

普通高等学校大学数学基础系列教材



微积分

殷先军 主编

高等教育出版社

普通高等学校大学数学基础系列教材

微 积 分

Weijifen

殷先军 主编

高等教育出版社·北京

内容提要

本书是北京高等教育精品教材建设项目成果,系统地介绍了微积分相关的概念、方法、理论和应用,共分 11 章,内容包括一元函数的微积分学及其应用、向量代数与空间解析几何、多元函数微积分学及其应用、无穷级数、微分与差分方程及其应用等。每节后配有习题,每章后还配有总习题,节后习题主要由计算题与证明题组成;各章总习题由单项选择题、填空题与综合性的计算或证明题组成,书后附有习题参考答案与提示。

本书是编者在总结多年教学实践和借鉴国内外优秀教材成功经验的基础上,参照教育部高等学校大学数学课程教学指导委员会制订的“经济和管理类本科数学基础课程教学基本要求”和教育部考试中心最新颁布的《全国硕士研究生入学统一考试数学考试大纲》中有关微积分的全部内容编写而成的。全书内容完整、结构严谨、论述清晰、通俗易懂、便于自学,旨在通过本书的学习提高读者的数学素养,培养运用数学工具解决实际问题的能力。

本书可作为高等学校经济和管理类专业的教材或教学参考书,其他专业和备考硕士研究生入学考试的学生也可从本书中获益。

图书在版编目(CIP)数据

微积分 / 殷先军主编. -- 北京:高等教育出版社,
2015. 8
ISBN 978-7-04-043088-2

I. ①微… II. ①殷… III. ①微积分-高等学校-教材 IV. ①O172

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 139217 号

策划编辑 张彦云
插图绘制 黄建英

责任编辑 张彦云
责任校对 王 雨

封面设计 王 鹏
责任印制 尤 静

版式设计 童 丹

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街4号
邮政编码 100120
印 刷 北京四季青印刷厂
开 本 787 mm×960 mm 1/16
印 张 33
字 数 610 千字
购书热线 010-58581118

咨询电话 400-810-0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.landraco.com>
<http://www.landraco.com.cn>
版 次 2015 年 8 月第 1 版
印 次 2015 年 8 月第 1 次印刷
定 价 51.00 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换
版权所有 侵权必究
物 料 号 43088-00

《普通高等学校大学数学基础系列教材》

编 委 会

主 任 黄先开

副主任 殷先军 曹显兵

编 委 (按姓氏笔画为序, 排名不分先后)

于伟红 王秀国 王家赠 邢春峰

张立新 张 莉 武修文 袁安峰

殷先军 黄先开 曹显兵 梁新刚

熊令纯 穆淑梅

序 言

本系列教材是根据 2013—2017 年教育部高等学校大学数学课程教学指导委员会最新制订的《大学数学课程教学基本要求》，并参照“全国硕士研究生入学统一考试数学考试大纲”，在认真研究国内外优秀教材的基础上，结合编者多年大学数学课程教学实践经验，充分考虑教师教学、学生学习的规律和专业发展需要，为普通高等学校非数学类专业编写的大学数学基础系列教材，主要包括《微积分》、《线性代数》和《概率论与数理统计》。

随着数学的理论和方法越来越广泛地应用到自然科学、社会科学和工程技术的各个领域，数学修养已经成为衡量一个人潜在能力的重要标志。大学数学基础是普通高等学校绝大多数学生的必修课程，数学的思想和方法不仅给学生提供了解决实际问题的有力数学工具，还提供了一种思维方法，帮助学生提高实际应用中所必需的数学素质和文化修养。但在高等教育大众化和教育改革不断深化的大背景下，大学数学课程的教学面临着课时调整、内容更新、慕课等新兴教学方式涌现的挑战，因此我们需要在大学数学教学中，相对比较系统地、灵活地构建课程的基本内容，着力培养学生的数学直觉和必要的数学逻辑推理能力，而不只是孤立地、表面地、形式地让学生背诵一些数学结论。目前各高校各专业具体情况和教学安排不同，许多从事大学数学教学的教师和学习大学数学的学生都希望有一套重点突出、内容精要、通俗易懂、深入浅出，可以根据专业和学生个性发展需要灵活选用的教材。正是在这样一个背景下，我们组织多年从事大学数学教学与研究的教师，精心编写了这套《普通高等学校大学数学基础系列教材》，以供普通高等学校非数学类专业选用。

本套教材的主要特点是采取模块化的结构，每本教材都划分为不同层次的模块，各层次的教学内容由浅入深，而不同的模块组合反映了不同专业对数学知识的不同层次、级别的要求，体现了数学知识结构和大学生认识结构的统一。鉴于人类认识事物是从感性到理性，由易到难，由浅入深的，因此第一层次体现了大学数学的基础和各专业应当具有的数学素质教育，主要侧重基本概念和基本方法，加强基本运算，渗透基本数学思想；第二层次是对第一层次基本概念加深和知识方法的拓宽，同时还适当体现出数学理论的系统性和严谨性；第三层次则是为满足某些对数学知识和方法有更高要求的专业或学生（比如考研）而设置的。各专业可根据需要选用不同的模块组合，这样就使得系列教材具有更大的灵活性，能够满足不同层次、不同要求的专业学生的需求。

本套教材精选内容，突出数学思想，体现素质教育；每一个概念的引入，都

是从实际问题出发,激发读者的学习兴趣;注重对实际工作的帮助以及分析问题和解决问题能力的提高,介绍了大量实际生活中的应用示例;书中习题配置分为两个层次,其一是满足基本教学要求,其二是满足更高的要求,如考研、大学数学竞赛等,供同学们选用。所选题型丰富、层次分明,书末附有习题参考答案与提示,便于学生自学。与系列教材配套的教学资源将陆续在网站 (<http://abook.hep.com.cn/>) 上线,内容包括部分授课视频、习题选讲等。

在此,我们要特别感谢本套教材的各位主审老师,他们对书稿进行了非常认真细致的审查,并提出了许多宝贵的意见。此外,在教材的撰写过程中,自始至终得到了高等教育出版社编辑的热情支持与帮助,他们对全书的体例结构提出了许多好的建议。他们的建议和意见为教材增色不少,在此表示衷心的感谢!

虽编者尽了最大努力,但仍然会有不足之处,恳请专家、同行和读者批评指正。

编 者

2015 年 7 月

前 言

微积分是经济和管理类专业本科生的第一门数学课程,也被学生认为是一门较难的课程。微积分课程教学质量的高低对于培养学生的数学素质、逻辑推理能力、对经济问题定量分析的能力以及综合运用数学思想方法分析问题和解决问题的能力具有举足轻重的作用,会直接影响后续课程的学习。而教材是微积分课程教学的重要依托,因此编写一本既符合经济、管理类专业教学基本要求,又易为学生所接受的教材,对于教师的教学和学生的学习都是很有必要的。本教材是根据教育部高等学校大学数学课程教学指导委员会制订的“经济和管理类本科数学基础课程教学基本要求”,参照教育部考试中心最新颁布的《全国硕士研究生入学统一考试数学考试大纲》对微积分内容的要求,并结合编者多年的教学经验编写而成的。本教材在以下几个方面作了尝试:

1. 在内容的取舍上,强调微积分的基本概念、基本理论和基本解题方法,例题、习题的选配也围绕这三个基本,不选偏题、怪题和只注重技巧的题。如在积分部分,强调微分和积分的关系,重点介绍常用的积分方法,而不单纯追求积分技巧。

2. 在内容的编排上,注意与中学相关知识的衔接,力求结构严谨、逻辑清晰、通俗易懂、难点分散。如极限的“ ϵ - δ ”严格定义是学生公认的难点之一,而它又是微积分很多概念的基础,无法回避。在引入极限的概念时,通过几何解释,强调极限概念由变化过程和变化趋势两部分构成,淡化用“ ϵ - δ ”定义来讨论极限;而在连续、可导、可积和级数的收敛性定义中,再继续强调极限的概念,逐步加深学生对极限概念的理解。

3. 注重微积分的思想和方法。从牛顿和莱布尼茨建立微积分到现在,数学的思想和方法在许多学科中得到愈发广泛的应用,作为非数学类专业的学生,应该学会利用数学的思想和方法分析和解决实际问题。如在微分学部分,强调“以直代曲”的近似思想和“取极限以消除误差”得精确值的方法。在定积分及其应用、重积分的概念中强调“微元法”思想,使学生学会用微元法将实际问题转化为相应的积分问题。

4. 强调微积分的概念来源于实际又被用于解决实际问题的观点。注重微积分建模的思想和方法,培养学生学习数学和应用数学的兴趣和自觉性。除了有关章节的经济应用内容外,还在常微分方程一章中增加了微分方程建模一节,以社会学、医学、经济学、生物学等学科中的实际模型为例,使学生接触并初步学会数学建模的方法和步骤。

5. 强调微积分内容是一个整体,突出各部分内容的联系,化难为易。如强调

偏导数、全微分与导数和微分的联系,重积分与定积分的联系,级数与数列的联系等,形成数学知识的金字塔结构。

6. 在习题的选择和编排上,增强习题的目的性,对不同专业和不同层次的学生提出不同的要求,难易题适当搭配,让学生能按照自己的能力和目标受到科学的训练,达到理想的效果。每节习题为基本要求题,而每章总习题强化对本章概念和理论的进一步理解,加深该章内容和方法的联系与综合。

7. 内容叙述力求做到简单明了、突出重点、精选例题、减少篇幅,以减轻学生的压力,提高学生学习的积极性,争取达到易教、易学、易懂的目的。

本书共分为十一章。

第一、二章主要介绍函数、极限和连续性的相关内容,重点介绍极限与连续的概念和求极限的方法。第三、四章是一元函数微分学的核心,主要介绍导数与微分的概念和运算法则、微分中值定理和一元函数微分学的应用。第五、六章组成一元函数积分学,重点介绍不定积分和定积分的概念、性质、联系和换元积分法与分部积分法,在此基础上讨论反常积分和定积分的几何应用与经济应用。第七章介绍向量代数和空间解析几何,为从一元函数微积分向多元函数微积分过渡做准备。第八、九章是多元函数微积分学,重点介绍多元复合函数和隐函数的微分法、多元函数的极值和二重积分的计算方法。第十章是无穷级数,主要内容包括级数的一般概念与性质、常数项级数敛散性的判别准则、幂级数的收敛域和运算性质、求幂级数的和函数以及将函数展开为幂级数的方法。第十一章介绍常微分方程和差分方程,重点介绍几种典型的一阶微分方程、可降阶的高阶微分方程、二阶常系数线性微分(差分)方程的求解方法,同时还介绍了微分方程建模和微分(差分)方程的简单应用。

本书由殷先军组织编写,负责全书的统稿和定稿。第一、二、十章由穆淑梅编写,第三、四章由于伟红编写,第五、七章由武修文编写,第八章由王秀国编写,第六、九、十一章由殷先军编写。

编者衷心感谢北京市教委北京高等教育精品教材建设项目的资助和高等教育出版社以及中央财经大学教务处给予的大力支持,特别感谢高等教育出版社各位编辑付出的辛勤劳动。在本书的编写过程中,许多同行、专家提出了宝贵的建议,同时编者参阅了国内外许多现有的教材、参考书和网络资料,恕不一一列举,在此一并表示由衷的感谢。

由于编者经验和水平有限,书中难免存在不妥之处,敬请读者、专家和同行不吝指正,以便进一步完善。

编 者

2015 年 7 月

郑重声明

高等教育出版社依法对本书享有专有出版权。任何未经许可的复制、销售行为均违反《中华人民共和国著作权法》，其行为人将承担相应的民事责任和行政责任；构成犯罪的，将被依法追究刑事责任。为了维护市场秩序，保护读者的合法权益，避免读者误用盗版书造成不良后果，我社将配合行政执法部门和司法机关对违法犯罪的单位和个人进行严厉打击。社会各界人士如发现上述侵权行为，希望及时举报，本社将奖励举报有功人员。

反盗版举报电话 (010) 58581897 58582371 58581879

反盗版举报传真 (010) 82086060

反盗版举报邮箱 dd@hep.com.cn

通信地址 北京市西城区德外大街4号 高等教育出版社法务部

邮政编码 100120

目 录

第一章 函数	1	§1.4 反函数和复合函数	17
§1.1 集合	1	一、反函数	17
一、集合	1	二、复合函数	18
1. 集合的概念	1	习题 1.4	20
2. 集合的运算	2	§1.5 初等函数	21
二、实数集	3	一、基本初等函数	21
1. 实数与数轴上的点	3	1. 常量函数 $y = C$	21
2. 实数的绝对值	3	2. 幂函数 $y = x^\alpha$ (α 为实数)	21
3. 区间	4	3. 指数函数 $y = a^x$ ($a > 0$, $a \neq 1$)	22
4. 邻域	4	4. 对数函数 $y = \log_a x$ ($a > 0$, $a \neq 1$)	22
习题 1.1	5	5. 三角函数	23
§1.2 函数	5	6. 反三角函数	25
一、常量与变量	5	二、初等函数	26
二、函数的概念	5	习题 1.5	26
三、函数的表示法	6	§1.6 常见的经济函数	27
四、极坐标与参数方程所 确定的函数	7	一、成本函数	27
1. 极坐标中的函数	7	二、需求函数	28
2. 由参数方程确定的函数	10	三、供给函数	29
五、分段函数	11	四、总收益函数	30
习题 1.2	12	五、总利润函数	31
§1.3 函数的运算与特性	13	习题 1.6	32
一、函数的运算	13	第一章总习题	33
二、函数的特性	14		
1. 单调性	14	第二章 极限与连续	35
2. 奇偶性	14	§2.1 数列的极限	35
3. 有界性	14	一、数列	35
4. 周期性	16	1. 数列的概念	35
习题 1.3	17	2. 数列的几何表示	36

3. 子数列	36	1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$	70
二、数列极限的概念与性质	37	2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$	72
1. 数列极限的定义	37	三、等价无穷小量代换法求	
2. 数列极限的几何解释	41	极限	75
3. 数列极限的性质	41	四、连续复利	78
习题 2.1	44	习题 2.5	79
§2.2 函数的极限	44	§2.6 函数的连续性	80
一、函数极限的概念	45	一、变量的增量	80
1. 自变量趋于无穷大时函数的		1. 自变量的增量	80
极限	45	2. 函数的增量	80
2. 自变量趋于有限值时函数的		二、函数连续的概念	81
极限	48	1. 函数在一点处连续	81
二、函数极限的性质	52	2. 左连续和右连续	82
习题 2.2	54	3. 函数在区间上连续	83
§2.3 无穷小量与无穷大量	55	三、函数的间断点及其类型	84
一、无穷小量	55	1. 函数的间断及间断点的概念	84
1. 无穷小量的定义	55	2. 间断点的类型	84
2. 函数极限与无穷小量的关系	56	四、连续函数的运算法则及	
3. 无穷小量的性质	56	初等函数的连续性	86
二、无穷大量	57	1. 连续函数的四则运算法则	86
1. 无穷大量的概念	57	2. 复合函数的连续性	87
2. 无穷大量与无穷小量的关系	58	3. 反函数的连续性	87
3. 无穷大量的运算性质	59	4. 初等函数的连续性	88
三、无穷小量的比较	59	习题 2.6	89
习题 2.3	60	§2.7 闭区间上连续函数的	
§2.4 函数极限的运算	61	性质	90
一、函数极限的四则运算		习题 2.7	93
法则	61	第二章总习题	94
二、复合函数的极限	65		
习题 2.4	67		
§2.5 极限存在的准则、两个		第三章 导数与微分	98
重要极限	67	§3.1 导数的概念	98
一、极限存在的准则	67	一、引例	98
二、两个重要极限	70	引例 1 曲线的切线问题	98

引例 2 变速直线运动的瞬时速度	99	§3.5 函数的微分	126
二、导数的定义	100	一、微分的定义	126
1. 函数在一点处的导数	100	二、微分的几何意义	128
2. 函数在区间内的导数	101	三、基本初等函数的微分公式与微分运算法则	129
3. 单侧导数	103	1. 基本初等函数的微分公式	129
三、导数的几何意义	104	2. 函数和、差、积、商的微分法则	130
四、函数的可导性与连续性的关系	105	四、微分形式的不变性	130
1. 可导必连续	105	五、微分在近似计算中的应用	132
2. 连续未必可导	106	习题 3.5	133
习题 3.1	107	§3.6 边际与弹性	133
§3.2 求导法则与基本初等函数求导公式	108	一、经济函数的变化率 —— 边际	133
一、函数的和、差、积、商的求导法则	108	1. 边际成本	134
二、反函数的求导法则	110	2. 边际收益	134
三、复合函数的求导法则	111	3. 边际利润	135
四、求导法则与基本初等函数的导数公式表	115	4. 边际需求与边际价格	136
1. 函数的和、差、积、商的求导法则	115	二、经济函数的相对变化率 —— 弹性	136
2. 反函数的求导法则	115	1. 函数弹性的定义	136
3. 复合函数的求导法则	116	2. 需求的价格弹性	137
4. 基本初等函数导数公式表	116	3. 需求弹性与总收益	138
习题 3.2	116	习题 3.6	140
§3.3 高阶导数	117	第三章总习题	140
习题 3.3	120		
§3.4 隐函数的导数 由参数方程确定的函数的导数	121	第四章 中值定理与导数的应用	144
一、隐函数的导数	121	§4.1 中值定理	144
二、由参数方程确定的函数的导数	124	一、罗尔定理	144
习题 3.4	125	二、拉格朗日中值定理	146
		三、柯西中值定理	149
		习题 4.1	150

§4.2 洛必达法则	151
一、 $\frac{0}{0}$ 型未定式	151
二、 $\frac{\infty}{\infty}$ 型未定式	154
三、 $0 \cdot \infty$ 、 $\infty - \infty$ 、 0^0 、 1^∞ 、 ∞^0 型未定式	155
习题 4.2	156
§4.3 函数的单调性与极值	157
一、函数的单调性	157
二、函数的极值	160
习题 4.3	164
§4.4 曲线的凹凸性与拐点	164
一、曲线的凹凸性	165
二、曲线的拐点	166
习题 4.4	167
§4.5 函数图形的描绘	168
一、曲线的渐近线	168
1. 水平渐近线	168
2. 铅直渐近线	168
3. 斜渐近线	168
二、函数图形的描绘	169
习题 4.5	172
§4.6 函数的最值及其在经济 中的应用	172
一、函数的最大值和最小值	172
二、经济应用问题	173
1. 最大利润问题	173
2. 最大收益问题	174
3. 最低平均成本问题	175
4. 最大征税收益问题	176
习题 4.6	177
§4.7 泰勒公式	177
习题 4.7	182
第四章总习题	183

第五章 不定积分 186

§5.1 不定积分的概念与性质	186
一、原函数的概念	186
二、不定积分的定义	187
三、不定积分的几何意义	188
四、不定积分的基本性质	188
五、基本积分公式	189
六、直接积分计算举例	190
习题 5.1	192
§5.2 换元积分法	193
一、第一换元积分法 (“凑” 微 分法)	193
二、第二换元积分法	199
1. 三角函数代换	199
2. 简单无理函数代换	202
3. 倒代换	203
习题 5.2	204
§5.3 分部积分法	205
一、降幂法	206
二、升幂法	207
三、循环法	208
四、递推法	210
习题 5.3	212
§5.4 有理函数的不定积分	212
一、化有理函数为部分分式	212
二、待定系数法举例	213
习题 5.4	215
第五章总习题	215

第六章 定积分和反常积分 218

§6.1 定积分的概念	218
一、问题的提出	218
问题 1 求曲边梯形的面积	218
问题 2 求总收益	219

二、定积分的定义	219
三、定积分的几何意义	221
习题 6.1	222
§6.2 定积分的性质	223
习题 6.2	226
§6.3 微积分基本定理	227
习题 6.3	230
§6.4 定积分的计算方法	232
一、换元积分法	232
二、分部积分法	236
习题 6.4	238
§6.5 反常积分	240
一、无穷区间上的反常积分	240
二、无界函数的反常积分	243
习题 6.5	245
§6.6 定积分的应用	246
一、定积分的元素法	246
二、平面图形的面积	247
1. 直角坐标情形	247
2. 极坐标情形	251
三、体积	252
1. 旋转体的体积	252
2. 平行截面面积为已知的立体的体积	254
*四、平面曲线的弧长	255
1. 直角坐标情形	255
2. 参数方程情形	256
3. 极坐标情形	257
五、经济应用	257
1. 已知边际求原函数	257
2. 已知边际求总量	258
3. 货币流的总价值和投资回收期的计算	258
4. 消费者剩余和供给者剩余	259

习题 6.6	260
第六章总习题	262

第七章 向量代数和空间解析几何

267

§7.1 向量及其线性运算	267
一、向量的概念	267
二、向量的线性运算	267
1. 向量的加法	267
2. 向量的减法	268
3. 向量的数乘	268
4. 向量的单位化	268
三、空间直角坐标系	268
1. 坐标面	269
2. 卦限	269
3. 向量的坐标及相关运算	269
4. 向量的方向角和方向余弦	270
四、向量的数量积与向量积	271
1. 两个向量的数量积	271
2. 两个向量的向量积	272
*3. 三个向量的混合积	274
习题 7.1	275
§7.2 空间中的平面和直线	275
一、平面及其方程	276
1. 平面的点法式方程	276
2. 平面的一般方程	277
3. 两平面的夹角	279
4. 点到平面的距离	280
二、直线及其方程	280
1. 直线的对称式方程和参数方程	280
2. 直线的一般方程	282
3. 空间两条直线的位置关系	283
4. 直线与平面的夹角	283

习题 7.2	284	§8.3 偏导数	306
§7.3 曲面及其方程	285	一、偏导数的定义	306
一、曲面方程的概念	285	二、偏导数的几何意义及偏 导数存在与连续的关系	308
二、几种常见曲面及其方程	285	三、高阶偏导数	310
1. 球面	285	习题 8.3	311
2. 柱面	286	§8.4 全微分	312
3. 锥面	287	一、全微分	312
4. 旋转曲面	288	二、可微的条件	313
三、二次曲面	290	三、全微分在近似计算中的 应用	315
1. 椭球面	291	习题 8.4	316
2. 双曲面	292	§8.5 多元复合函数的求导 法则	316
3. 抛物面	293	一、链式法则	316
习题 7.3	295	二、全微分形式不变性	319
§7.4 空间曲线	296	习题 8.5	319
一、空间曲线及其方程	296	§8.6 隐函数求导法则	320
1. 曲线的一般方程	296	一、一个方程的情形	320
2. 曲线的参数方程	296	*二、方程组的情形	322
二、空间曲线在坐标面上的 投影	297	习题 8.6	324
习题 7.4	299	§8.7 多元函数的极值	325
第七章总习题	299	一、极值	325
第八章 多元函数微分学	301	二、最值	327
§8.1 多元函数的概念	301	三、条件极值与拉格朗日乘 数法	328
一、预备知识	301	习题 8.7	330
1. 邻域	301	第八章总习题	331
2. 区域	301	第九章 二重积分	334
二、多元函数的概念	302	§9.1 二重积分的概念与性质	334
习题 8.1	303	一、引例	334
§8.2 多元函数的极限	303	引例 1 求曲顶柱体的体积	334
一、多元函数的极限	303	引例 2 求平面薄片的质量	335
二、多元函数的连续性	305		
习题 8.2	306		

二、二重积分的概念.....	336	习题 10.3	383
三、二重积分的性质.....	337	§10.4 幂级数	384
习题 9.1	339	一、函数项级数的概念.....	384
§9.2 二重积分的计算	340	二、幂级数	385
一、直角坐标系中二重积分 的计算	340	1. 幂级数的概念	385
二、极坐标系中二重积分的 计算	347	2. 幂级数的敛散性	385
习题 9.2	351	3. 幂级数的运算	390
第九章总习题	353	4. 幂级数和函数的性质	391
第十章 无穷级数.....	356	习题 10.4	396
§10.1 常数项无穷级数的概念 和性质.....	356	§10.5 泰勒级数与函数的 幂级数展开.....	397
一、常数项无穷级数的概念...	356	一、泰勒级数	397
二、无穷级数的性质.....	359	1. 泰勒级数的定义	397
习题 10.1	364	2. 函数表示成泰勒级数的条件...	398
§10.2 正项级数	364	二、函数展开成幂级数.....	398
一、正项级数收敛的充分 必要条件	365	1. 幂级数展开式的唯一性	398
二、正项级数敛散性的判别 方法	366	2. 将函数展开成幂级数的方法...	403
1. 比较审敛法	366	3. 几个常用的麦克劳林展开式...	407
2. 比值审敛法	370	4. 幂级数的简单应用	408
3. 根值审敛法	373	习题 10.5	410
*4. (柯西) 积分审敛法	375	第十章总习题	411
习题 10.2	376	第十一章 常微分方程和 差分方程	415
§10.3 任意项级数	378	§11.1 微分方程的基本概念.....	415
一、交错级数敛散性的判别 方法	378	一、引例	415
二、任意项级数的绝对收敛 与条件收敛	380	引例 1 求曲线的方程.....	415
1. 绝对收敛与条件收敛的概念...	380	引例 2 求做变速直线运动 物体的运动方程	415
2. 任意项级数的审敛法	380	二、微分方程的概念.....	416
		习题 11.1	418
		§11.2 可分离变量的微分方程...	419
		一、可分离变量的微分方程...	419
		二、齐次微分方程	421

习题 11.2	425	三、一阶常系数线性差分	
§11.3 一阶线性微分方程	426	方程	450
一、一阶线性微分方程	426	1. $y_{x+1} - ay_x = 0$ (a 为非	
*二、伯努利方程	429	零常数)	451
习题 11.3	430	2. $y_{x+1} - ay_x = f(x)$ (a 为非	
*§11.4 全微分方程	431	零常数)	451
习题 11.4	434	四、二阶常系数线性差分	
*§11.5 可降阶的高阶微分方程	434	方程	454
一、 $y^{(n)} = f(x)$ 型微分方程	434	1. 齐次差分方程的通解	454
二、 $y'' = f(x, y')$ 型微分方程	435	2. 非齐次差分方程的特解和	
三、 $y'' = f(y, y')$ 型微分方程	436	通解	455
习题 11.5	438	五、差分方程的简单应用	457
§11.6 二阶线性微分方程	438	1. 动态供需均衡模型	457
一、二阶线性微分方程解的		2. 凯恩斯 (Keynes. J. M) 国	
结构	438	民经济收支动态均衡模型	458
1. 二阶线性微分方程的基本		3. 哈罗德 (Harrod. R. H)	
概念	438	经济增长模型	459
2. 二阶齐次线性微分方程解		习题 11.7	459
的结构	438	*§11.8 微分方程建模简介	460
3. 二阶非齐次线性微分方程		模型一、价格波动模型	460
解的结构	439	模型二、传染病模型	463
二、二阶常系数线性微分		1. SI 模型	463
方程	441	2. SIS 模型	464
1. 二阶常系数齐次线性微分		模型三、减肥问题	464
方程	441	模型四、单种群增长问题	466
2. 二阶常系数非齐次线性微分		1. 马尔萨斯 (Malthus) 模型	466
方程	444	2. 逻辑斯谛 (logistic) 模型	467
习题 11.6	448	习题 11.8	468
§11.7 差分方程及其简单应用	448	第十一章总习题	468
一、差分的概念	448	习题参考答案与提示	472
二、差分方程的概念	450		