

变分和偏微分方法 在图像分割中的应用

Application of Variational Method and PDE
in Image Segmentation

方江雄 著

中国石化出版社

[HTTP://WWW.SINOPEC-PRESS.COM](http://www.sinopec-press.com)

变分法 在图像分割中的应用

方江雄 著

施泰(St)自华原石学图

这是作者第一本关于变分法在图像分割中的应用的专著。书中系统地介绍了变分法的基本理论、方法和应用，特别是变分法在图像分割中的应用。

该书内容丰富，深入浅出，易于理解，是一本难得的学术著作。书中不仅系统地介绍了变分法的基本理论、方法和应用，而且深入浅出地介绍了变分法在图像分割中的应用。

该书内容丰富，深入浅出，易于理解，是一本难得的学术著作。

该书内容丰富，深入浅出，易于理解，是一本难得的学术著作。

中国石化出版社

内 容 提 要

本书主要介绍了变分理论和偏微分方法在图像分割领域的应用，针对分割灰度分布不均匀图像，介绍了局部驱动核的活动轮廓模型；针对分割多相复杂场景图像，介绍了基于竞争区域的多分辨率多区域水平集分割方法、基于统计方法的区域合并优先多水平集分割方法和多层次水平集分割方法。

本书适用于高等院校计算机及相关专业的研究生、大学老师和广大图像分析领域的科研人员。

图书在版编目(CIP)数据

变分和偏微分方法在图像分割中的应用 / 方江雄著.
—北京：中国石化出版社，2015. 6
ISBN 978-7-5114-3381-7

I. ①变… II. ①方… III. ①变分(数学)-应用-
数字图象处理②偏微分方程-应用-数字图象处理 IV.
①TN911. 73

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 122431 号

未经本社书面授权，本书任何部分不得被复制、抄袭，或者以任何形式或任何方式传播。版权所有，侵权必究。

中国石化出版社出版发行

地址：北京市东城区安定门外大街 58 号

邮编：100011 电话：(010) 84271850

读者服务部电话：(010) 84289974

<http://www.sinopec-press.com>

E-mail: press@sinopec.com

北京艾普海德印刷有限公司印刷

全国各地新华书店经销

700×1000 毫米 16 开本 9 印张 163 千字

2015 年 7 月第 1 版 2015 年 7 月第 1 次印刷

定价：40.00 元

前　　言

随着电子和计算机技术的快速发展以及图像采集技术的极大提高，图像技术的应用得到了极大的重视，出现了许多新的理论、方法和设备，使得图像技术在人们的日常生活中得到了广泛的应用，对改善人们生活水平起到了非常重要的作用。图像分割是图像理解和识别的前提，并作为图像处理的基础环节，一直是图像处理和计算机视觉领域的热点和难点问题。基于水平集图像分割方法，由于其具有自由拓扑变换以及多信息共融性的优点，近年来受到众多学者的关注。但水平集方法仍处于发展阶段，用它来分割灰度不均匀或目标类型多且拓扑关系复杂场景的图像并不理想，其理论和应用有待进一步完善。因此，一本具有科学的研究体系的研究成果是作为科研工作者急迫需要的参考书。

本书针对灰度分布不均匀和多目标图像分割方法，介绍了多种基于变分水平集图像分割方法。本书共 7 章，内容安排如下：

第 1 章简要介绍了主动轮廓图像分割的背景和意义、水平集方法研究概况、水平集图像分割方法以及水平集分割方法研究趋势。

第 2 章详细介绍了变分法基本理论、变分水平集方法以及基本变分水平集模型。首先简要介绍了变分概念、Euler-Lagrange 方程、梯度下降法和曲线演化基本理论。接着介绍了变分水平集方法、符号距离函数与水平集函数的初始化方法，并给出水平集方法数值求解过程。最后介绍了基于区域型最常用的几种变分水平集模型：Mumford-Shah 模型、Chan-Vese 模型、分段光滑 PS 模型。

第 3 章介绍了基于局部驱动核的活动轮廓模型(LKAC)。通过引入局部图像信息，该模型能快速分割灰度不均匀医学图像。在规则化项

中增加的能量惩罚项，使得水平集函数在演化过程中保持为近似的符号距离函数。与局部图像拟合模型(LIF)和局部二值拟合(LBF)模型进行理论和实验比较，该模型的演化曲线在迭代过程中无需进行卷积操作，极大地提高了计算效率；实验结果表明，LKAC模型比LIF模型和LBF模型有更好的分割效果和更快的计算效率，并受轮廓曲线初始条件影响不大。

第4章介绍了基于竞争区域的多分辨率多区域水平集图像分割方法，通过将基于曲线演化理论的多水平集方法和变分法理论引入到图像分割中，借助多分辨率技术来提高曲线的演化速度，从而提高算法的有效性，并减少了分割过程中冗余轮廓的产生。在该方法中，采用 $N-1$ 个水平集函数将图像分割成 $N(N>1)$ 个区域，每个水平集函数表达一个区域，通过建立独立多区域水平集模型可以消除多余的轮廓，避免分割区域的重叠和漏分；采用多分辨率技术能提高算法的有效性，减少噪声的干扰，还能减少演化过程中冗余轮廓的产生。在合成彩色图像和多种类型的真实图像进行了实验，实验结果表明该方法均能有效地分割图像。

第5章介绍了一种统计方法的区域合并优先多水平集图像分割方法，该方法能使多区域水平集方法自适应地分割理想区域数的图像。在该方法中，用贝叶斯理论来估计整个图像域强度和高斯分布核函数来估算图像的先验概率，能使计算简单而有效。为了获取理想分割区域数目，在能量项中增加了区域合并优先项，该项在区域合并时能使能量函数减小，从而能改变分割区域数。实验结果表明，该方法能自动地使分割区域数达到理想的分割区域数，因此该方法是非常有效和稳健的。

第6章在图像层概念的基础上介绍了基于区域竞争模型的多区域图像分割的多层次水平集方法，该方法能自动地分割图像，整个分割过程中无需人工干预。首先提出了基于竞争区域模型的双水平集图像分

割方法，该方法能使演化曲线围成的区域不发生重叠并能分割同质区域。接着，在图像层的概念提出前景填充技术，采用双水平集方法(DLSM)提取两目标区域和背景区域后，并用前景填充技术将提取的目标区域用当前图像层的背景区域的像素灰度均值填充该目标区域。然后介绍了单图像层终止条件，减少各图像层上不必要的曲线迭代次数，提高运行的效率。最后介绍了图像层检测方法，如果检测当前图像层不是背景图像层，继续用 DLSM 方法分割直至水平集演化过程再没有任何目标区域的情况下自动停止。

第 7 章首先介绍了非凸正则模型 [Han13] 基本理论，包括 BF 数学模型和基于非凸正则的乘性噪声去噪模型。接着，介绍了基于非凸正则的多相图像分割模型 [Han13]，在多相模糊区域竞争模型基础上，用分裂 Bregman 迭代算法进行求解，该模型既能解决图像去噪和边缘几何结构问题，又能提高算法的计算效率。

本书得到东华理工大学核工程与地球物理学院的大力支持。同时，本书的完成与我的博士导师杨杰教授大力支持、无私帮助和悉心指导是密不可分的，在此表示由衷的敬意和感谢。

本书得到了国家自然科学基金(No. 61463005、No. 51304050)、江西省自然科学基金(No. 20151BAB207048 和 No. 20151BAB206030)、江西省教育厅基金(No. GJJ13445 和 No. GJJ13446)、江西省国土重点实验室开放基金(No. DLLJ201301、No. DLLJ201509)、东华理工大学博士启动基金(DHBK2012202)以及出版基金的支持！

本书编著过程中参考了国内外大量优秀书籍、研究论文和相关网络资料。虽然作者试图在参考文献中全部列出并在文中表明出处，但难免出现疏漏之处。由于作者的能力和知识面有限，不当之处，恳请各位同行专家和读者提出宝贵意见。

目 录

第1章 绪 论	(1)
1.1 研究背景及意义	(1)
1.2 水平集方法研究现状	(5)
1.2.1 水平集方法研究概况	(5)
1.2.2 水平集图像分割方法研究现状	(8)
1.2.3 水平集分割方法的研究趋势	(13)
第2章 变分理论知识	(15)
2.1 基本概念及数学理论	(15)
2.1.1 变分概念	(15)
2.1.2 Euler-Lagrange 方程	(16)
2.1.3 梯度下降流	(17)
2.1.4 曲线演化理论	(19)
2.2 变分水平集方法基本理论	(20)
2.2.1 水平集方法	(20)
2.2.2 符号距离函数与水平集函数的初始化	(21)
2.2.3 水平集方法数值求解	(22)
2.3 基本变分水平集模型	(24)
2.3.1 Mumford-Shah 模型	(24)
2.3.2 Chan-Vese 模型	(24)
2.3.3 分段光滑 PS 模型	(26)
2.4 小结	(27)
第3章 基于局部驱动核活动轮廓模型	(28)
3.1 引言	(28)
3.2 核函数理论与 LBF 模型	(29)
3.2.1 核函数理论	(29)
3.2.2 LBF 模型	(31)
3.3 LKAC 模型	(32)
3.3.1 全局驱动核项	(32)
3.3.2 局部驱动核项	(34)

3.3.3	规则化项	(35)
3.3.4	水平集演化方程式	(36)
3.3.5	数值计算	(39)
3.3.6	算法的步骤描述	(40)
3.4	实验结果与评价	(40)
3.4.1	参数设置及评价方法	(40)
3.4.2	分割实验结果	(41)
3.4.3	与 LIF 模型和 LBF 模型比较	(43)
3.5	小结	(46)
第4章	基于多分辨率多水平集分割方法	(47)
4.1	引言	(47)
4.2	现有多水平集分割模型	(48)
4.2.1	N 个水平集函数表达 N 个相	(48)
4.2.2	N 个水平集函数表达 2^N 个相	(49)
4.2.3	1 个水平集函数表达 $N+1$ 个相	(51)
4.2.4	$N-1$ 个水平集函数表达 N 个相	(52)
4.3	多水平集分割方法	(53)
4.3.1	分割区域表示	(53)
4.3.2	区域竞争模型拟合能量	(54)
4.3.3	曲线演化方程	(56)
4.3.4	多水平集函数实现	(57)
4.3.5	算法的数值计算	(60)
4.3.6	算法步骤描述	(61)
4.4	基于多分辨率多水平集分割方法	(61)
4.4.1	多分辨率分析 (MRA)	(61)
4.4.2	多分辨率多水平集分割方法	(62)
4.4.3	基于多分辨率多水平集分割算法步骤描述	(66)
4.5	实验结果及评价	(66)
4.5.1	参数设置及评价方法	(66)
4.5.2	实验结果	(67)
4.6	小结	(72)
第5章	基于统计方法的区域合并优先多水平集方法	(73)
5.1	引言	(73)
5.2	区域合并优先方法	(74)

5.2.1	区域合并优先定义	(74)
5.2.2	熵区域合并优先项	(75)
5.3	统计方法多水平集分割方法	(76)
5.3.1	基于统计方法的多水平集模型	(76)
5.3.2	两区域水平集分割方法	(78)
5.3.3	多区域多水平集分割方法	(80)
5.3.4	多水平集函数实现	(82)
5.3.5	熵区域合并优先权重系数及分析	(84)
5.3.6	算法步骤描述	(85)
5.4	实验结果与分析	(85)
5.4.1	遥感图像分割	(86)
5.4.2	与多区域竞争模型的比较	(91)
5.5	小结	(92)
第6章	多区域图像分割的多层次水平集方法	(93)
6.1	引言	(93)
6.2	多层次水平集分割方法	(94)
6.2.1	系统总体框架	(94)
6.2.2	区域竞争模型的双水平集方法(DLSM)	(95)
6.2.3	单层图像前景填充方法	(98)
6.2.4	单层图像层上曲线演化终止条件	(100)
6.2.5	背景图像层的检测	(102)
6.2.6	算法步骤描述	(104)
6.3	实验结果与分析	(104)
6.4	小结	(110)
第7章	基于非凸正则的多相图像分割模型	(111)
7.1	非凸正则模型	(111)
7.1.1	BF 数学模型	(111)
7.1.2	基于非凸正则的乘性噪声去除模型	(113)
7.2	基于非凸正则的多相图像分割模型	(114)
7.2.1	多相模糊区域竞争模型	(115)
7.2.2	基于分裂 Bregman 迭代算法	(116)
7.2.3	实验结果	(118)
7.3	小结	(121)
参考文献		(122)
后记		(131)

第1章 絮 论

1.1 研究背景及意义

随着电子和计算机技术的快速发展以及图像采集技术的极大提高，图像技术的应用得到了极大的重视，出现了许多新的理论、方法和设备，使得图像技术在人们的日常生活中得到了广泛的应用，对改善人们生活水平起到了非常重要的作用。数码相机、数字摄像机、多媒体电脑、掌上电脑、家庭影院、iPad 以及 iPhone 系列已经进入寻常百姓家；网络视频点播、视频游戏、iPhone 系列等也已成为人们生活中重要的娱乐方式；视频会议，远程医疗等也已成为人们不可或缺的工作方式。在工业应用领域中，图像处理技术也越来越体现出它的优势，比如，基于图像分析的无损检测、产品质量监制、仪器精密度测量、指纹识别、虹膜识别、人脸识别；在交通方面，基于运动目标的跟踪、车牌识别、人流量的统计、车速的测定等；在军事公安方面，导弹的精确定位、SAR 图像目标检测等等。总之，基于图像分析的人工智能技术已得到了越来越广泛的应用。

图像技术在广义上指各种与图像有关技术的总称。图像技术特征可以分为三层结构，即图像处理、图像分析和图像理解与识别。图像处理着重强调在图像之间的变换；图像分析则主要是对图像中感兴趣的目标进行检测和测量，以获得它们的客观信息从而建立对图像和目标的描述；图像理解是在图像分析的基础上进一步研究图像中各目标的性质以及它们之间的相互关系，并通过对图像内容含义的理解得出对客观场景的解释。章毓晋在文献 [Zha99; Zha07] 中详细阐述了图像技术中图像处理、图像分析和图像理解与识别之间的关系，并认为图像技术需要在一个整体框架下进行。在该框架下，根据抽象程度、研究方法、操作对象和数据量等特点，图像处理、图像分析和图像理解分别处于三个不同层次。无论是图像处理、图像分析，还是图像理解与识别，其工作都建立在图像分割的基础上，所以图像分割是图像工程技术中的一项关键技术，其层次结构如图 1-1 所示。

图像分割是图像处理到图像分析的关键，其目的就是把图像分成各具特征的区域并提取感兴趣的目标过程。从图 1-1 可以看出，图像分割是图像处理技术中的低层处理技术，它是所有基于图像分析的人工智能技术的基础，是更高层的任务如图像理解等的必要前提。经过几十年的发展，图像分割在实际生产生活中已

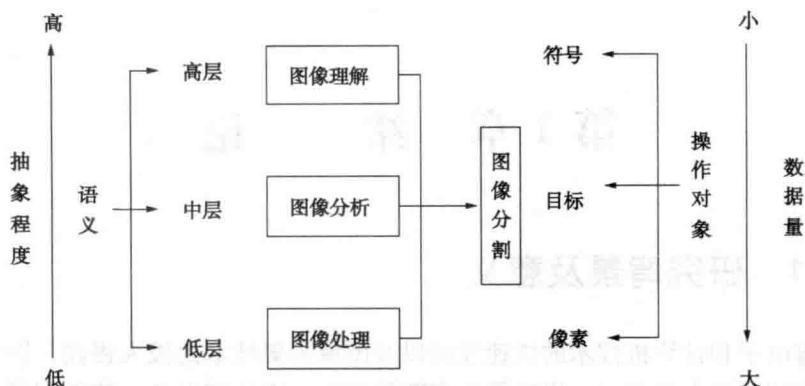


图 1-1 图像工程的三个层次

得到了广泛的应用，如工农业生产自动化、医学图像分析、遥感图像分析、智能安全监控、智能交通管理、雷达图像分析等方面。由于文章篇幅的限制，图 1-2 只给出了图像分割在目标跟踪、目标提取和图像检索中的应用实例。在图像处理



图 1-2 图像分割的典型应用实例

中只要涉及到目标提取或目标检测时，就需要先对图像进行分割，图像分割在图像处理过程中起着举足轻重的作用。因此，对图像分割进行深入研究具有较强的理论价值和实际意义。

图像分割方法经过几十年的发展，研究人员提出了上百种图像分割方法，且每年都有大量的研究成果发表。学术界对图像分割方法的分类一直没有明确的标准，根据图像分割的不同特点可以分成很多类。通常从分割技术的角度来进行分类，根据像素与其邻域间的相似性和不连续性可分成基于边缘的分割方法、基于区域的方法、基于特征空间的方法、基于能量泛函方法和其他方法，以下将简要介绍一下各方法的特点：

(1) 基于边缘的分割方法通过检测不同区域的边缘来解决图像分割问题。通常所指的基于边缘的分割方法是基于灰度值的边缘检测，其边缘灰度值呈现出阶跃型变化的基础上，使用微分算子进行边缘检测，具体实现时可以使用图像与模板进行卷积来完成。较为常见的微分算子包括 Robert 算子、Prewitt 算子、Sobel 算子、Laplacian 算子、Canny 算子等。

(2) 基于区域的分割方法是将图像按照相似性准则分成不同的区域，主要包括区域分裂合并方法、种子区域生长法。区域分裂合并方法从一个初始的包含许多非同质区域的分割开始进行分裂，然后再对分裂结果进行合并，直到获得符合某种要求的同质区域为止，分水岭变换 [Vin91] 是常用的一种分裂操作。区域生长法 [Tre97] 是将具有相似性质的像素点合并起来构成同质区域，首先选定种子点，然后不断地将与种子区域相邻并满足一定同质属性判据的像素合并到种子区域，这种生长过程直到所有像素均有归属为止。

(3) 基于特征空间分割方法基于图像分类思想，将图像分割问题看成样本在特征空间的聚类问题，具有类似分布的样本将被划分为同一类别，从而实现图像的分割。基于特征空间的分割方法可划分两大类：一类是直接采用各种聚类算法作用于特征空间，常见的聚类分割算法有 C-Means 算法 [MeQ67] 和 (Fuzzy C-Means, FCM) 算法 [Rui96]，这两种算法常用于分割彩色图像；另一类是对各类样本点进行统计分析，再根据统计直方图来设置相应的分割阈值，比如 Celenk 等 [Cle90] 利用 Fisher 线性判别来确定特征空间的一条投影直线，将各样本点的特征向量投影到该直线后，再利用一维直方图方法进行分割。

(4) 基于能量的分割方法指的是在活动轮廓模型 (Active Contour Model, ACM) 基础上发展出来的算法，首先定义一个能量泛函使得其自变量包括边缘曲线和区域数据项，然后通过求解函数对应的欧拉-拉格朗日 (Euler-Lagrange) 方程来实现，能量达到最小时的曲线位置就是目标的轮廓所在。活动轮廓模型可以分为两大类：参数活动轮廓模型 (Parametric Active Contour Model) 和几何活动轮廓

模型(Geometric Active Contour Model)。其中，参数活动轮廓模型是基于 Lagrange 框架，最具有代表的 Kass 等提出的 Snake 模型[Kas87]，该模型最早用于生物图像分割领域。几何活动轮廓模型是基于曲线的几何度量参数，能较好地处理拓扑结构的变化，水平集(Level Set)方法[Osh88]极大地推动了几何活动轮廓模型的发展，水平集图像分割方法将是本书研究的重点。

(5) 其他分割方法。现有的分割方法还包括基于物理模型的方法，基于模糊技术的方法，以及基于学习的分割方法等。

虽然每年研究人员提出了大量的图像分割方法，但仍然存在分割精确度不高、分割算法的通用性低、分割过程中计算效率低以及分割鲁棒性差等问题[Wan08a]。更重要的是，在国内外对图像分割还没有一个标准的评定分割效果的平台和测试库。在 2011 年计算机视觉和模式识别(Computer Vision and Pattern Recognition, CVPR)杂志上，麻省理工学院电子工程及计算机科学学院的詹森-张和计算机科学与人工智能实验室的约翰-费舍尔提出了基于隐式形状表示的有效马尔科夫蒙特卡洛采样算法[Cha11]，该算法分割算法比传统算法的效率得到了极大的提高，但是该算法仍然不具有分割方法的通用性以及鲁棒性。造成分割算法产生这些影响的原因主要在于：首先，图像分割的解不唯一是个病态问题。理想的图像分割需要把理解后的结果作为先验知识，这给解决图像分割问题带来极大的困难，这种图像分割的病态性成为阻碍计算机视觉发展的一个主要瓶颈。其次，实际中的真实图像具有极其丰富的细节信息，而且各种图像的成像设备不同，无法用一种统一的方法来分割目标，使得分割一种图像效果好的算法却不能适用于另一类图像的分割。再次，很多算法计算效率比较低，实际应用过程中经常需要实时分割以满足各种图像处理的需要。

随着计算机技术的发展，图像处理技术的应用得到了广泛地应用，用户需求也不断提高，待解决的问题也日趋复杂化，图像分割越来越起着重要的作用。同时也面临着越来越大的挑战，因此研究人员不断地寻求和探索新的方法。水平集方法[Osh88](Level Set Method, LSM)凭借其算法的优势，近年来已成为图像分割领域的热点，并得到了快速的发展。但是，水平集分割方法对复杂场景下的图像存在着效率、稳定性等问题需要解决，因此开展水平集方法的研究具有重要的现实意义，具体表现在以下几个方面：

(1) 图像分割已经广泛应用于生产生活中，水平集方法对简单场景图像分割问题基本得到解决。而如何有效实现水平集方法分割各类复杂场景中目标成为当前亟待解决的主要问题。现实需求中图像的目标主要以复杂场景为主，因此对复杂场景图像分割的研究是非常有实用和研究价值。

(2) 多年来国内外研究人员对水平集方法的研究大多集中在灰度分布均匀图

像上。现实中大量的图像以灰度分布不均匀形式存在，如何有效实现水平集方法分割灰度不均匀图像成为当前亟待解决的主要问题。虽然近年来有些学者对灰度分布不均匀图像进行了研究，但仍然不能满足实际生活中的需要。本课题就将开展此类问题的研究，即不仅在灰度分布均匀的图像上，也将在灰度分布不均匀图像上，以进一步提高水平集图像分割技术在各种图像上的分析能力。

(3) 国内外学者对水平集方法的研究大多集中在单水平集上，而多目标的图像分割有着更大的实用价值。近年来有些学者对多相水平集图像分割进行了研究，但分割区域数是固定数目。如何得到理想的分割区域数将成为当前亟待解决的主要问题。本课题就将开展此类问题的研究，即不仅在单水平集和固定数目的多水平集方法上，也将在自适应数目的多水平集上进行探索和尝试，以进一步提高多水平集图像分割技术的分析能力。

1.2 水平集方法研究现状

1.2.1 水平集方法研究概况

水平集方法最初是由 Osher 和 Sethian 在 1988 年分析流体力学问题 [Osh88] 创造性提出，用于解决遵循热力学方程下的火苗的外形变化过程，火苗的外形具有高动态性和拓扑结构变化的随意性，比参数化的曲线 snake 方法 [Kas87] 描述火苗的变化相比简单的多。后来研究人员将水平集方法成功地应用于物理学、流体力学、材料科学、计算机图形学等多个领域，Caselles 等 [Cas93] 和 Malladi 等 [Mal95] 将水平集方法引入到图像处理和计算机视觉领域，并创立了几何活动轮廓 (Geometric Active Contour, GAC) 模型。

水平集方法 (Level Set Method) 是求解曲线演化 (Curve Evolution) 的一种方法，它以隐式方法来表达平面的闭合曲线，即将演化曲线表达为零水平集函数的偏微分方程 (Partial Differential Equation, PDE)，避免了对曲线演化过程的跟踪和参数化。因此，水平集方法比较容易处理曲线拓扑结构的变化，计算精度高，算法稳定，因而已广泛应用于图像处理的各个领域，比如图像分割 [Cha01, Ves02]、图像恢复 [Liy96; Cha10]、图像增强 [Han10]、目标跟踪 [Pri11; Sun11]、形状检测与识别 [Cai99]、三维图像重建 [War10] 等，图 1-3 显示了水平集方法在目标跟踪、图像去模糊、SAR 图像分割、目标检测、图像增强和图像三维重建中的一些应用实例。

近年来，水平集方法被广泛应用于图像分割领域，是因为水平集方法具有如下优点 [Wan09a]：

(1) 演化曲线以一种隐式方式来表达平面闭合曲线，避免了对闭合曲线演化过程的跟踪，将曲线演化转化成一个纯粹的偏微分方程数值求解问题[Yan03]。只要演化曲线方程中演化速度函数是光滑的，则水平集函数始终保持为一个有效函数。因此，演化曲线可以很自然地改变其拓扑结构，比如发生分裂、合并、形成尖角等，这对分割具有复杂形状的目标对象较为有效。

(2) 演化曲线存在偏微分方程中的几何特征(单位法向矢量和曲率等)，可以直接由水平集函数计算出。而且，水平集函数在演化过程中始终以演化函数方程式表示，很容易实现其数值近似算法，常用的数值计算方法用离散网格上的有限差分法方法来实现。

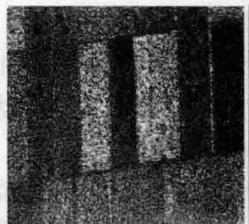
(3) 具有非常好的可扩展性。目前水平集方法主要用来处理二维图像分割，以偏微分方程理论为基础，能够方便而有效地处理三维乃至更高维的图像分割问题。



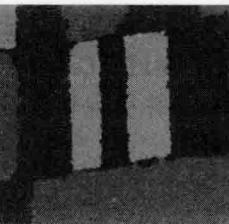
(a) 目标跟踪



(b) 图像去模糊



(d) 目标检测



(e) 图像增强



(f) 图像三维重建

图 1-3 水平集方法应用实例

由于水平集方法在图像分割领域具有这些优势，因此国内外许多研究人员对水平集图像分割方法的研究一直方兴未艾。目前，在国际上有许多研究团队在水平集图像分割方法上做了大量的研究，主要研究团队如下：

- (1) 水平集方法的创始人领导的团队提出的 Mumford-Shah 模型，即美国加州大学洛杉矶分校理论和应用数学部 (Institute for Pure and Applied Mathematics, University of California at Los Angeles) 的 Stanley Osher 教授和国家实验室数学部 (Mathematics Department of the Lawrence Berkeley National Laboratory) 的 James A. Sethian 教授领导的两个团队；
- (2) 美国加州大学洛杉矶分校图像处理研究组 (Image Processing Research Group, University of California at Los Angeles) 的 Tony Chan 教授领导的团队提出的 Chan-Vese 模型，该模型对水平集的发展起到了巨大的推动作用；
- (3) 德国波恩大学计算机科学部 (Department of Computer Science, University of Bonn) 的 Daniel Cremers 教授领导的计算机视觉和模式识别研究组，提出了形状优先的水平集方法 (Shape priors in Level Set Image Segmentation)，为水平集方法在目标跟踪与分割中研究开辟了新的方向；
- (4) 美国范德比特大学图像科学部 (Institute of Imaging Science, Vanderbilt University) 的 Chunming Li 等成员提出无需在曲线迭代过程重复初始化演化曲线函数，从而极大地提高了计算的效率；
- (5) 加拿大国家科学研究院电信学系 (Institut National de la Recherche Scientifique, Department of Telecommunications) 的 Amar Mitiche 教授领导的计算机视觉组，提出了基于竞争区域模型的多相水平集图像分割模型，能够让多个水平集函数同时进行演化；
- (6) 美国路易斯维尔大学计算机视觉和图像处理实验室 (Computer Vision and Image Processing Laboratory, University of Louisville) 的 Aly A. Farag 教授领导的研究团队，提出了用于三维图像分割算法；
- (7) 美国佐治亚理工学院电子和计算机工程分院 (School of Electrical and Computer Engineering, Georgia Institute of Technology) 的 Allen Tannenbaum 教授领导的电子与生物工程研究组提出的基于巴氏系数梯度流 (Bhattacharyya Gradient Flow) 的活动轮廓模型。

在国内，水平集图像分割方法研究也取得了突破性的进展，目前主要研究结构包括上海交通大学图像处理与模式识别研究所、华中科技大学图像识别与人工智能研究所、重庆大学光电技术及系统教育部重点实验室、青岛大学计算机学院、中国科学院自动化研究所复杂系统与智能科学重点实验室、医学影像研究室和深圳先进技术研究院等。

虽然经过了二十多年的发展，水平集方法目前仍然是一个非常年轻的科研领域，很多一般性问题仍没有得到有效解决。在国际上许多学者进行了大量的创新研究，每年都会出现大量的创新理论研究成果，并以论文的方式体现。在国际杂志论文和国际会议数据库中刊登关于水平集方法的研究论文，其中常见杂志有：

- (1) International Journal of Computer Vision (IJCV)
- (2) IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence (TPAMI)
- (3) IEEE Transactions on Image Processing (TIP)
- (4) IEEE Transactions on Medical Imaging (TMI)
- (5) Pattern Recognition (PR)
- (6) Computer Vision, Graphics and Image Processing (CVGIP)
- (7) Image and Vision Computing (IVC)
- (8) Pattern Recognition Letters (PRL)
- (9) Optical Engineering (OE)

常见的国际会议有：

- (1) International Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)
- (2) International Conference on Computer Vision (ICCV)
- (3) European Conference on Computer Vision (ECCV)
- (4) International Conference on Image Processing (ICIP)
- (5) International Conference on Pattern Recognition (ICPR)
- (6) Asian Conference on Computer Vision (ACCV)

其中，IJCV、TPAMI 和 TIP 属于图像处理领域的顶级杂志 (Top Journals)；CVPR、ICCV 和 ECCV 是计算机视觉和图像处理领域顶级会议 (Top Conference)。

国内经常刊登水平集方法文章的杂志主要有自动化学报、计算机学报、软件学报、电子学报、中国图象图形学报、模式识别与人工智能等。

1.2.2 水平集图像分割方法研究现状

水平集方法经过二十多年的发展，国内外研究人员提出了成百上千种改进的水平集方法，在国际杂志 IEEE transaction on Image Processing (TIP) 上几乎每期都会刊登水平集图像分割方法。根据水平集分割算法的特点，通常可以划分为四种分割模型：边缘型 (Edge-based) 分割模型、区域型 (Region-based) 分割模型、形状先验型 (Shape Prior) 分割模型和混合 (Hybrid-based) 型分割模型。

1. 边缘型分割模型

边缘型分割模型 [Cas93; Cas97; Mal95; Sid98; Kim03] 通过应用图像的梯