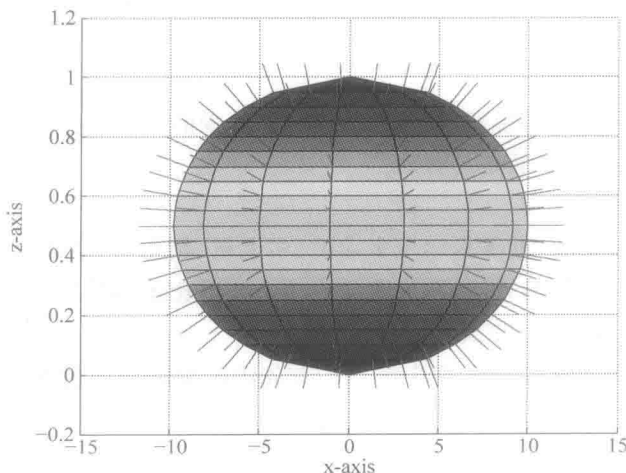


图 0.1.1 视角 $[0,0]$ 下的旋转曲面的法线

修改最后一条语句为: **view**($[90,0]$),则运行结果见图 0.1.2.

可再调整视角为 **view**($[120,18]$),结果如图 0.1.3.

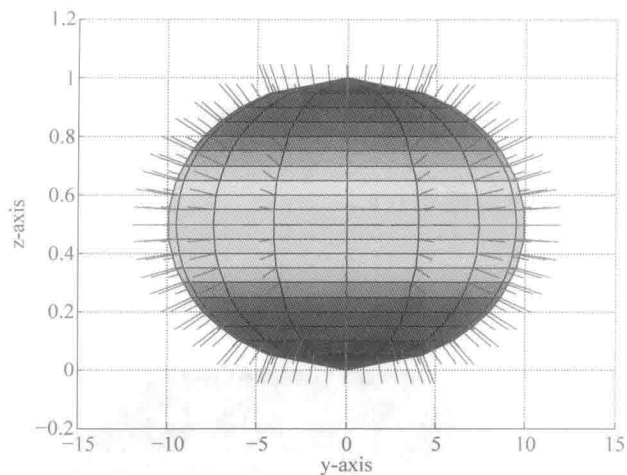


图 0.1.2 视角[90,0]下的旋转曲面的法线

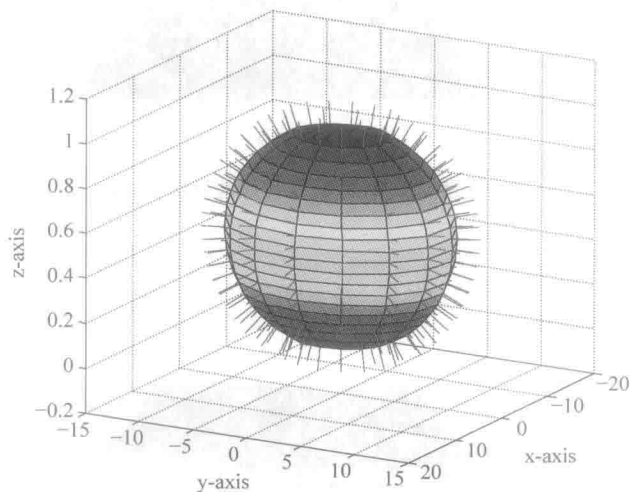


图 0.1.3 视角[120,18]下的旋转曲面的法线

(5) 通过改变母线形状、画法线的选取点和观察视角来观察图形的变化,以取得对该问题的深层次理解. 例如,改变母线的形状,可尝试书写下面的程序:

```

z = 0:pi/5:pi * 3;           % z 轴上[0,1]区间被分成了 15 份,共 16 个分点
y = 5 + cos(z);              % 定出每个等分刻度上的旋转半径为  $y = 5 + \cos z$ 
[X,Y,Z] = cylinder(y,20);    % 形成旋转曲面,纵向分割线 20 条
surfnorm(X(:,1:20),Y(:,1:20),Z(:,1:20)); % 画出旋转曲面和表面上的法线
xlabel('x - axis')

```

```
ylabel('y - axis')
xlabel('x - axis')
view([0,0])
view([90,0])
view([120,18])
```

% 显示三个坐标轴
% 控制观察视角 1
% 控制观察视角 2
% 控制观察视角 3

运行结果分别见图 0.1.4~图 0.1.6.

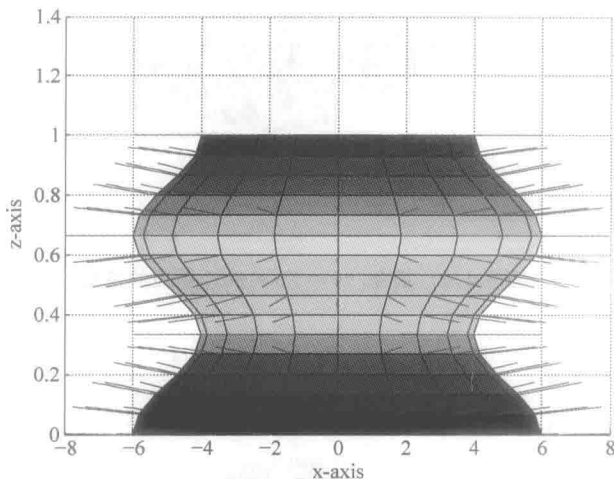


图 0.1.4 视角 $[0,0]$ 下的旋转曲面的法线

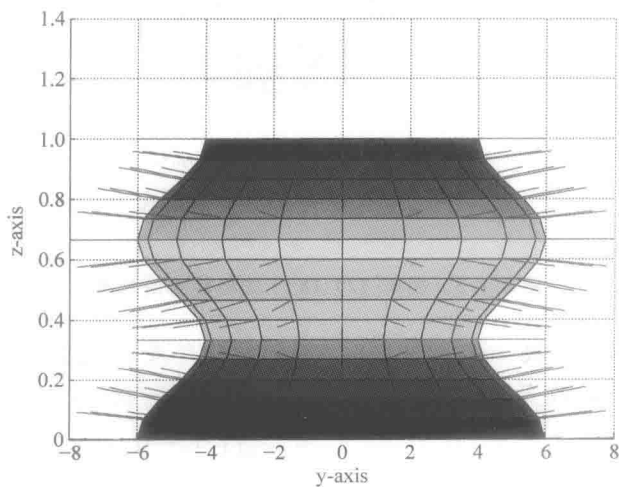


图 0.1.5 视角 $[90,0]$ 下的旋转曲面的法线

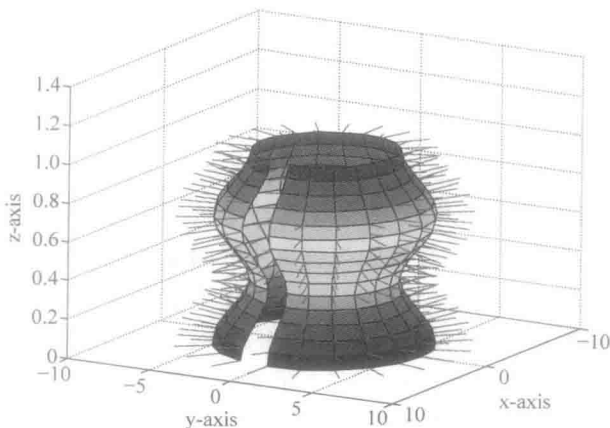


图 0.1.6 视角 $[120, 18]$ 下的旋转曲面的法线

思考

(1) 为何图 0.1.6 的曲面图出现一条缺口? 如何修改语句能使曲面封闭? 猜出一种原因, 就在软件上实行, 成功了便验证了猜想, 若不成功, 问: 为什么? 找出原因, 再设法解决, 如此反复, 直到解决问题。

(2) 如果事先设计好旋转曲面的方程, 即二元函数 $z=f(x, y)$, 按照三维图形的绘制方法可否画出旋转曲面? 请尝试用该方法画出上述两个曲面。

(3) 我们知道曲面上点的法线也可以通过曲面方程的偏导数求出来, 现在已经用现成的命令绘制出曲面的法线, 能否用我们熟悉的方法来绘制曲面的法线呢? 如果经过我们自己的努力实现此目的, 将两者比较分析, 岂不美哉! 如果没能实现, 思考为什么, 找出症结所在, 并设法解决。如果解决了, 很好! 如果没能解决, 再找原因, 再设法解决。以此类推, 就这样思考→实验→再思考→再实验反复地进行。如果最后圆满解决, 则真正理解了数学实验的涵义, 同时也了解了 MATLAB 语言关于该命令的核心算法, 并能深刻体会 MATLAB 的简捷高效性。

0.2 开设数学实验的原因和目的

1. 引导学生进入自己体验数学、了解数学、学习数学的境界

长久以来, 数学一直被认为是一门高度抽象的学科。对大多数人来说, 无论是研究数学还是学习数学, 都是从公理体系出发, 沿着“定义→定理→证明→推论”这样一条逻辑演绎的道路行进。公理化体系的建立, 充分展示了数学的高度抽象性和严谨的逻辑性, 使数学成为有别于其他自然科学的独树一帜的科学领域。但是, 在完美的公理化体系的包装下, 数学家们发现问题、处理问题、解决问题的思维轨迹往往被掩盖了。在学习, 常常有学生

问:“当初的数学家是怎样想到这个问题的?他们是怎样发现证明的方法的?”事实上,理性的认识以感性认识为基础,数学的抽象来源于对具体数学现象的归纳和总结.因此,通过开设数学实验,可使学生采用归纳的方法和实验的手段来学习和理解数学,进入自己体验数学、了解数学、学习数学的境界.

2. 培养学生应用数学解决实际问题的素质和能力

21世纪,各个学科的发展正走向“数学化”,数学的应用正走向“普及化”,因此,如何加强“用数学”的教育,培养学生应用数学知识解决实际问题的意识和能力,已经成为当前大学数学教育的重要课题.因此,通过开设数学实验,要使学生在自己动手、动脑理解数学概念和定理、解决一些实际问题的实验过程中,学会应用数学的方法和过程,逐渐提高应用数学的意识和能力,为更广泛更深入的数学应用打下坚实的基础.

3. 培养学生学习数学的兴趣和积极性,促成数学教学的良性循环

长期以来,内容多、负担重、枯燥乏味、学生学习积极性不高,一直困扰着大学数学教育工作者,与此形成鲜明对照的是受大环境支配的计算机热.由同学自己动手,用他们熟悉的、喜欢“玩”的计算机去理解数学中的抽象概念和结论,去解决几个经过简化的实际问题,让学生亲身感受到学习数学及应用所学的数学知识解决实际问题的“酸甜苦辣”.“做然后知不足”,在培养学生独立解决问题的能力同时,也激发了他们进一步学好数学的兴趣和积极性,因此,开设数学实验课可以促成数学教育的良性循环.

0.3 怎样做数学实验

为了做好数学实验,建议实验者遵循如下步骤:

(1) 明确所提出的需要研究和解决的实际问题,这是进行实验的直接目的,也是进行实验的主线.

(2) 设计一定的实验方式对所提出的问题进行观察和分析.例如,建立实际问题的数学模型,计算并列出各种实验数据,画出函数曲线进行观察、比较和思考,进行必要的公式演算和推导,等等.这一实验步骤往往要借助计算机作为实验辅助工具,它是做好实验的基础.

(3) 在完成上述步骤的过程中,努力发现问题的规律,并且对实验结果和规律性给出尽可能清晰的描述,同时提出你自己的猜想或见解.

(4) 通过数学的分析或证明(有时也借助计算机),给出支持你所获结论的论证.

(5) 总结全过程,写出实验报告.

同时,为了达到我们预期的目标,请实验者尽量做到以下几点:

(1) 要将动手、动脑结合起来,通过认真的思考设计出实验方式,再根据现有的实验结果进行深入的思考,然后再设计出实验方式,数学实验就是思考→实验→再思考→再实验的循环往复过程,最后直至问题完全解决(至少自己比较满意).当然,通常思

考和实验并没有明显的界限,往往是实验中有思考,思考中有实验.

(2) 在实验中,要对给出的数学现象进行认真的观察和研究,发现一些值得思考的问题,甚至是某些困惑或怀疑,这是实验的关键环节.

(3) 发现问题之后,不等、不靠,要通过自己的分析思考和实验最终使问题得到解决. 实验者应该学习、体会和掌握的是探索 and 发现数学规律的方法和过程以及解决实际问题的过程与步骤.

1.1 MATLAB 简介

MATLAB 语言的名字是由 matrix 和 laboratory 两个词的前三个字母组合而成的,含义是矩阵实验室,是 MathWorks 公司于 1967 年推出的一套高性能的数值计算和可视化数学软件.该软件具有以下几大特色.

(1) 数值计算功能强大. MATLAB 的含义是矩阵实验室(matrix laboratory),主要特点是方便矩阵的存取和计算,其基本元素是无需定义维数的矩阵.自问世以来, MATLAB 就以数值计算称雄,它进行数值计算的基本单位是数组(或称阵列),这使得它高度的“向量化”,经过几十年的完善和扩充,现已发展成为线性代数课程的标准工具.由于它不需定义数组的维数,并给出丰富的矩阵函数和特殊矩阵的专门库函数,使之在求解诸如信号处理、建模、系统识别、控制、优化等领域的问题时,显得大为简捷、高效、方便,这是其他高级语言所不能比拟的.

(2) 应用范围广泛、扩充能力强. MATLAB 中包括了被称作工具箱(toolbox)的各类应用问题的求解工具.工具箱实际是对 MATLAB 进行扩展应用的一系列 MATLAB 函数(称为 M 文件),它可用来求解各类学科的问题,包括信号处理、图像处理、控制系统辨识、神经网络等,在进行复杂的数学运算时可以直接调用.随着 MATLAB 版本的不断升级,其所含的工具箱的功能也越来越丰富,而且 MATLAB 的库函数同用户文件在形式上完全一样,所以用户文件也可作为库函数来调用,因而,用户可以根据自己的需要方便地建立和扩充新的库函数来完善自己的工具箱,以便扩充它的功能,提高 MATLAB 的使用效率.因此, MATLAB 的应用范围越来越广泛,成为涉及数值分析的各类工程师不可缺少的工具.

(3) 编程效率高,易学易懂.由于在 MATLAB 中进行编程运算与人进行科学计算的思路 and 表达方式基本一致,所以不像学习其他高级语言,如 Basic 语言、Fortran 语言和 C 语言等那样难以掌握,用 MATLAB 编写程序犹如在演算纸上排列出公式和求解问题,所以该语言又被称为演算纸式算法语言.在它的环境下,对所要求解的问题,用户只需简单地列出数学表达式,其结果便以数值或图形方式显示出来,所以编程效率高,易学易懂.实践证明,你可在几十分钟的时间内学会 MATLAB 的基础知识,在短短几个小时的使用中就能初步掌

握它.从而使你能够进行高效率 and 富有创造性的计算.

(4) 用户使用方便. MATLAB 语言是一种解释执行的语言(在没被专门的工具编译之前就可以执行),它灵活、方便,其调试程序手段丰富,调试速度快,需要学习的时间少.人们用任何一种语言编写程序和调试程序一般都要经过四个步骤:编辑、编译、连接以及执行和调试.各个步骤之间是顺序关系,编程的过程就是在它们之间作瀑布型的循环. MATLAB 语言与其他语言相比,较好地解决了上述问题,它把编辑、编译、连接和执行融为一体.它能在同一画面上进行灵活操作,快速排除输入程序中的书写错误、语法错误以及语意错误,从而加快了用户编写、修改和调试程序的速度,可以说在编程和调试过程中它是一种比 VB 还要简单的语言.具体地说, MATLAB 运行时,如直接在命令行输入 MATLAB 语句(包括调用 M 文件的语句),每输入一条语句, MATLAB 会立即对其进行处理,完成编译、连接和运行的全过程.如果将 MATLAB 源程序编辑为 M 文件,由于 MATLAB 磁盘文件也是 M 文件,所以编辑后的源文件就可直接运行,而不需进行编译和连接.在运行 M 文件时,如果有错,计算机屏幕上会给出详细的出错信息,用户经修改后再执行,直到正确为止.所以从广义上讲, MATLAB 语言不仅是一种语言,而且是一种语言调试系统.

(5) 语句简单,内涵丰富. MATLAB 语言中最基本最重要的成分是函数,其一般形式为 $[a,b,c,\dots] = \text{fun}(d,e,f,\dots)$,即一个函数由函数名“fun”,输入变量“d,e,f, $\dots$ ”和输出变量“a,b,c, $\dots$ ”组成,同一函数名“fun”,不同数目的输入变量(包括无输入变量)及不同数目的输出变量,代表着不同的含义(有点像面向对象中的多态性),这不仅使 MATLAB 的库函数功能更丰富,而且大大减少了所需的磁盘空间,使得 MATLAB 编写的 M 文件简单、短小而高效.

(6) 强大的绘图功能. MATLAB 的绘图是十分方便的,它有一系列绘图函数(命令),例如线性坐标、对数坐标、半对数坐标及极坐标,均只需调用不同的绘图函数(命令).在图上标出图题、x 轴、y 轴标注,格(栅)的绘制也只需调用相应的命令,简单易行.另外,在调用绘图函数时通过调整参数可以画出不同颜色的点、线、复线或多重线.这种为科学研究着想的设计是通用的编程语言所不及的.

(7) 后期版本的 MATLAB 中包括了图形界面编辑器 GUI,改变了以前单一的“在命令窗中通过文本形式命令进行各种操作”的状况,让使用者也可以像在 VB、VC 等中那样进行一般的可视化程序编辑.

(8) 另外,为了充分利用 Fortran、C 等语言的资源,包括用户已编好的 Fortran 语言和 C 语言的程序,通过建立 Mex 文件的形式,混合编程,可以方便地调用有关的 Fortran 语言和 C 语言的子程序.

总之, MATLAB 语言的设计思想可以说代表了当前计算机高级语言的发展方向.我们相信,在不断的使用中,读者会发现它的巨大潜力.

1.2 MATLAB 的基本操作

1.2.1 启动与退出

在 Windows 环境下,单击【开始】菜单里【程序】选项的 MATLAB 选项就可以启动 MATLAB 而进入它的命令窗;如果用户已经在桌面上建立了快捷方式,则双击 MATLAB 图标也可以启动 MATLAB;我们还可以找到 MATLAB 安装路径,通常为 C:\MATLAB R2012a\bin\win32 下的 MATLAB 应用程序,单击它,便进入到 MATLAB 命令窗(本书我们假定安装 MATLAB 的版本为 R2012a)。

要退出 MATLAB 有 4 种方法:

- (1) 在命令窗中输入 exit(在命令窗口中输入命令后,要使其运行,只需按下 Enter 键,以后为了方便,只叙述输入的语句,而将按下 Enter 键使之运行省去);
- (2) 在命令窗中输入 quit;
- (3) 在菜单栏中单击 File,在下拉式菜单中单击 Exit MATLAB 选项即可;
- (4) 直接关闭 MATLAB 的命令视窗。

1.2.2 MATLAB 的命令窗界面简介

MATLAB 启动后,就会进入图 1.2.1 所示的 MATLAB 命令视窗。

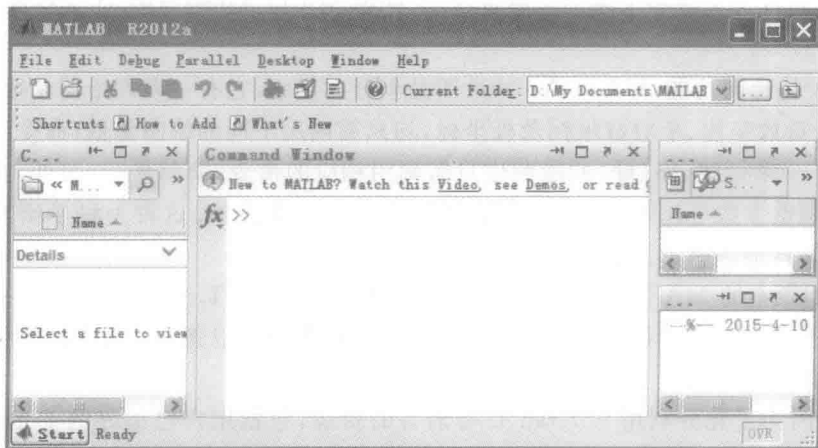


图 1.2.1 MATLAB 命令视窗

在图 1.2.1 的命令视窗中,最上面显示 MATLAB 的一栏称为标题栏,标题栏的右边依次为窗口最小化按钮、窗口缩放按钮和关闭窗口按钮。标题栏下面是菜单栏,栏里包含 File