

国家自然科学基金项目·管理科学与工程系列

交通流中观模型

卢守峰 著



科学出版社

国家自然科学基金项目·管理科学与工程系列

交通流中观模型

卢守峰 著

科学出版社

北京

内 容 简 介

本书是国内第一部关于交通流中观模型的专著,系统地阐述了交通流中观模型的建模方法,提出了离散型交通流中观模型和考虑驾驶员行为的交通流中观模型。主要内容包括 Prigogine-Herman 模型的参数标定和验证;建立了基于最大信息原理的交通流中观模型,这是利用协同学研究交通流规律的有益探索;基于元胞传输机制建立了离散型 Prigogine-Herman 模型、Delitala-Tosin 模型;建立了考虑驾驶员特性和跟驰效应的交通流中观模型,消除了类气体行为和车辆混乱假设。利用二流模型对出租车 GPS 数据进行了分析;对交叉口配时优化的内部状态节点模型进行了研究,推导了相应的公式。

本书的特点是所建立的模型具有较强的实用性,可用于交通流仿真,适合交通工程专业的研究生和科研人员阅读。

图书在版编目(CIP)数据

交通流中观模型/卢守峰著. —北京:科学出版社,2014

国家自然科学基金项目·管理科学与工程系列

ISBN 978-7-03-042230-9

I. ①交… II. ①卢… III. ①交通流-模型-研究 IV. ①U491.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 244650 号

责任编辑:李 莉/ 责任校对:胡小洁
责任印制:霍 兵 / 封面设计:无极书装

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

中国科学院印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2015 年 6 月第 一 版 开本:720×1000 1/16

2015 年 6 月第一次印刷 印张:12 1/2

字数:262 000

定价:58.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

序

随着交通运输事业和城市化的发展,交通科学引起了越来越广泛的关注,国内的研究队伍越来越壮大,特别是出现了一批优秀的年轻新锐,本书作者卢守峰博士就是其中的一位。通常可以从理学和工学两个不同的角度来研究交通,分别着重关注交通科学和交通工程,交通科学基础研究的目的在于发现制约交通系统的基本规律;而交通工程的主要目的在于交通运输网络和控制系统的规划、设计和建设。有效地解决交通问题的方法是实现两者的密切结合,本书作者在这方面做了可贵的尝试。

卢守峰 1997 年进入吉林大学交通学院,2001 年起师从著名交通工程专家杨兆升教授,2006 年获工学博士学位后,到长沙理工大学任教,并在上海大学博士后流动站从事交通科学方向的在职博士后研究。他思维活跃,勤奋好学,对交通工程的内涵和需求有深刻的理解,而且注意学术上的理工结合,主要通过听课、自学和工程实践打好了数理科学和交通工程学的扎实基础,10 余年来一直从事交通流理论、交通分配模型、智能交通系统等领域的基础研究和工程应用研究,尤其在交通流中观模型探索方面颇有建树,本书是他多年来的研究成果的总汇。

在解决世界性的交通难题的驱动下,人们对交通流建模进行了几十年的不懈努力,建立了一批宏观、微观和中观模型,通过模拟和分析,对交通流特性有了较为全面的了解,并有效地应用于交通工程实践。其中的中观模型于 1971 年由诺贝尔奖获得者 Prigogine 及其合作者 Herman 建立,通称为 Prigogine-Herman 模型,其理论基础是统计物理学中的气体动力论,所涉及的玻尔兹曼方程是复杂的微分积分方程,因此它的应用受到限制,人们采取了一系列方法加以改进。本书作者在这方面做了较为深入的研究,取得了一批可喜的成果,并在本书中予以展现。举其要者,有:

(1) 应用协同学的最大信息原理建立了交通流中观模型。

(2) 建立了基于元胞传输机制的离散 Prigogine-Herman 模型。

(3) 集成元胞传输机制 (cell transmission model, CTM) 和 Delitala-Tosin 模型,建立了非均匀条件下的中观交通流模型。

(4) 建立了考虑驾驶员特性的交通流中观模型,包括计及期望速度、潜在多元影响和超车需求的有效模型。

(5) 提出了一种基于二流模型的交通分析方法。

(6) 利用检测器数据对 Prigogine-Herman 模型的预测精度进行了研究。

(7) 建立了交叉口配时优化的内部状态节点模型。

这些内容在本书中都有详尽的描述。可以说,通过作者的努力和本书的问世,原有的交通流中观模型在可用性方面前进了一大步,从而使这类模型可以更为有效地应用于交通工程分析。

由于作者系统地掌握了交通工程学和统计物理学等领域的知识,并有相当丰富的实践经验,此书写得很好。在叙述方面有如下特点:

(1) 从第一性原理出发,阐明交通流中观模型的来龙去脉、基本特征和运用技巧,便于初学者学习和理解;

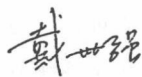
(2) 通过归纳型推理和案例分析,叙述详略有致,深入浅出,条理清晰;

(3) 一些主要模型均有足够的数据支持;

(4) 每章末尾有概括性描述,便于读者掌握主要知识点;

(5) 罗列了主要的经典文献和近代文献,为想要了解详情的读者提供了必要的线索。

因此,本书是交通科学领域里的一本好书,可供交通工程专业的师生和交通科学的研究者阅读,也可供交通工程的从业人员参考。



上海大学终身教授

2014年10月19日

前 言

交通流模型体系包括宏观、中观、微观三类模型，本书重点研究交通流中观模型。交通流中观模型研究车辆的速度分布演化，本书以元胞传输机制作作为重要的技术手段，对交通流进行离散化分析；采用气体动力学、最大信息原理、能动粒子动力论三种方法建立了离散的交通流中观模型，这些模型可以实现快速模拟。本书是国内第一部关于交通流中观模型的著作，对交通流理论的发展具有一定的理论价值和实际意义。

资助项目：国家自然科学基金项目（71071024）、湖南省自然科学基金（12JJ2025）、长沙市科技局重点项目（K1106004-11）。

本书获长沙理工大学出版资助，特此表示感谢。

感谢长期以来指导我科研工作的：上海大学戴世强教授（博士后导师）、荷兰 Delft 理工大学的 Henk J. van Zuylen 教授，感谢刘喜敏博士、刘改红、王丽园、王杰、郭俊等对本书编写工作的支持，感谢北京航空航天大学唐铁桥教授对本书出版提供的帮助，感谢科学出版社李莉编辑为本书出版付出的劳动。

卢守峰

2014 年 8 月

目 录

序

前言

第 1 章 绪论	1
1.1 国内外研究概况	3
1.2 交通流中观模型的研究方法	6
第 2 章 Prigogine-Herman 交通流中观模型	12
2.1 基本概念	12
2.2 Prigogine-Herman 模型	13
2.3 二流模型	19
第 3 章 基于能动粒子动力论的交通流中观模型	23
3.1 能动粒子的动力论方法	23
3.2 离散速度方法	30
第 4 章 P-H 模型的参数标定和预测精度研究	38
4.1 参数 β 的标定	39
4.2 参数 γ 的标定	40
4.3 由 P-H 模型标定的平均速度与检测器数据的对比分析	41
4.4 速度分布的作用与预测方法	43
4.5 矩法	44
4.6 基于 P-H 模型的速度分布预测	44
第 5 章 基于最大信息原理的交通流中观模型	53
5.1 最大信息原理简介	53
5.2 元胞传输模型	58
5.3 集成 CTM 和最大信息原理的中观模型	58
5.4 算例	60
第 6 章 基于元胞传输机制的离散 P-H 交通流中观模型	64
6.1 经典的 P-H 交通流中观模型	64
6.2 延迟的元胞传输模型	65
6.3 离散 P-H 交通流中观模型	66
6.4 算例	69

第 7 章 集成 CTM 和 Delitala-Tosin 模型的交通流中观模型	73
7.1 基于自适应网格的能动粒子动力论模型的通式推导	75
7.2 改进的 Delitala-Tosin 模型	76
7.3 空间不均匀条件下的交通流中观模型	79
7.4 空间不均匀条件下的模型性能对比	81
第 8 章 考虑驾驶员特性的交通流中观模型	90
8.1 引入期望速度的交通流中观模型研究	90
8.2 考虑潜在影响的交通流中观模型	102
8.3 考虑超车需求的交通流中观模型	105
第 9 章 考虑跟驰效应的交通流中观模型	115
9.1 Wiedemann 驾驶行为阈值模型简介	115
9.2 校正指标选取	119
9.3 基于模式识别的校正模型	127
9.4 参数校正平台	133
9.5 参数校正实例	139
9.6 集成 Wiedemann 模型的交通流中观模型	151
第 10 章 基于二流模型的交通分析及 OD 出行时间矩阵	154
10.1 二流模型简介	155
10.2 数据的采集与处理	156
10.3 小区“二流”特性	158
10.4 OD 最短出行时间计算	160
10.5 最短路径辨识	161
10.6 本章小结	163
第 11 章 交叉口配时优化的内部状态节点模型	164
11.1 最小化公式和内部状态节点模型	164
11.2 信号交叉口的内部状态节点模型	165
11.3 信号配时优化模型	167
11.4 算例	172
第 12 章 结论与展望	179
12.1 结论	179
12.2 展望	181
参考文献	182

第1章 绪 论

为什么研究交通流中观模型？研究目的是弄清楚交通流系统的特征。每个驾驶员-车辆个体都受到所处的交通流特征的影响，每个驾驶员-车辆个体尽量获得自己的最优解，交通流特征取决于个体之间的相互作用，这种相互作用或者导致混乱状态，或者导致一种集体行为。

与经济学理论类似，一个经济学理论必须首先分析消费者行为。一个交通流理论必须首先分析驾驶员策略。交通流理论研究融合了统计学、物理学、人的行为等方面的概念。Prigogine 和 Herman (1971) 从统计力学出发，将气体动力学中的分子替换为人，建立了关于交通流的动力学模型，这是一种关于人的行为的统计物理模型。物理学中相同种类的分子完全相同，但是在交通流中，同一个驾驶员的特性都会有统计波动。Prigogine-Herman 期望建立一个统计学理论，根据交通流密度处于稀疏状态、车辆间无相互作用时的驾驶员行为，预测任意密度时的交通模式。

选择交通流理论作为构建关于人的行为的统计理论基础有以下原因。一是交通流可以实测；二是关于流量的相关参数，如密度、车道数可以确定，而且是变化的。三是每个驾驶员只有一个目的，即在合理的时间内完成出行，相对于社会生活中的多维更简单。

交通中的基本问题是驾驶员之间的竞争，一个驾驶员的目标和其他驾驶员的目标之间存在冲突。驾驶员之间的竞争是可测的，因为竞争导致平均速度降低。一种方法是流体力学模型，可以根据由流量-密度曲线描述的均匀时不变交通特性推导不均匀条件下的结果即动力学波。这种模型的缺点是不能建立人的行为与交通流特性之间的联系。另一种方法是基于车辆的个体行为，即跟驰理论。这种理论的缺点是面临巨大的数学复杂性，因为对于一定数量的车辆，在可以超车的条件下有大量可能的情况。交通流中观模型介于这两个理论之间，期望利用低密度下的已知行为描述给定密度下的驾驶员的行为。通过引入相空间描述，包括车辆的位置和速度，推导描述车辆速度分布时空演化的动力学方程。与分子动力学方程的最大区别是考虑驾驶员的行为与普通分子之间的区别，既要描述相互作用也要描述驾驶员的意愿，包括超车概率和松弛时间。

跟驰 (follow-the-leader) 理论：按照刺激-响应方式描述具有一定车流密度的单车道交通流行为。 $t + T$ 时刻的响应等于敏感系数乘以 t 时刻的刺激。数学

公式为

$$\frac{d^2 x_n(t+T)}{dt^2} = \lambda \left[\frac{d^p x_{n-1}(t)}{dt^p} - \frac{d^p x_n}{dt^p} \right] \quad (1-1)$$

由于驾驶员不能够对刺激做出准确的判断, 因此 p 没有确定值。当 $p=0$ 时, 表明驾驶员只根据车间距做出判断, 已有实验表明这种跟驰是不稳定的。

$$\text{当 } p=1 \text{ 时, } \frac{d^2 x_n(t+T)}{dt^2} = \lambda \left[\frac{dx_{n-1}(t)}{dt} - \frac{dx_n(t)}{dt} \right] \quad (1-2)$$

$$\text{敏感系数 } \lambda = \frac{\lambda_0 [dx_n(t)/dt]^m}{[x_{n-1}(t) - x_n(t)]^l}$$

当道路上没有车或完全处于拥堵时, 流量均为 0。如果流量和密度之间存在一个唯一的关系, 那么在 0 密度和阻塞密度之间存在一个最大值。让我们假设车队通过加速或减速经历了从一个稳态到另一个稳态的转变, 将跟驰方程从 0 到无穷大积分, 可以脱掉延迟时间 T 。当 $l=m=0$ 时, $\lambda=\lambda_0$, 得到线性跟驰方程。

$$\frac{dx_n(t)}{dt} = \lambda_0 [x_{n-1}(t) - x_n(t)] \quad (1-3)$$

$$v = \lambda_0 s + \beta$$

其中, s 为车间距; β 为由边界条件确定的系数 $v=0$, $s=s_j$, j 表示阻塞状态, 因此

$$v = \lambda_0 (s - s_j) = \lambda_0 \left(\frac{1}{c} - \frac{1}{c_j} \right) \quad (1-4)$$

从最初的跟驰方程到速度-密度方程去掉了一个时间延迟, 这表明描述的状态是与时间无关的, 是静止过程。对于稳态流, $q=vc$, 因此 $q=\lambda_0(1-c/c_j)$, 因此跟驰理论的假设不能应用到稀疏状态, 因为该方程计算得到的流量与实测数据不一致, 实测的流量密度曲线应通过原点, 并且在原点附近近似为线性关系。

当调整敏感系数 $m=0$, $l=1$ 时, 仍采用以上步骤, 可得到

$$v = \lambda_0 \ln s + \text{常数}$$

$$v(c_j) = 0$$

$$v = \lambda_0 \ln \left(\frac{s}{s_j} \right) = \lambda_0 \ln \left(\frac{c_j}{c} \right) \quad (1-5)$$

$$q = cv = \lambda_0 c \ln(c_j/c)$$

对多个隧道数据的拟合表明, 非线性方程拟合效果较好。但是当多次调整敏感系数值时, 不能够比较出哪个模型更优。因为跟驰方程描述的是所有驾驶员的样本平均值。

交通流的流体力学模型存在以下缺点: ①不能够明确流量-密度关系应满足什么特征, 而且假设这个关系式在时间和空间变化的情况下都能够使用。但是要应用流量-密度关系, 一些条件必须满足, 如交通流不均匀性时间尺度和空间尺

度。当交通流不均匀空间尺度很小时,密度梯度突然变化, $q = cv$ 将不再有效。而且交通流动力学模型忽略了动力学波的变形。②该模型忽略了不稳定性的作用,特别是在高密度时,不稳定性起到很大作用。交通流动力学模型的扩展已经被建议了,如Franklin (1965)将密度对时间的导数、密度对空间的导数都包括进来, $q = F\left(c, \frac{\partial c}{\partial t}, \frac{\partial c}{\partial x}\right)$, c 表示密度。

但是这样一个扩展的物理意义并不清晰。是否可以用其他平均量表示流量,借助统计理论更深入地理解交通流动力学模型,这正是Prigogine和Herman (1971)尝试要做的。

1.1 国内外研究概况

迄今为止,国内外学者对交通流的描述包括三种尺度:微观尺度、中观尺度、宏观尺度。微观尺度描述单个车辆在车流中的运动,所建立的车辆跟驰模型为二阶时滞常微分方程组,而元胞自动机模型为映射迭代方程;宏观尺度描述基于连续介质力学假设,用以刻画整个车流的集体运动,建立的模型为流体动力学方程(偏微分方程组);中观尺度采用动力论方法,描述车辆速度分布函数的演化,所建立的模型为Boltzmann方程(微分-积分方程)及其离散形式。

微观尺度描述的局限性在于需要大量的方程或迭代关系对系统进行建模,在计算效率上不具有竞争力,而且要获得宏观变量,只能采用计算平均值的方法,从数学分析的角度看来,使用平均的方法较难获得关于系统全局特性的信息;宏观尺度描述的局限性在于假设宏观密度的连续性,而车辆的数量级远远小于分子数目的数量级,因此即使在拥挤交通状况下,对宏观密度的连续性假设也不完全符合物理实际;中观尺度采用统计的方法对车流进行描述,通过对车辆微观相互作用的描述建模速度分布的演化,具有不需要事先引入速度-密度封闭关系的优势,通过寻求中观模型的解,可以得到基本图,而且可以从中观模型推导得到宏观模型。通过计算速度分布函数的矩可以获得宏观变量,如密度、流量等信息。因此相对于宏观模型而言,中观模型的动力学尺度可以捕捉到车辆间相互作用的概率本质;相对于微观模型,中观模型的动力学尺度能够研究系统的全局特征,而且计算效率较高。

交通流中观模型的开创者是Prigogine和Herman。交通流在低密度的情况下是单个汽车的流动,与其他车辆的关系不大,反之,在高密度时则以车队形式流动,这一事实启示了交通流与气体流动相似性。关于Prigogine和Herman创建的交通流中观模型的系统论述可见1971年出版的专著*Kinetic Theory of Vehicular Traffic*。随后,Paeveri-Fontana (1975)对这一模型做了改进。在此期间,不少学者对Prigogine-Herman模型(以下简称P-H模型)提出了批评,主

要强调气体与车辆有本质的区别,气体是各向同性的,而车辆由人控制,车流的特点是各向异性,将气体动力论的方法原封不动地应用于车辆建模是不恰当的。Prigogine 和 Herman 在其专著中对这一质疑进行了回复,在他们创建的中观模型中引入了松弛项,反映了车辆与气体分子的差别。后来,Prigogine 和 Herman 及其合作者利用航测等手段进行了数据采集,并对模型进行了参数标定,曾引起美国运输部的关注。但是由于模型的求解较困难,在特定条件下才可进行,而且参数标定难度较大,因此在 20 世纪 70~90 年代的 20 年间,交通流中观模型的研究几乎没有重要进展。

自 20 世纪 90 年代开始,随着交通运输业的迅猛发展和计算机技术的进步,人们对交通流中观模型的研究兴趣又被激发,总体来说集中在如下四个方面。

第一个方面是继续改善 P-H 交通流中观模型。Nelson (1995) 采用关联模型和力学模型对加速项进行了解析推导,发展了 P-H 模型。这个工作改进了 P-H 模型的唯象松弛项。Klar 和 Wegener (1997) 基于 Nelson 的思路构建了一个交通流中观模型,该模型考虑了车辆长度。Helbing (1996) 基于车辆加速和减速的基本定律推导出一个交通流中观模型。Helbing 和 Treiber (1998) 提出了一个可以解释迟滞相变的交通流中观模型。Hoogendoorn 和 Bovy (2001) 将广义相空间密度变量引入 Paveri-Fontana 的中观模型,开发了既可以考虑离散属性(用户类、道路车道、目的地),又可以考虑连续变量(速度、期望速度)的交通流中观模型。Nelson (2003) 提出了交通流中观模型的三个评价基准:交通流中观模型的解在高密度时应是双峰的;交通流中观模型在密度高时的速度-密度关系应是散布的;一阶 Chapman-Enskog 解应是 Lighthill-Whitham (1955) 流体运动学模型的改善。Ngoduy (2006) 开发了交织区间断交通流的中观模型,采用矩法推导了相应的宏观模型。

第二个方面是根据交通流中观模型推导了宏观交通流动力学模型。Helbing 及其团队 (Treiber et al., 1999; Helbing et al., 2001) 基于车辆动力学的微观模型推导了带有非局部相互作用项的宏观模型。一些研究表明,宏观交通流模型可以通过对中观模型的平衡解作渐近展开获得。例如, Nelson 和 Sopasakis (1999) 利用 Chapman-Enskog 类型展开获得了零阶和一阶的交通流方程, Sopasakis (2003) 利用 Hilbert 展开获得了零阶和一阶模型。Mendes 和 Velasco (2008) 使用 Grad 矩法得到了基于 Paveri-Fontana 方程齐次解的分布函数,构建了一个宏观模型。

第三个方面是建立了可以描述多个属性、多维运动的一般建模框架,如 Hoogendoorn 等的工作 (Hoogendoorn and Bovy, 2001)。

第四个方面是关于离散型交通流中观模型研究,目标是解决连续型交通流中观模型因存在积分微分项而缺乏有效算法的难题。孟剑平等 (Meng et al., 2008) 建立了一个格子 Boltzmann 模型 (LBM), 该模型能够捕捉到交通流的稳

定性和时停时走现象。Meng 等 (2008) 还将格子 Boltzmann 模型扩展到了城市交通网络。这两个模型的缺点是将相互作用过程和松弛过程简化为朝着事先设定的局部平衡速度分布逼近, 缺乏解析推导。

进入 20 世纪 90 年代, 人们出于对多体系统、复杂系统的关注, 激起了对 Prigogine-Herman 模型的兴趣, 许多数学专家也开始了中观模型的研究。Delitala 和 Tosin (2007) 基于数学动力学方法提出了离散速度类的离散型交通流中观模型。Bonzani 和 Mussone (2008) 利用实测数据对该模型参数进行了标定。Bonzani 和 Gramani Cumin (2008) 应用该模型对多车道公路的速度分布进行了模拟分析。

本书主要对 Prigogine-Herman 模型和 Delitala-Tosin 模型进行改进, 目的在于提高求解速度, 提升描述现象真实性和模型的可用性。中观模型是描述车辆速度分布函数的演化, 采用统计的方法对车流进行描述, 通过对车辆微观相互作用的描述建立速度分布函数的演化方程。目前, 对交通流中观模型的研究主要有两个方向, 一个是以 Prigogine-Herman (P-H) 交通流中观模型为主线; 另一个是以 Delitala-Tosin 基于数学动力学方法提出的离散速度类的离散型交通流中观模型为主线。P-H 模型的原理类似于气体动力学中的 Boltzmann 方程。Prigogine-Herman (P-H) 交通流中观模型中的变量是速度分布函数 $f(x, v, t)$, 模型主要描述三个过程: 相互作用过程、松弛过程、调整过程。Delitala-Tosin 模型考虑了车辆的颗粒性质, 把速度离散为一定范围内的几个组, 用离散的速度分布函数来描述车辆的状态。交通流中观模型的研究概况如图 1-1 所示。

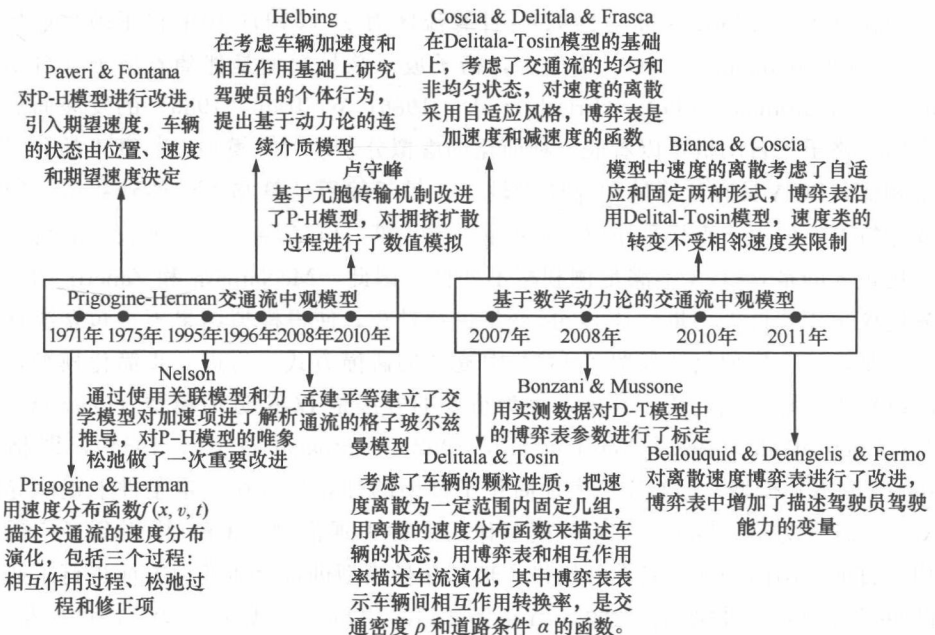


图 1-1 交通流中观模型的研究概况

1.2 交通流中观模型的研究方法

如上所述,自从 Prigogine 做了原创性工作以来,交通流中观模型受到广泛关注,已形成的研究方法主要有三种:气体动力学中的 Boltzmann 方程、数学动力学论方法、离散格子 Boltzmann 模型 (lattice Boltzmann model, LBM)。

第一种方法和第二种方法都是利用相互作用率和转换概率,其中第一种方法转换概率是速度 i 与比它低的速度的车辆相互作用后转换为其他速度,为减少项。比速度 i 高的车辆与 i 相互作用后转换为速度 i ,为增加项。相互作用次数是速度 i 的车辆数与速度 j 的车辆数乘积。第二种方法的转换概率分 $i > j$, $i < j$, $i = j$ 三种情况。相互作用次数是速度 i 的车辆数与速度 j 的车辆数乘积。

第一种方法在第 2 章详细介绍,第二种方法在第 3 章详细介绍。本章简要介绍格子玻尔兹曼模型和后续章节要用到的元胞传输模型。

1.2.1 格子玻尔兹曼模型

由于中观模型具有复杂的积分微分形式的相互作用项,对其理论分析和实际仿真带来了困难。人们采用了若干方法对交通流模型中的 (类) Boltzmann 控制方程进行简化处理以方便对中观模型的解析和数值处理,如速度空间的离散化 (Coscia et al., 2007), (类) Bhatnagar-Gross-Krook (BGK) 近似对 (类) Boltzmann 方程进行简化处理 (Arlotti et al., 2002), 计算流体力学 (CFD) 中的格子玻尔兹曼模型 (lattice Boltzmann model)。历史上,格子玻尔兹曼模型是伴随着格子气自动机 (lattice gas automata, LGA) (Frisch et al., 1986; Wolfram, 1986) 的发展而建立起来的。格子气自动机可以看成一种简化的虚拟分子动力学模型。与真正的分子动力学相比, LGA 具有计算量和存储量较少、易于编程计算和不会遇到数值不稳定问题等特点。但由于直接采用 Boole 变量进行计算, LGA 往往会引入较大的统计噪声。更重要的是, LGA 不满足伽利略不变性。因此, McNamara 和 Zanetti (1988) 首先建议采用统计平均量代替 Boole 变量进行计算,使得模拟结果不再包含统计噪声。但是,这一模型仍然保留了 LGA 中复杂的碰撞方式。为进一步简化模型,人们陆续提出多种简化方法。其中,最为重要的方法是 BGK 近似模型 (Qian et al., 1992; Chen et al., 1992; Benzi et al., 1992; Bhatnagar et al., 1954), 即格子 BGK (LBGK) 模型。LBGK 极大地简化了模型的计算且可在一定条件下正确导出 Navier-Stokes 方程。因此, LBGK 模型作为一种中观模型在 CFD 中得到了广泛的应用。目前,国内一些学者在利用格子玻尔兹曼模型进行交通模拟方面进行了研究 (甘明星等, 2004; 甘明星, 2004; Yan and Hu, 2000; 黄丘花, 2001; 黄丘花等, 2002), 其研究思路大体是依据如下三条线索展开的: 其一是将格子玻尔兹曼模型

视为解宏观模型方程的数值方法 (Yan and Hu, 2000; 甘明星, 2004)。该思路在一定程度上将模型的能力局限于所选定的宏观方程, 且往往会引入负速度 (车辆倒退) 分布, 显得不符合实际; 其二是基于元胞自动机模型展开的 (黄丘花, 2001), 该思路利用与从 LGA 建立中观演化方程相同的思路, 从元胞自动机模型进行推演得到相关的中观演化方程。与前述方案相比, 该思路具有较为坚实的微观基础。但当元胞自动机模型中最大车速超过 1 时, 该思路将遇到困难, 很难建立相关的演化方程。其三是建立了交通流的格子玻尔兹曼模型, 包括公路交通和城市交通两个方面。以下内容重点对第三个线索进行介绍。

1. 公路交通流的格子玻尔兹曼模型

中观模型的困难主要来源于积分微分项, 即来源于车辆之间的相互作用。这一点与气体动力学中的情形是类似的, 而车辆之间的相互作用与粒子的碰撞是可相互比拟的。因此, 可以采用相同的思想来简化模型, 即利用 (类) BGK 近似来简化相互作用项。再考虑到 Prigogine-Herman 模型是以弛豫 (类 BGK) 形式描述加速项, 可以采用一个统一的、趋向于局域平衡速度分布的弛豫项来综合描述车辆间相互作用与驾驶员期望之间相互竞争的结果, 从而得到如下形式的 (类) BGK 方程:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v \frac{\partial f}{\partial x} = -\frac{f - g_{eq}}{\lambda} \quad (1-6)$$

其中, g_{eq} 为局域平衡速度分布; λ 为弛豫时间。同时, g_{eq} 服从如下车辆数 (质量) 守恒律

$$\rho(x, t) = \int dv f(x, v, t) = \int dv g_{eq}(x, v, t)$$

在交通流中, 动量和能量守恒律是不存在的。利用上述思想, 中观模型已经在很大程度上得到了简化。将式 (1-6) 乘以 $v^0 = 1$ 和 v^1 并对 v 积分, 可得

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho v)}{\partial x} = 0 \quad (1-7)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{1}{\lambda} (v_{eq} - v) \quad (1-8)$$

其中,

$$\begin{aligned} v_{eq}[\rho(x, t)] &= \int dv v \frac{g_{eq}(x, v, t)}{\rho(x, t)} \\ (v^2) &= \frac{1}{\rho(x, t)} \int dv v^2 f(x, v, t) \\ P(x, t) &= \rho(x, t) \{ (v^2) - [v(x, t)]^2 \} \end{aligned}$$

显然, g_{eq} 是平衡速度-密度关系 (即基本图) 的中观描述。 P 可以被看成“交通压力” (Helbing, 1996)。可见, 上述简化不仅使方程形式变得简洁, 还可使

其中的参量与关系获得明确的物理意义,从而给参数标定带来方便。

采用文献 (He and Luo, 1997) 中的离散化方法对式 (1-6) 进行处理。

首先,将式 (1-6) 对小时间段 δ_t 进行积分,得

$$f(x + v\delta_t, v, t + \delta_t) = e^{-\delta_t/\lambda} f(x, v, t) + \frac{1}{\lambda} e^{-\delta_t/\lambda} \times \int_0^{\delta_t} e^{t'/\lambda} g_{eq}(x + vt', v, t + t') dt' \quad (1-9)$$

对式 (1-9) 右边进行 Taylor 展开并忽略高阶项,得

$$f(x + v\delta_t, v, t + \delta_t) - f(x, v, t) = -\frac{1}{T} [f(x, v, t) - g_{eq}(x, v, t)]$$

其中, $\tau \equiv \lambda/\delta_t$ 变为无量纲弛豫时间。至此,对时间的离散化已完成,剩下的工作是在相空间中的离散化,即沿 x 和 v 轴的离散化。采用与元胞自动机模型 (Nagel and Schreckenberg, 1992) 相类似的相空间离散化方法:将道路划分为 L 个离散的格点,格点的长度通常设为 7.5m。速度空间也离散为整数空间,即车速 $v_i \in \{0, \dots, v_{\max}\}$ 且 $v_{\max}$ 通常设为 5。最后,基于上述离散化方法,可以将道路交通流的格子玻尔兹曼模型写为如下形式:

$$f_i(x + v_i\delta_t, t + \delta_t) - f_i(x, t) = \omega [f_i^{eq}(x, t) - f_i(x, t)] \quad (1-10)$$

其中, $f_i(x, t)$ 指以速度 v_i 行驶的车辆分布; f_i^{eq} 则指处于局域平衡状态时以速度 v_i 行驶的车辆分布,显然, f_i^{eq} 是离散化的中观平衡速度-密度关系,是 g_{eq} 的离散版本; $\omega = \frac{1}{T}$ 是无量纲弛豫因子。在流体动力学研究中, f_i^{eq} 可以根据所采用的相空间离散方式计算出来 (He and Luo, 1997)。因为在交通流中不仅没有“麦克斯韦”分布,还缺乏足够的守恒律。为了使方程封闭,只能通过实测来确定 f_i^{eq} ,如同在 LWR 宏观模型 (Lighthill and Whitham, 1955; Richards, 1956) 中为使方程封闭而需确定速度-密度关系那样。孟剑平 (2008) 建议了以下局域平衡分布函数:

$$f_i^{eq} = \frac{v_i^2 \exp\left(-\frac{v_i^2 \rho'^2}{1 - \rho'}\right) \rho_n}{1 + \sum_{i=1}^5 v_i^2 \exp\left(-\frac{v_i^2 \rho'^2}{1 - \rho'}\right)} \quad (1-11)$$

$$f_0^{eq} = \frac{\rho_n}{1 + \sum_{i=1}^5 v_i^2 \exp\left(-\frac{v_i^2 \rho'^2}{1 - \rho'}\right)} \quad (1-12)$$

$$\rho' = \frac{\sum_{i=0}^5 \rho_{n+i}}{6} \quad (1-13)$$

其中, ρ_k 为在第 k 个格点的密度。在上述分布函数中, 通过考虑前方五个格点的状态来描述车辆与前方车辆的相互作用。

2. 城市交通流的格子玻尔兹曼模型

城市交通流的格子玻尔兹曼模型可以用以下三个步骤来表示, 包括对信号灯(即交叉口)处理的细节。

在每个时间步 δ_t (1 秒), 所有位于不同格点的分布函数按照下述规则更新。

步骤一 由驾驶人员期望与车辆相互作用导致的分布函数更新。

对于位于 k 方向上第 j 条街道上第 n 个格点上的分布函数:

$$f_{k,j,n,i} \rightarrow f_{k,j,n,i} + \omega(f_{k,j,n,i}^{\text{eq}} - f_{k,j,n,i}) \quad (1-14)$$

其中, $f_{k,j,n,i}$ 指位于 k 方向上第 j 条街道上第 n 个格点的以速度 v_i 行驶的车辆的分布, 即 n 用来代表位置, k 用来表示方向, 只能有 x (向东) 或 y (向北) 两种选择。类似地, $f_{k,j,n,i}^{\text{eq}}$ 表示局域平衡分布。

步骤二 由信号灯导致的分布函数更新。

对于位于 k 方向上第 j 条街道上第 n 个格点上的分布函数:

如果 $(s_{k,j,n} \leq v_i)$ 且 $(s_{k,j,n} > 0)$ 则

$$\begin{aligned} f_{k,j,n,i-1} &= f_{k,j,n,i} + f_{k,j,n,i-1} \\ f_{k,j,n,i} &= 0 \end{aligned} \quad (1-15)$$

否则, 如果 $(s_{k,j,n} > v_i)$ 或 $s_{k,j,n} = 0$ 且 $(f_{k,j,n,i-1} + \sum_{l=0}^{v_i-1} f_{k,j,n+v_i-l,l} > 0)$ 则

$$\begin{aligned} f_{k,j,n,i-1} &= f_{k,j,n,i-1} + f_{k,j,n,i-1} + \sum_{l=0}^{v_i-1} f_{k,j,n+v_i-l,l} \\ f_{k,j,n,i} &= 1 - \sum_{l=0}^{v_i-1} f_{k,j,n+v_i-l,l} \end{aligned} \quad (1-16)$$

$s_{k,j,n}$ 表示 k 方向上第 j 条街道上第 n 个格点与距其最近的前方交叉口 (信号灯) 之间的距离。因此, 规则 (1-15) 规定在红灯周期所有将要到达或经过交叉口的车辆都要减速。而规则 (1-16) 则考察当前位于第 n 个格点以速度 v_i 行驶的车辆将要到达的前方格点是否达到最大密度。如果已达到最大密度, 一部分乃至全部的车辆需要减速。规则 (1-15) 和 (1-16) 仅在红灯周期起作用。

步骤三 分布函数的传输。

对于所有分布函数:

$$f_{k,j,n+v_i,i} = f_{k,j,n,i} \quad (1-17)$$

规则 (1-17) 用来描述车辆向前移动。与 ChSch 模型相类似, 本模型较 BML 模型有所改进。例如, 靠近交叉口的车辆在红灯周期仍然可以行驶, 而不