

高等学校“十二五”规划教材

材料力学

Mechanics of Materials

(第2版)

● 主编 刘钊 王秋生



哈尔滨工业大学出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

高等学校“十二五”规划教材

材料力学

Mechanics of Materials

(第2版)

- 主 编 刘 钊 王秋生
- 副主编 赵俊青 关 威



哈尔滨工业大学出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

内容简介

本书是高等学校教材,全书共有12章。主要内容有:绪论,内力及内力图,平面图形的几何性质,应力计算及强度条件,变形计算、刚度条件及超静定问题,能量法,应力状态分析,强度理论,组合变形,压杆稳定,动应力与交变应力,考虑材料塑性时杆件的承载能力。每章后面有习题,书后附有习题答案、型钢表及模拟试题。

本教材适用于大学本科土建类多学时各专业,也可作为土建类中少学时有关专业和成人教育相关专业的教材,并可供工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

材料力学/刘钊,王秋生主编.—2版.—哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,2014.8

ISBN 978-7-5603-4768-4

I. ①材… II. ①刘… ②王… III. ①材料力学—高等学校—教材
IV. TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 121512 号

策划编辑 杜 燕 田 秋

责任编辑 范业婷

出版发行 哈尔滨工业大学出版社

社 址 哈尔滨市南岗区复华四道街10号 邮编 150006

传 真 0451-86414749

网 址 <http://hitpress.hit.edu.cn>

印 刷 黑龙江省地质测绘印制中心印刷厂

开 本 787mm×1092mm 1/16 印张 18 字数 406 千字

版 次 2008年6月第1版 2014年8月第2版

2014年8月第1次印刷

书 号 ISBN 978-7-5603-4768-4

定 价 30.00 元

(如因印装质量问题影响阅读,我社负责调换)

序

哈尔滨工业大学材料力学教研室建于1952年,是国内成立最早的材料力学教研室之一,从翻译前苏联的教材《材料力学》(别辽耶夫著)开始,哈尔滨工业大学老一代力学工作者在教材建设方面作出了重要的贡献。1959年哈尔滨工业大学材料力学教研室的部分教师调入新建的哈尔滨建筑工程学院。两校材料力学教研室的教师继承老一代的光荣传统,在力学课程建设方面做了大量的工作。从1979年到1999年,先后在高等教育出版社、中国建筑工业出版社等正式出版《材料力学》教材4部。1989年到1993年,由原哈尔滨建筑工程学院材料力学教研室牵头联合国内6所高校共同编撰《材料力学试题库》,并于1993年通过鉴定,为促进材料力学课程的教学改革作出了重要的贡献。刘钊、王秋生当时均为教研室的骨干教师,并积极参与教材编写及题库编撰工作。1996年,“材料力学”课程被评为建设部A类优秀课程。

进入新世纪以来,哈尔滨工业大学材料力学课程在首届国家教学名师奖获得者、国家精品课程负责人张少实教授的带领下,经过全体教师的努力,在教学改革及课程建设方面取得了很大的成绩。本书的几位主编也积极参与了其中的大量工作。

本次由刘钊、王秋生两位同志主编的《材料力学》是“哈尔滨工业大学‘十一五’规划教材”。刘钊从事力学教学工作多年,先后为本科生及研究生开设《建筑力学》、《材料力学》、《弹性力学》等多门力学课程,教学效果优秀,是一位深受学生欢迎的教师。多次获得黑龙江省及学校的教学成果奖,并于2007年荣获“全国力学教学优秀教师”光荣称号。王秋生曾为本科生及研究生开设《材料力学》、《弹性力学》、《板壳理论》等多门力学课程,并且在教学工作中取得了优异的成绩。多次获得教学优秀奖及原哈尔滨建筑大学首届“十佳青年教师”光荣称号。

教材中的内容已经在哈工大经历了多轮的试点教学并取得了很好的授课效果,在此基础上编写了本书。我深信,本书的出版,将为促进材料力学教学工作,提高材料力学课程的教学质量起到良好的作用。



2008年3月16日于哈尔滨工业大学

第 2 版前言

本书是《材料力学》第一版的修订版。第一版教材自从 2008 年 6 月出版以来,先后在哈尔滨工业大学等有关高校经过数轮的教学试点。在本次修订以前,编者多次征求使用本书的教师以及学生的意见并经过多次讨论,形成了第二版的修订提纲。在此基础上进行了修订。

本版教材与第一版教材相比:

1. 重新编写了第 1 章。
2. 将第一版教材中 3.4、3.5 独立成为第 3 章,并对有关内容及习题进行了充实。
3. 将第一版教材中的有关内容进行了局部修订,增加并删去了部分内容,同时对一些印刷错误进行了更正。
4. 为便于教学,增加了与本书内容配套的多媒体课件。
5. 为方便学生学习及复习,增加了模拟试题答案。

本教材适用于大学本科土木类多学时各专业,也可作为土木类中少学时有关专业的教材。对教材中的内容,不同专业可根据要求,灵活选用。

本书编写人员及其分工为:刘钊(主编及编写第 1、2、5、6 章),王秋生(主编及编写第 7、9、10 章),赵俊青(副主编及编写第 4、8 章),关威(副主编及编写第 11、12 章),王洪枢(编写第 3 章及第 2.2、2.3 节)。赵俊青、关威还参与了多媒体课件的研制工作。王洪枢完成了习题选编以及习题答案校对工作。

在本教材编写过程中,诸多同行以及学生对本教材的编写给与了一些有用的意见及建议,在此一并致谢。

限于编者的水平,书中不妥之处敬请广大教师和读者批评指正。

编者

2014 年 6 月

第 1 版前言

本书根据教育部高教司 2004 年颁发的“材料力学 A 类课程教学基本要求”编写而成。

本书有以下几个特点:

1. 在课程体系与教材编写结构上,本教材与传统材料力学教材相比,作了较大的改动。改变了按照基本变形分章叙述的传统模式,突出了内力、应力、应变等基本概念。强化材料力学解决问题的思想方法,为学生正确理解课程内容,进一步提高该课程的教学质量奠定了良好的基础。

2. 在内容选择上,本教材在保留传统材料力学教材内容的基础上,注重土建专业的特点及与后续课程如“结构力学”、“钢筋混凝土”等在内容上的联系与融会贯通。并且在例题与习题的选择上,精选有较强工程背景的内容,以增强学生的工程意识,为学生毕业后尽快胜任一线工作岗位打下坚实的理论基础。

3. 在内容表述上,本教材体现了重点突出、文字精练、语言流畅、难点分散、由浅入深的教学思想,融入了编者多年的教学改革与教学实践方面的经验。

全书共有 11 章,主要包括内力及内力图,应力、变形计算及强度、刚度条件,超静定问题,应力状态分析,材料失效及强度理论,组合变形,压杆稳定等内容。

我国著名结构力学和工程设计理论专家、哈尔滨工业大学王光远院士在百忙中为本书作序,并且对本书的编写提出了指导性的意见与建议,这对本书的定稿起到了重要的作用。首届国家教学名师奖获得者、国家精品课程“材料力学”负责人、哈尔滨工业大学张少实教授对本书的编写也给予了很大的帮助及指导。借本书出版之际,编者向尊敬的王光远院士及张少实教授表示崇高的敬意及衷心的感谢!

本书编写人员的分工为:刘钊(第 1~5 章),王秋生(第 6、8、9 章),樊久铭(第 7、10、11 章)。刘小玲参与了部分习题的选编及绘图工作。全书由刘钊审阅定稿。

本书系“哈尔滨工业大学‘十一五’规划教材”。在本书的编写过程中,得到了哈尔滨工业大学教务处、哈尔滨工业大学出版社的基金资助,哈尔滨工业大学材料力学课程组的许多同志也给予了支持与帮助,在此一并致谢。

本教材适用于大学本科土建类多学时各专业,也可作为土建类中少学时有关专业的教材,并可供工程技术人员参考。

限于编者的水平,书中恐有疏漏和欠妥之处,敬请广大教师与读者批评指正。

编者

2008 年 5 月

目 录

第 1 章 绪 论	1
1.1 材料力学的任务	1
1.2 变形固体的概念及理想模型	5
1.3 内力的概念 截面法	6
1.4 应力与应变	7
1.5 变形与位移	9
1.6 杆件变形的基本形式	10
第 2 章 内力及内力图	12
2.1 轴向拉伸与压缩	12
2.2 材料在拉伸、压缩时的力学行为	16
2.3 扭矩及扭矩图	23
2.4 梁的平面弯曲及其计算简图	25
2.5 梁的内力——剪力与弯矩	28
2.6 内力图——剪力图与弯矩图	32
2.7 弯矩、剪力与载荷集度之间的微分关系	34
2.8 利用 M 、 F_s 与 q 的微分关系作剪力图与弯矩图	36
习 题	40
第 3 章 平面图形的几何性质	46
3.1 截面的静矩与形心	46
3.2 惯性矩、惯性积和极惯性矩	48
3.3 惯性矩和惯性积的平行移轴公式	50
3.4 惯性矩和惯性积的转轴公式	51
习 题	55
第 4 章 应力计算及强度条件	56
4.1 轴向拉压杆横截面及斜截面上的应力	56
4.2 剪 切	60
4.3 扭 转	63
4.4 非圆截面杆的自由扭转	69
4.5 密圈螺旋弹簧	73
4.6 梁横截面上的正应力	75
4.7 梁横截面上的切应力	80
4.8 梁的强度计算	85
4.9 提高梁抗弯强度的主要途径	87

4.10	截面的弯曲中心	90
4.11	组合梁	91
	习 题	92
第 5 章	变形计算、刚度条件及超静定问题	99
5.1	轴向拉压杆的变形及胡克定律	99
5.2	圆轴扭转变形计算及刚度条件	102
5.3	积分法计算弯曲变形	103
5.4	用叠加法计算梁的变形	110
5.5	梁的刚度计算 提高刚度的途径	114
5.6	轴向拉压超静定问题	115
5.7	超静定梁的解法	120
	习 题	122
第 6 章	能量法	128
6.1	外力功与杆件的弹性变形能	128
6.2	卡氏定理及其应用	133
6.3	莫尔定理及其应用	137
6.4	图形互乘法	142
6.5	卡氏定理解超静定问题	144
	习 题	145
第 7 章	应力状态分析	148
7.1	应力状态的概念	148
7.2	平面应力状态分析的解析法	149
7.3	平面应力状态分析的图解法	154
7.4	梁的主应力及主应力迹线	157
7.5	空间应力状态简介	158
7.6	广义胡克定律	159
7.7	复杂应力状态下的弹性变形能	161
7.8	平面应力状态下的应变分析	164
	习 题	168
第 8 章	强度理论	172
8.1	强度理论的概念	172
8.2	断裂准则——第一、第二强度理论	172
8.3	屈服准则——第三、第四强度理论	174
8.4	莫尔强度理论	177
	习 题	180
第 9 章	组合变形	181
9.1	组合变形的概念	181
9.2	斜弯曲	181

9.3 拉伸(压缩)与弯曲的组合变形	186
9.4 弯曲与扭转的组合变形	193
习 题	195
第 10 章 压杆稳定	199
10.1 压杆稳定性的概念	199
10.2 轴心受压细长直杆临界力的计算公式	200
10.3 临界应力及欧拉公式的适用范围	204
10.4 切线模量公式、直线经验公式及抛物线经验公式	207
10.5 压杆的稳定性计算	210
10.6 大柔度杆在小偏心距下的偏心压缩	213
习 题	215
第 11 章 动应力与交变应力	218
11.1 动应力的概念	218
11.2 等加速和等角速运动杆件的应力计算	218
11.3 冲击应力	221
11.4 交变应力的基本概念	224
11.5 构件疲劳强度计算	227
习 题	232
第 12 章 考虑材料塑性时杆件的承载能力	235
12.1 概 述	235
12.2 圆轴的弹塑性扭转	236
12.3 梁的弹塑性弯曲、塑性铰	238
12.4 超静定结构的极限载荷	242
习 题	244
附录	246
附录 1 习题答案	246
附录 2 型钢表	252
附录 3 模拟试题及答案	261
参考文献	273

第 1 章 绪 论

1.1 材料力学的任务

1.1.1 为什么要学习材料力学

在实际工程中,经常遇到计算构件在载荷作用下所受的力,此类问题通过理论力学静力学中的平衡方程可以解决,然而构件在载荷作用下能否正常工作?构件选用何种材料?选用何种截面形式?构件在载荷作用下产生多大变形?诸如此类问题是解决工程问题所必须面对的。而解决此类问题用理论力学的知识是无法完成的。因此,要学习材料力学。

1.1.2 材料力学的研究对象

结构物与机械通常由若干部件组成,如房屋的梁、板、柱,机器的轴、连杆、齿轮等,这些部件统称为构件。结构物或构件在正常工作的情况下,组成它们的各个构件一般都承受一定的力。例如房屋中的梁要承受楼板传给它的重力;机器中的螺钉被拧紧后也要受力。这些重力和其他的力通称作用在构件上的载荷。

为了保证结构物在载荷作用下能够正常使用,就必须保证组成它们的每个构件在载荷作用下能安全、正常地工作。因此,工程上对所设计的构件,在力学上有一定的要求。材料力学的主要研究对象就是组成结构物的构件。

1.1.3 工程上对构件的要求

1. 强度要求

强度是指材料或构件抵抗破坏的能力。强度要求是指构件或零部件在载荷作用下不发生破坏或过量的塑性变形。强度有高低之分:在一定载荷作用下,某种材料的强度高,是指这种材料比较坚固,不易破坏;某种材料强度低,是指这种材料不够坚固,较易破坏。例如,钢材与木材相比,钢材的强度高于木材。

任何构件都不允许在正常工作情况下破坏,这就要求构件必须具有足够的强度。近年来,随着科学技术的发展和社会的进步,新型的建筑物以及桥梁等不断涌现。图 1.1 为北京第 29 届夏季奥运会主会场;图 1.2 为位于北京的中央电视台总部 34 层大楼;图 1.3

为全长 36 km 的杭州湾跨海大桥;图 1.4 为位于美国亚利桑那州科罗拉多大峡谷国家公园内的悬空透明玻璃观景廊桥。上述这些建筑物或桥梁都由多个构件组成,要保证整体的安全性,每个构件的强度问题都是至关重要的。

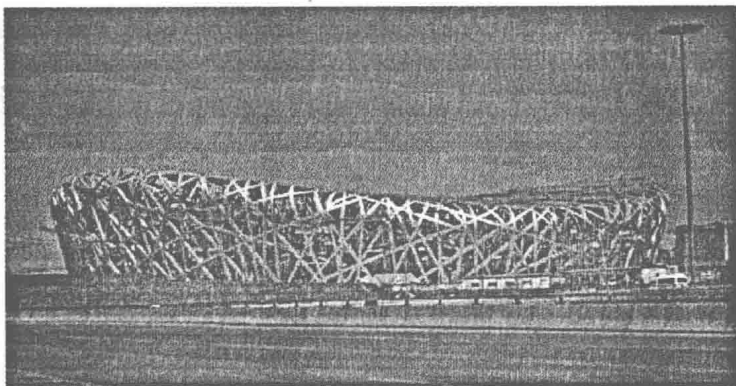


图 1.1

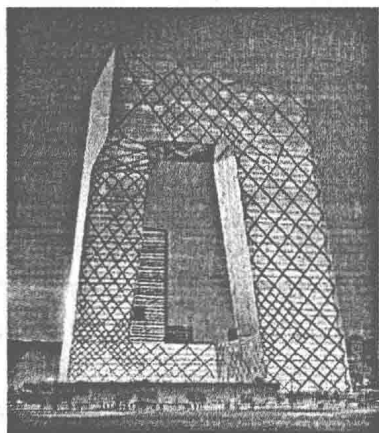


图 1.2



图 1.3

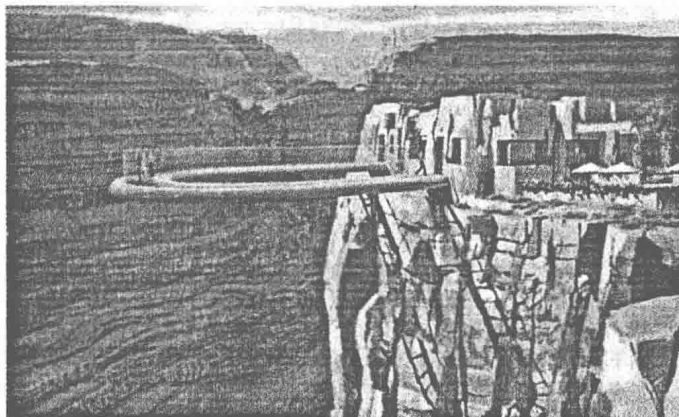


图 1.4

如果构件强度不足,它在载荷作用下就要发生破坏。近些年,有些建筑物出现倒塌事故,就是由于不按照设计要求施工导致构件强度不足造成的。这从反面说明了如果构件不满足强度要求,其后果是相当严重的。

2. 刚度要求

刚度是指构件抵抗变形的能力。刚度要求是要求构件在载荷作用下其弹性变形或位移不能过大,要在工程允许的范围之内。前面已经说明强度要求是对构件最基本的要求,但如果构件在载荷作用下弹性变形过大,即使尚未破坏,构件也不能正常工作。如图 1.3 所示的杭州湾跨海大桥,如果桥面的弹性变形过大,在车辆通过时要引起较大的振动,此时大桥就不能正常工作了。因此构件必须具有足够的刚度。

构件的刚度主要取决于构件的材料以及截面形式。关于此内容在后面的章节中会详细阐述。

3. 稳定性要求

稳定性主要是指受轴向压缩的构件保持原有平衡状态的能力。稳定性要求即要求受轴向压缩的构件必须保持原有的平衡状态,不能失去这种状态。

如直杆在轴向压力作用下当压力增大到一定程度之后,直杆会突然变弯,不再保持其原有的直线平衡状态,这种现象在工程中称为压杆丧失稳定。实际工程中承受轴向压缩的构件较多,如桥梁的桥墩、建筑物中的柱子等。此类压杆一旦失稳,整个桥梁或建筑物就会倒塌,其后果是相当严重的。如 2007 年 8 月 13 日,湖南省凤凰县至贵州省铜仁地区大兴机场的二级公路堤溪段在建沱江大桥发生垮塌事故。该事故造成 64 人死亡。堤溪段沱江大桥桥长 320 m,桥宽 12 m,为 4 跨型石拱桥,原计划于 2007 年 8 月底竣工通车。图 1.5 为大桥垮塌后的图片。显然,桥梁的倒塌主要是由于桥墩失稳造成的。因此,构件必须具有足够的稳定性。

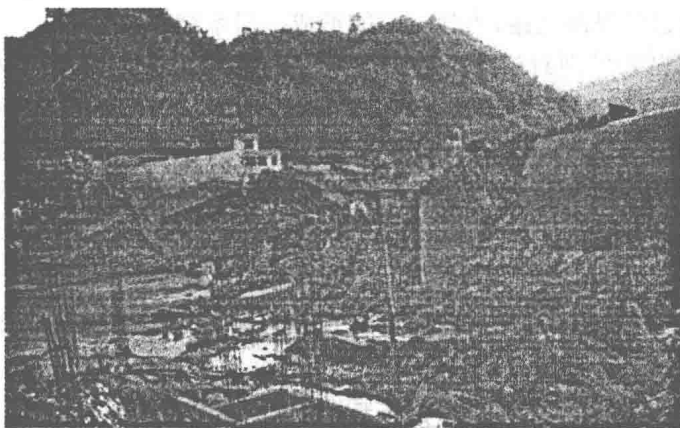


图 1.5

综上所述,构件的强度、刚度和稳定性是材料力学要研究的三大问题。

1.1.4 材料力学的任务及研究方法

要合理地设计构件,不仅应该满足强度、刚度和稳定性的要求以保证构件的安全可

靠,还应该符合经济的原则。前者要求构件具有较大的截面尺寸或选用较好的材料;而后者则要求减少材料用量或采用廉价材料,两者之间是存在矛盾的。材料力学的任务,就是通过研究构件受力、变形的规律和材料的力学性质,建立构件满足强度、刚度和稳定性所需的条件,为既安全又经济地设计构件提供坚实的理论基础和科学的计算方法。

在材料力学中,理论分析与实验研究同等重要,都是完成材料力学任务所必需的手段。

1.1.5 材料力学的发展简史

恩格斯在《自然辩证法》一书中指出:“科学的发生和发展一开始就是由生产决定的”。材料力学这门学科正是在人类劳动和生产的实践中发生和发展起来的。

在封建社会及其以前,由于生产力水平较低,人类建造的房屋、桥梁、车辆和船只等,所用材料多为砖石、木材和铸铁等。在这一时期,我国劳动人民通过生产实践,在结构的受力分析和正确使用材料方面积累了丰富的经验,取得了杰出的成就,处于世界的领先地位。例如,建于隋朝(公元590~608)的赵州桥,是由杰出的工匠李春主持设计建造的,是世界首创的大型石拱桥,桥宽9 m,跨长371 m,拱半径为25 m,桥两端设有附拱,不仅便于泄洪,还可减轻桥重,节省材料。用石块砌成的拱桥,充分发挥了石料抗压能力强的特性,至今保持完好。这种形式的拱桥,在欧洲直到1912年才出现。始建于宋朝以前的四川灌县的岷江竹索悬桥,长300多m,最大跨达60 m,充分发挥了竹索抗拉的性能。在宋朝(1103年)李诫所著的《营造法式》中,总结了我国历代房屋建筑的经验,如柱以圆形截面为宜,梁以矩形截面为好,而且截面的高宽比应为3:2,它是世界上最早的一部较完整的建筑规范。

但是,由于封建制度的长期延续,束缚了生产力的进一步发展,限制了科学技术的成长,使之不能走上总结提高之路,力学还不能形成一门系统的科学。

14世纪以后,随着欧洲封建社会的解体和资本主义大工业的发展,材料力学作为力学的一个分支,在解决大量的工程实际问题中,逐步发展成一门独立的科学。1638年,意大利科学家伽利略(G·Galileo,1564~1642)出版了《关于两种新科学的叙述及其证明》一书,这是世界上第一次提出关于强度计算概念的著作。1678年,英国科学家胡克(R·Hooke,1635~1703)根据弹簧试验,发表了《关于弹簧》的论文,提出了力与变形成正比的结论,并在此基础上形成了胡克定律。从17世纪末到18世纪,材料力学的几个基础问题(强度、刚度、稳定性)都相继得到了正确的解答。不少学者,如欧拉、库仑、伯努利等都为材料力学的发展做出了贡献。

到19世纪以后,特别是最近几十年来,由于科学技术的飞速发展,极大地推动了材料力学的发展,并形成了很多新的学科,如计算结构力学、复合材料力学和断裂力学等。

由此可见,生产的发展推动了材料力学的发展,材料力学的发展又反过来促进了生产的发展。

1.2 变形固体的概念及理想模型

1.2.1 变形固体的概念

构件均由固体材料(如钢、混凝土等)制成。这些固体材料在外力作用下会产生变形,称为变形固体。

变形固体的微观结构极为复杂,对其进行研究的理论属微观理论,如金属物理学等。材料力学是从宏观的角度研究构件的强度、刚度和稳定性问题,属于宏观理论。

1.2.2 变形固体的理想模型

鉴于材料力学是以变形固体的宏观力学性质为基础,并不涉及其微观结构,我们有必要将具有多种复杂属性的变形固体模型化,建立一个作为材料力学研究对象的理想化模型。为此,对变形固体提出如下假设:

1. 连续性假设

认为组成固体的物质毫无空隙地充满了固体的体积,即固体在其整个体积内是连续的。据此假设,当把某些力学量视为固体内点的坐标的函数时,对这些量就可以进行坐标增量为无限小的极限分析,并应用高等数学中如微分和积分等分析方法。

2. 均匀性假设

认为固体内各点处的材料性质都是一样的,即材料的性质与固体内点的位置无关,也与所取材料的体积大小无关。

3. 各向同性假设

认为在固体的任一点处,沿该点的各个方向都具有相同的力学性质,即材料的力学性质与方向无关。符合该假设的材料称为各向同性材料。

实际上,对任何材料的微观分析都是不连续的、不均匀的和各向异性的。例如,金属材料是由晶粒组成的,各个晶粒的性质是有差异和具有方向性的,并且各晶粒内部及晶粒之间是有空隙的。再如混凝土材料主要是由水泥、砂和碎石混合而成的,直观视觉就能观察到它的不均匀性。但是,一个构件尺寸要比金属的晶粒或混凝土的骨料尺寸大得多,对于整体无序排列的金属和搅拌很好的混凝土,宏观视为均匀、连续和各向同性的材料是完全合理的。

至此,材料力学研究的变形固体被抽象为均匀连续和各向同性的理想模型。该理想模型任一点处的力学性质,就是由材料的宏观试件所测定的力学性质。有人说“材料力学无材料”,此话不无道理。因为材料力学确实没有将具体的材料作为研究对象,而是将理想化的模型作为研究对象;然而,正是因为理想模型集中反映了具体材料的主要力学性质,所以更具有代表性。

1.3 内力的概念 截面法

1.3.1 内力的定义

一根两端受拉力而伸长的橡皮筋从中间剪断时,断开的两段将各自向两端弹缩,为了不使其弹缩,就必须在断口处分别施以拉力,使之对接到原拉长状态。作用于橡皮筋两端的拉力为外力,而存在于断口处的拉力是受拉橡皮筋的内力,它是由于橡皮筋在外力作用下产生拉伸变形所引起的。于是,内力的定义为:当杆件受到外力作用而发生变形时,杆件的任一部分与另一部分之间的相互作用力称为内力。

内力将随着外力的增加而增大,与此同时,杆件的变形也随之增大。当内力增大到一定限度时,杆件将发生破坏。这表明,内力与杆件的强度、刚度有着密切的关系。因此,研究杆件内力是材料力学的主要内容之一。

1.3.2 内力的计算方法——截面法

截面法是求出截面内力的基本方法,此法可以概括为“一切二代三平衡”。即欲求杆件某个截面上的内力,可用一假想平面将杆件沿截面切分为左、右两段,使内力暴露出来(图 1.6),然后,以切断后的任一部分杆件为研究对象,利用其平衡条件,即可求得该截面上的内力。这种求内力的方法称为截面法。这里只对截面法做了简要介绍,该方法的具体应用,将在以后各章中结合具体变形问题加以讨论。

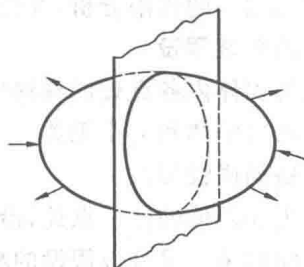


图 1.6

应该指出,由于材料的连续性,截面上的内力也应是连续分布的。于是,上述内力实际上是截面上各点处分布内力的合力。同时,内力在不同的受力情况下,既可以是一个力,也可以是一个力偶,即内力是个广义力的概念。

1.3.3 内力的分类

一般情况下,在杆件的一个截面上,分布内力可以合成为一个合力(即主矢)和一个合力偶(即主矩)。若以杆的轴线为 x 轴,在横截面内取一对坐标轴 y 和 z ,则在直角坐标系 $Oxyz$ 内,内力可以分解为沿三个坐标轴方向的力和绕三个坐标轴的力偶。于是,内力可有六个分量(图 1.7),根据它们所对应的不同变形形式,六个内力分量可归纳成四种内力,即:

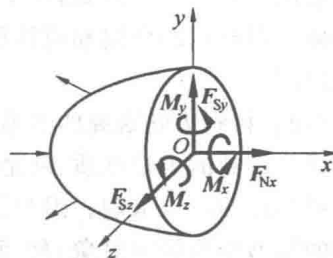


图 1.7

(1) 沿 x 轴的内力分量 F_N ,垂直于横截面作用,称为轴力,对应着轴向拉伸或压缩变形。

(2) 沿 y 轴与 z 轴的内力分量分别为 F_{sy} 和 F_{sz} , 切于截面作用, 称为剪力, 对应着剪切变形。

(3) 绕 x 轴的内力分量为力偶 T , 其力偶作用面为横截面, T 称为扭矩, 对应着扭转变形。

(4) 绕 y 轴与 z 轴的内力分量分别为力偶 M_y 和 M_z , 其作用面分别为 xOz 面和 xOy 面, 称为弯矩, 对应着弯曲变形。

1.4 应力与应变

1.4.1 应力的概念

用截面法求得的内力只是整个截面上分布内力的合力。截面法并不能给出内力在截面上的分布规律, 也不能给出截面上各点处内力的集度。这些问题显然是研究杆件强度所必须解决的。为此, 引入应力的概念。我们把截面的分布内力集度称为该点处的应力。为了定义图 1.8(a) 所示杆件某截面上 K 点处的应力, 围绕 K 点取一微小面积 ΔA , 作用在微面积 ΔA 上的微内力为 ΔF 。于是, ΔA 上的分布内力

$$p_m = \frac{\Delta F}{\Delta A}$$

p_m 称为面积 ΔA 上的平均应力。在一般情况下, 由于内力并非均匀分布, 故平均应力 p_m 还不能真实地表示 K 点处的内力集度。为此, 运用极限的概念, 令 ΔA 无限地向 K 点缩小, 使 ΔA 趋于零, 从而得到比值 $\Delta F/\Delta A$ 的极限为

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} \quad (1.1)$$

式中 p ——截面上 K 点的总应力。

通常, 总应力 p 的方向既不与截面垂直, 也不与截面相切。将应力 p 分解为垂直于截面和与截面相切的两个分量(图 1.8(b)), 垂直于截面的应力分量称为正应力, 用 σ 表示; 与截面相切的应力分量称为切应力, 用 τ 表示。 σ 与 τ 分别称为 K 点的正应力与切应力。其表达式为

$$\begin{cases} \sigma = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_N}{\Delta A} \\ \tau = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_s}{\Delta A} \end{cases} \quad (1.2)$$

应力的量纲为[力]/[长度]², 其国际单位制单位是帕斯卡(Pascal), 简称帕(Pa)。

$$1 \text{ 帕} = 1 \text{ 牛} / \text{米}^2 \quad (1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2)$$

$$1 \text{ 千帕} = 1 \text{ 千牛} / \text{米}^2 \quad (1 \text{ kPa} = 1 \text{ kN/m}^2 = 1 \times 10^3 \text{ Pa})$$

$$1 \text{ 兆帕} = 1 \times 10^6 \text{ 牛} / \text{米}^2 \quad (1 \text{ MPa} = 1 \times 10^3 \text{ kPa} = 1 \times 10^6 \text{ Pa})$$

$$1 \text{ 吉帕} = 1 \times 10^9 \text{ 牛} / \text{米}^2 \quad (1 \text{ GPa} = 1 \times 10^3 \text{ MPa} = 1 \times 10^6 \text{ kPa} = 1 \times 10^9 \text{ Pa})$$

因为帕斯卡(Pa)表示的应力值太小, 所以工程上常用兆帕(MPa)为应力单位。应力的工程单位制单位是“千克/厘米²”(kg/cm²), 两种应力单位之间的换算关系为

$$1 \text{ kg/cm}^2 = \frac{9.81}{1 \times 10^{-4}} \text{ N/m}^2 = 9.81 \times 10^4 \text{ Pa} \approx 1 \times 10^5 \text{ Pa}$$

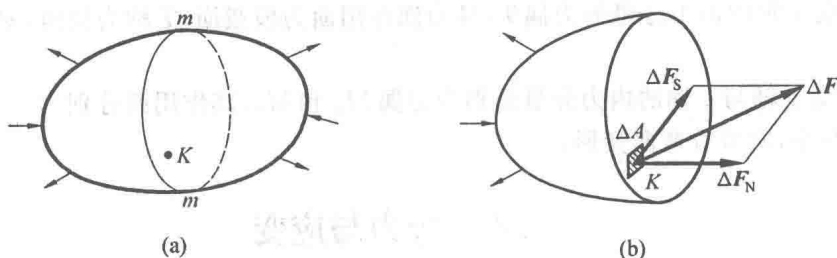


图 1.8

1.4.2 应变的概念

为研究整个杆件的变形,设想杆件由许多极微小的正六面体组成(图 1.9(a)). 杆件在外力作用下发生变形(图 1.9(b)),这些变形可以看成是微小正六面体变形的宏观效果。一个微小正六面体的变形可以分解成边长的改变和各边夹角的改变两种形式。

在杆件 K 点处取一微小正六面体(图 1.9(a)),设其沿 x 轴方向的边原长为 Δx ,变形后其长度改变了 Δu (图 1.9(b)),则 Δu 称为线段 Δx 的线变形。 Δu 与原长 Δx 的比值 ϵ_{xm} 称为沿 x 方向的平均线应变,即

$$\epsilon_{xm} = \Delta u / \Delta x$$

显然,比值 $\Delta u / \Delta x$ 只是线段 Δx 的平均线应变。而 K 点处沿 x 方向的线应变,应取 ϵ_{xm} 的极限值,即

$$\epsilon_x = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta x}$$

Δu 是伸长量时的线应变为拉应变, Δu 是缩短量时的线应变为压应变。按照上述办法,也可以确定图 1.9(a) 所示 K 点沿 y 、 z 两个方向的线应变。

微小正六面体各边互成直角,变形后直角的改变量 γ 称为切应变(图 1.9(c))。

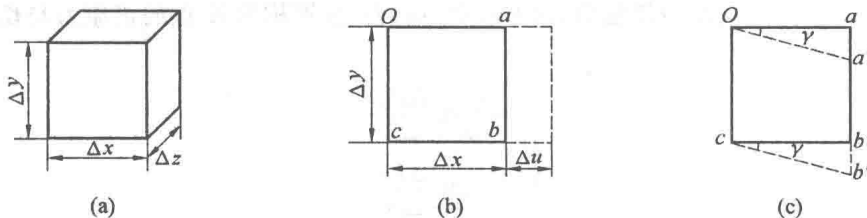


图 1.9

线应变 ϵ 和切应变 γ 都是无量纲的量。实际工程中测试线应变时,采用电阻应变仪。有关电阻应变仪的使用方法以及线应变的测量将在力学实验课中介绍,这里不再赘述。