

数学建模竞赛 获奖论文 精选与评析

主 编 李伯德 智 婕
副主编 张明军 王媛媛 樊馨蔓

MATHEMATICAL
MODELING



科学出版社

数学建模竞赛获奖论文精选与评析

主 编 李伯德 智 婕
副主编 张明军 王媛媛 樊馨蔓



科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书是从兰州财经大学近年来参加全国大学生数学建模竞赛中精选出的 13 篇获奖论文加工整理而成,每一篇独立成文.所选的论文都是具有代表性的优秀论文,每篇论文都按照竞赛的写作要求完成,包含论文的摘要、问题的重述、问题的分析、模型的假设与符号的说明、模型的建立与求解、模型的分析与检验、模型的评价与改进方向等内容.论文几乎完整地保持参赛论文的原貌,在每篇论文后编者给出比较详细的评析,各篇具有一定的独立性,同时每篇都给出竞赛真题,便于读者根据需要进行阅读.

本书可作为参加全国大学生数学建模竞赛和研究生数学建模竞赛的培训教材,也可供从事数学建模教学和应用研究工作的教师及相关学科的教学和研究工作的技术人员参考.

图书在版编目(CIP)数据

数学建模竞赛获奖论文精选与评析/李伯德,智婕主编. —北京:科学出版社,2015

ISBN 978-7-03-044486-8

I. ①数… II. ①李…②智… III. ①数学模型-文集 IV. ①O22-53

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 116239 号

责任编辑:相 凌 孙翠勤 / 责任校对:蒋 萍
责任印制:徐晓晨 / 封面设计:华路天然工作室

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

北京教图印刷有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2015 年 7 月第 一 版 开本:B5(720×1000)

2015 年 7 月第一次印刷 印张:13 3/4

字数:268 000

定价:31.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

序

随着教育转型的推进,全面实施素质教育,不断深化教育领域综合改革,着力提高教育质量,培养学生的创新精神、创新能力,培养和造就出一批又一批适应高度信息化社会,具有创新能力的高素质复合型人才,已成为高等教育内涵发展的目标和要求。高校作为人才培养基地,围绕加快培育创新型人才这个主题,积极探索教育改革之路是广大教育工作者所面临的一项重要任务。正是在这种形势下,数学建模与数学建模竞赛这个新生事物一出现,就受到了各级教育管理部门的关心和重视,也得到了科技界和教育界的普遍关注。

二十多年的教学实践证明,数学建模的教学与竞赛活动在高等学校创新教育中具有重要的地位或作用,通过数学建模全过程的各个环节,学生们进行着创造性的思维活动,模拟了现代科学研究过程。通过数学建模教学和竞赛活动极大地开发了学生的创造性思维的能力,使学生在面对错综复杂的实际问题时,具有敏锐的观察力、洞察力以及丰富的想象力。数学建模的教学和竞赛活动是近年来最成功、最有影响力的一项教学改革实践活动,是培养大学生创新思维 and 创新能力的一种重要方法,也对扎实推进“全面提高高等教育质量的实施方案”,全面提高教育教学水平和人才培养质量有着极为重要和特殊的意义。

二十多年来,数学建模等相关课程的教学和实践活动,为大学的数学基础课教学改革找到了一个有力的突破口,以数学建模为主题内容的数学教学改革成果层出不穷。兰州财经大学是开展数学建模课程教学和组织数学建模竞赛较早的学校之一。在各级领导的关心支持下,通过数学建模教学团队的辛勤工作,在校园营造出了领导关心数学建模、教师支持数学建模、学生喜爱数学建模的良好氛围,数学建模已经成为在校大学生科技创新活动的重要组成部分。我校在数学建模课程教学,参加大学生数学建模竞赛,乃至数学教学改革等方面都取得了良好的成绩。通过数学建模竞赛活动我校也为社会培养了一大批具有创新精神、创新意识、创新能力的高素质人才,他们受到了用人单位的好评与重用。

本书的编写人员都是兰州财经大学数学建模教学和竞赛活动的直接组织者。在数学建模的教学、应用研究和竞赛组织活动中,他们勤勤恳恳、默默奉献、积极探索、勇挑重担,为数学建模的教学和实践做出了很大贡献。希望本书的出版,能够进一步扩大受益面,提高数学建模的水平,促进数学建模教学与竞赛活动的健康有序发展。

兰州财经大学副校长

王学军教授

2015年4月

前 言

由教育部高等教育司直接组织领导的一年一度的全国大学生数学建模竞赛,是面向全国高等院校的规模最大、参与院校最多、受益面最广的一项科技竞赛活动,其目的是为了推动数学建模活动在各高校的广泛开展,更好地培养学生解决实际问题的能力、创新意识和团队精神。自1992年全国大学生数学建模竞赛(简称CUMCM)创办以来,这项赛事以辉煌的成绩走过了23个年头。23年的征程岁月里,赛事从无到有、从小到大、不断发展,从1992年开始举办这项竞赛时的74所高校的314支参赛队,到2014年参赛队数达到来自全国33个省(市、自治区,包括香港和澳门特区)及新加坡、美国的1338所院校、25347个队,7万多名在校大学生参赛。这充分体现了数学建模竞赛的魅力,也说明了数学建模竞赛活动在大学教学改革和人才培养中的作用和地位。前教育部副部长周远清教授曾指出:数学建模竞赛是涉及多学科、培养学生知识能力与素质相结合的赛事,是教学改革与竞赛相结合的一项赛事。

数学建模的教学和竞赛活动有利于人才的培养,特别是在人才的综合能力、创新意识、科研素质的培养过程中的作用和地位已被人们所认识。正因为如此,数学建模活动的实际效果正在不断地显现出来,“数学建模的人才”和“数学建模的能力”正在实际工作中发挥着积极的作用,数学建模正日益焕发出其独特的魅力,数学建模的人才一定会大有作为。

伴随着参赛人数的增多,大量相关数学建模书籍也涌现出来。这类书籍一般分为两大类:一类是分门别类讲述各种模型及求解方法,包括各种版本的数学建模课程教材;另一类是优秀论文案例集,或改编加工或提炼演变出竞赛中常见的几种典型模型。对于第二类书籍,出于突出重点的考虑,一般都省略论文的部分细节,在实际竞赛指导中发现,这样作对于刚刚接触数学建模的学生来说往往会比较困难,一方面他们不容易在短时间内理解书中跳跃式的结果;另一方面由于他们从未接触过建模论文写作,因而从书中学习不到完整的建模论文写作的基本要领和建模方法。正是为了满足这种需求,我们编撰了本书,长远来看也可以对缺乏竞赛指导条件地区的学生自学提供帮助。由于论文所有细节得以保留,因而初学者更容易洞悉作者完整的建模思路与方法,这对于读者学习论文如何写作也有着很高的参考价值。

本书是从兰州财经大学近年来参加全国大学生数学建模竞赛中精选出的13篇获奖论文加工整理而成,每一篇独立成文。所选的论文都是具有代表性的优秀论文,每篇论文都按照竞赛论文的写作要求,包含论文的摘要、问题的重述、问题的分

析、模型的假设与符号的说明、模型的建立与求解、模型的分析与检验、模型的评价与改进方向等内容. 论文几乎完整地保持了参赛论文的原貌, 在每篇论文后编者给出了比较详细的评析. 需要说明的是获奖论文也不是尽善尽美, 每篇论文都是3名参赛学生在3天内完成的, 论文在有些方面还有些稚嫩, 对问题的分析和解决还不太成熟, 甚至连表述都还有不完善的地方, 但这是他们辛勤劳动的结果和见证, 原汁原味地体现了学生的创新能力, 本书可作为参加全国大学生数学建模竞赛和研究生数学建模竞赛的培训教材, 也可供从事数学建模教学和应用研究工作的教师及相关学科的教学和研究工作的技术人员参考.

本书主编为李伯德、智婕, 副主编为张明军、王媛媛、樊馨蔓. 所有参编人员从组织选材、编辑修改、分析点评等方面都做了大量的工作. 兰州财经大学副校长王学军教授, 多年来一直关心数学建模工作, 非常支持本书的出版, 并在百忙中为本书作序.

本书的出版得到了兰州财经大学科研经费资助, 是兰州财经大学第一批人才培养模式创新实验项目“将数学建模思想融入大学数学教学全面提升教育质量——培养学生创新精神与创新能力的探索与实践(2013-2-7)”的阶段性成果. 由衷感谢兰州财经大学校领导、教务处和信息工程学院各级领导对本书出版所给予的大力支持; 感谢多年来同我们一起并肩经历过数学建模竞赛的同事, 以及所有参加过数学建模竞赛活动的同学们, 感谢他们的充分合作和付出的努力.

由于编者水平有限, 书中不妥之处, 恳请读者批评指正.

编 者

2015年3月

目 录

第 1 篇	奥运会临时超市网点设计.....	1
第 2 篇	电力市场的输电阻塞管理模型	16
第 3 篇	出版社书号分配问题的研究	34
第 4 篇	艾滋病疗法的评价及疗效的预测	48
第 5 篇	最佳公交线路选择的模型与算法	57
第 6 篇	制动器试验台的控制方法分析	73
第 7 篇	眼科病床的合理安排	90
第 8 篇	储油罐的变位识别与罐容表标定.....	109
第 9 篇	2010 年上海世博会影响力的定量评估	124
第 10 篇	交巡警服务平台的设置与调度	141
第 11 篇	葡萄酒的评价	160
第 12 篇	太阳能小屋的设计	180
第 13 篇	车道被占用对城市道路通行能力的影响模型	194
参考文献		212

第 1 篇 奥运会临时超市网点设计

赛题再现——奥运会临时超市网点设计(CUMCM2004-A)

2008 年北京奥运会的建设工作已经进入全面设计和实施阶段. 奥运会期间, 在比赛主场馆的周边地区需要建设由小型商亭构建的临时商业网点, 称为迷你超市(minisupermarket, MS)网, 以满足观众、游客、工作人员等在奥运会期间的购物需求, 主要经营食品、奥运会纪念品、旅游用品、文体用品和小日用品等. 在比赛主场馆周边地区设置的这种 MS, 在地点、大小类型和总量方面有三个基本要求: 满足奥运会期间的购物需求、分布基本均衡和商业上赢利.

比赛主场馆的规划图(略). 作为真实地图的简化, 在图 1-1 中仅保留了与本问题有关的地区及相关部分: 道路(白色为人行道)、公交车站、地铁站、出租车站、私车停车场、餐饮部门等, 其中标有 A1~A10、B1~B6、C1~C4 的黄色区域是规定的设计 MS 网点的 20 个商区.

为了得到人流量的规律, 一个可供选择的方法, 是在已经建设好的某运动场(图 1-2)通过对预演的运动会的问卷调查, 了解观众(购物主体)的出行和用餐的需求方式和购物欲望. 假设我们在某运动场举办了三次运动会, 并通过对观众的问卷调查采集了相关数据, 在附录中给出.

请你按以下步骤对图 1-1 的 20 个商区设计 MS 网点:

(1) 根据附录中给出的问卷调查数据, 找出观众在出行、用餐和购物等方面所反映的规律;

(2) 假定奥运会期间(指某一天)每位观众平均出行两次, 一次为进出场馆, 一次为餐饮, 并且出行均采用最短路径. 依据(1)的结果, 测算图 1-1 中 20 个商区的人流量分布(用百分比表示);

(3) 如果有两种不同规模的 MS 类型供选择, 给出图 1-1 中 20 个商区内 MS 网点的设计方案(即每个商区内不同类型 MS 的个数), 以满足上述三个基本要求;

(4) 阐明你的方法的科学性, 并说明你的结果是贴近实际的.

说明:(1) 商业上用“商圈”来描述商店的覆盖范围. 影响商店选址的主要因素是商圈内的人流量及购物欲望;

(2) 为简化起见, 假定国家体育场(鸟巢)容量为 10 万人, 国家体育馆容量为 6 万人, 国家游泳中心(水立方)容量为 4 万人. 三个场馆的每个看台容量均为 1 万人, 出口对准一个商区, 各商区面积相同.

附录

对观众发放的问卷调查,回收率为 33%,三次共收回 10000 多份.具体数据请在 access 数据库中索取,其中年龄分 4 档:①20 岁以下;②20~30 岁;③30~50 岁;④50 岁以上;出行方式分 4 种:出租、公交、地铁、私车;餐饮方式分 3 种:中餐、西餐、商场(餐饮);消费额(非餐饮)分 6 档:①0~100;②100~200;③200~300;④300~400;⑤400~500;⑥500 以上(元).

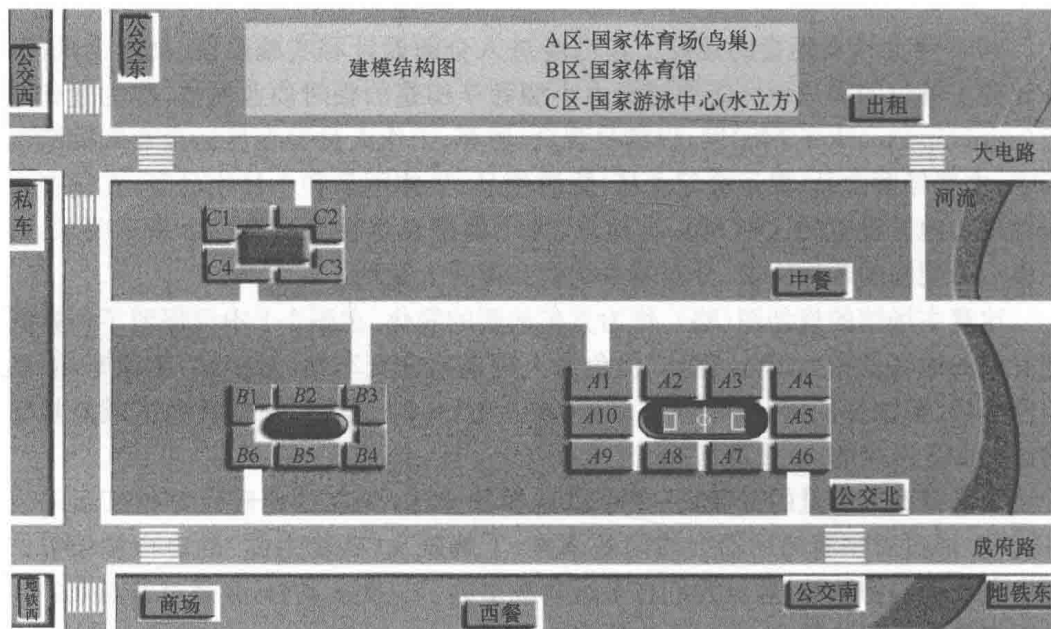


图 1-1 简化的真实比赛场馆建筑结构图

注 竞赛原题及附件详见全国大学生数学建模竞赛网站(<http://www.mcm.edu.cn>)(以下各篇竞赛原题来源相同)。

获奖论文——奥运会临时超市网点设计

队 员:樊 佳 甄燕京 陈宏涛

指导教师:李伯德 智 婕

获奖情况:2004 年全国大学生数学建模竞赛二等奖

摘要 本文对 2008 年北京奥运会比赛主场馆周边地区的临时商业网点设计方案进行了分析.首先根据预演的三次运动会的观众问卷调查数据,找出了观众在出行、餐饮和购物等方面的规律,然后根据这些规律推测出了 2008 年北京奥运会的主场馆周边商区在一天内的人流量分布,最后利用线性规划方法得到了在满足奥运会期间的购物需求、分布基本均衡和商业上赢利的条件下各商区内 MS 的规

模大小、个数的分布方案.

各商区的人流量百分比见下表:

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
8.45%	4.38%	4.64%	5.14%	5.64%	11.33%	5.40%	4.89%	4.66%	4.60%

B1	B2	B3	B4	B5	B6
4.45%	3.94%	6.61%	3.94%	4.45%	9.14%

C1	C2	C3	C4
1.56%	1.22%	1.56%	3.99%

20 个商区的 MS 网点设计方案见下表:

A 区	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
大 MS 个数	4	2	2	0	1	3	1	0	1	2
小 MS 个数	8	4	3	3	3	6	2	2	2	4

B 区	B1	B2	B3	B4	B5	B6
大 MS 个数	1	1	2	1	1	2
小 MS 个数	2	3	4	2	3	6

C 区	C1	C2	C3	C4
大 MS 个数	0	1	0	1
小 MS 个数	5	3	5	7

关键词 MS(迷你小超市);人流量;Dijkstra 算法;商圈

1. 问题的重述

2008 年夏季奥运会将在北京举行,目前奥运场馆及其周边设施已步入设计和实施阶段. 在奥运会期间,为了满足观众、游客和工作人员的购物需求,需要在主场馆周边地区建设临时商业网点,称为迷你超市. 这些 MS 在地点、大小类型和总量方面有三个基本要求:满足奥运会期间的购物需求、分布基本均衡和商业上赢利.

现要求根据对预演运动会的三次调查数据,找出观众在出行、餐饮和购物等方面所反映的规律,并且根据这些规律,推测出每一个商区的人流量分布,并给出每一个商区合理 MS 的规模大小、个数的分布方案.

2. 问题的分析

本赛题要求设计 3 个体育场馆内 20 个商区的迷你超市的规模与个数,使它们满足题目中所提的三个基本要求.影响超市选址的主要因素是商圈(所谓商圈是指以零售店所在地为中心,沿着一定的方向和距离扩展的、能吸引顾客的范围)内的人流量及购物欲望.因此,我们首先要得到观众的购物欲望及每一个商区的人流量分布.

为了得到人流量的分布规律,题目给出了在已经建设好的某运动场通过对预演的运动会的问卷调查,了解观众(购物主体)的出行和用餐的需求方式和购物欲望.这就要求我们对给出的问卷调查数据进行认真分析与挖掘,找出观众在出行、用餐和购物等方面所反映的规律,进而解决问题.

由于题目中要求观众出行均采取最短路径,但却未提供 3 个体育场馆周围道路的长度,因此,从模型算法的实用性角度考虑,将题目中给出的建模结构图视为按实际比例缩小的图形,并以此来采集相关道路长度数据,进行分析、建模、编程、运算,并给出一般情况下类似问题的求解方案与方法.

题目要求给出 20 个商区内 MS 网点的设计方案(即每个商区内不同类型 MS 的个数),但却没有明确给出界定不同类型、规模大小网点的标准,即大小规模网点的接待能力有多大,也无法权衡各网点在物流配送方面的优劣,因此需要在建模过程中做进一步分析与假设,在满足题目的三个基本要求的前提下,给出每一个商区合理 MS 的规模大小、个数的分布方案.

3. 模型的假设与符号的说明

3.1 模型的假设

- (1) 三个场馆的进馆人数均能达到最大容量,即国家体育场 10 万人,国家体育馆 6 万人,国家游泳中心 4 万人;
- (2) 观众出行都是按照最短路完成;
- (3) 观众在每一个看台看比赛的概率相同;
- (4) 每一个看台的规模大小和容量都相等;
- (5) 考虑到题设中顾客以最短路行走的假定,在考虑商区内商业圈时边缘商业圈的顾客量极少,忽略不计;
- (6) 顾客经过每一个商区时购物的概率都相等;
- (7) 顾客进出场馆和出来用餐时购物的概率都是 $1/2$.

3.2 符号的说明

Q_i : C_i 区的各商业网点的营业总额;

$Q_i(1)$: C_i 区中心商业圈各网点的营业总额;

$Q_i(2)$: C_i 区次级商业圈各网点的营业总额;

M_i : 大 MS 的总营业额;

N_i : 小 MS 的总营业额;

x_i : 中心商区中大 MS 的个数;

y_i : 中心商区中小 MS 的个数;

h : 人均购买额(货币单位);

E_i : C_i 区的人流量总数(人数);

f : 大超市的客流承载量;

l : 小超市的客流承载量;

L_i : C_i 商区人流量;

$L_i(1)$: C_i 商区的中心商业圈人流量;

$L_i(2)$: C_i 商区的次级商业圈人流量;

p_{i1} : 观众进入场馆时在 C_i 商区中心商业圈消费的概率;

p_{i2} : 观众用餐时在中心商业圈消费的概率;

p'_{i1} : 观众进入场馆时在 C_i 商区次级商业圈消费的概率;

p'_{i2} : 观众用餐时在次级消费圈消费的概率;

n_i : C_i 区第 i 种进出场馆的方式观众人均走过的商区个数($i=1,2,3,4,5,6$; 1 为公交(南北), 2 为公交(东西), 3 为地铁东, 4 为地铁西, 5 为私车, 6 为出租)。

4. 模型的建立与求解

4.1 观众在出行、用餐和购物等方面所反映的规律

根据题目所给的调查数据, 利用统计分析方法, 可以初步得到观众在出行、餐饮和购物等方面的规律(表 1-1)。

表 1-1 观众在出行和餐饮方面的规律

交通工具	吃中餐人数	吃西餐人数	商场(餐饮)人数	总人数	比例/%
公交(南北)	429	880	465	1774	16.74
公交(东西)	418	948	462	1828	17.25
出租	452	1050	508	2010	18.96
私车	208	517	233	958	9.04
地铁(东)	446	1073	487	2006	18.92
地铁(西)	429	1099	496	2024	19.09
总人数	2382	5567	2651	10600	
比例/%	22.47	52.52	25.01		

由表 1-1 可知:(1)从乘坐的交通工具来看,观众选择地铁、出租和公交车的人数相差不大,而驾私家车的人数远远少于乘坐其他交通工具的人数,导致这一结果的原因与人们的生活水平和城市交通状况有关.一般来说,人们生活水平越高,城市交通越便利,则驾私家车的人数会越多,反之乘公交车和地铁的人数会越多.

(2)从观众的餐饮方面考虑,所有观众中吃西餐的人数远远多于吃中餐和在商场用餐的人数,造成这一现象的主要原因与观众的年龄构成有关,一般年轻人的饮食倾向偏向于西餐,而在所调查的数据中,20~30 岁的青年人占有较大的比例,因此导致吃西餐的总体人数较多.考虑到奥运会期间外国观众人数较多,因此吃西餐的人数在真实情况下会有一定程度的增长.

从表 1-2 中明显的看出观众观看比赛时,出行所采用的交通工具主要是公交、出租车和地铁,而观众大部分集中在 20~30 岁这个年龄段,这也就说明了在商区主要的购物人群是 20~30 岁这一年龄段的观众.

表 1-2 不同年龄阶段观众在出行方面的规律

年龄段	公交(南北)	公交(东西)	出租	私车	地铁(东)	地铁(西)	总人数	比例/%
20 岁以下	288	158	196	113	217	202	1174	11.08
20~30 岁	1055	908	1184	568	1215	1220	6150	58.02
30~50 岁	267	453	428	196	391	404	2139	20.18
50 岁以上	164	309	202	81	183	198	1137	10.73
总人数	1774	1828	2010	958	2006	2024	10600	
比例/%	16.74	17.25	18.96	9.04	18.92	19.09		

从表 1-3 可知,观众在用餐方面比较偏好西餐,并且以 20~30 岁这个年龄段的观众为主要消费人群.

表 1-3 不同年龄阶段观众在餐饮方面的规律

年龄	中餐	西餐	商场(餐饮)	总人数	比例/%
20 岁以下	123	552	499	1174	11.08
20~30 岁	992	3809	1349	6150	58.02
30~50 岁	807	894	438	2139	20.18
50 岁以上	460	312	365	1137	10.73
总人数	2382	5567	2651	10600	
比例/%	22.47	52.52	25.01		

从表 1-4 可知,总体来看消费额在 200~300 元的观众较多,400 元以上的观众很少;再从年龄段来看,20 岁以下及 50 岁以上的观众消费多在 200 元以下,20~30 岁及 30~50 岁这一年龄段的观众消费大多在 100~200 元和 200~300 元.青

年人的消费总额仍大于其他消费群体的消费总额,因此年轻消费者在消费总量中占有较大的权重,因此在分析 MS 的赢利问题上要给予充分考虑.

表 1-4 消费额(非餐饮)角度看观众的购物规律

消费额/元 (非餐饮)	20 岁以下 消费人数	比例 /%	20~30 岁	比例 /%	30~50 岁	比例 /%	50 岁以上	比例 /%	总数	比例 /%
0~100	408	3.85	690	6.51	367	3.46	595	5.61	2060	19.43
100~200	496	4.68	1061	10.01	603	5.69	469	4.42	2629	24.80
200~300	188	1.77	3435	32.41	999	9.42	46	0.43	4668	44.04
300~400	48	0.45	824	7.77	99	0.93	12	0.11	983	9.27
400~500	22	0.21	80	0.75	46	0.43	9	0.08	157	1.48
500 以上	12	0.11	60	0.57	25	0.24	6	0.06	103	0.97

4.2 20 个商区的人流量分布规律

通过对调查数据进行相关分析、方差分析后可知,观众在出行、餐饮和购物规律大致相同,因此可以得出这三组数据具有很好的代表性、可信度及稳定性. 所以,可以将这些规律运用到 2008 年的北京奥运会中去,考虑北京奥运会时的观众出行规律,测算出图 1-2 中各商区的人流量分布,合理地安排 MS 的规模和个数,以达到满足观众购物需求、分布基本均衡和商业上赢利的目的.

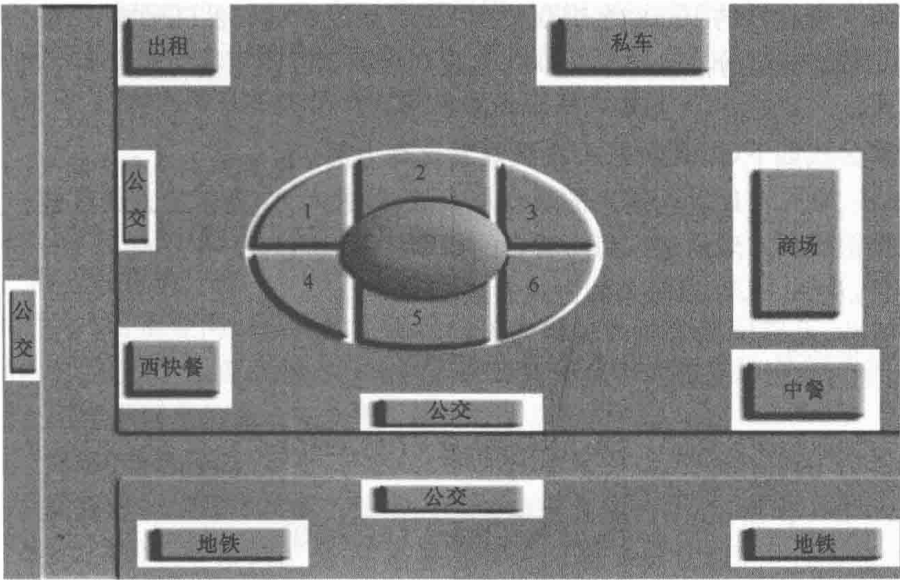


图 1-2 已经建设好的某运动场

首先按照最短路原则找到观众的最佳出行路线. 考虑到图中没有具体的标明各点之间的距离, 故需按照一定的比例将比赛场馆规划图中各点之间的距离缩小, 并测量其距离.

用 Dijkstra 算法, 算出各个交通工具车站到每一个商区和用餐地的最短距离.

Dijkstra 算法: 作出赋权无向图 $G(V, E)$, V 为顶点集, E 为边集. $G(V, E)$ 中各个商区之间的距离相等, 均为 1. S 表示具有永久标号的顶点集, 对于每一个顶点, 定义两个标记 $(l(v), z(v))$, 其中: $l(v)$ 表示从顶点 u_0 到 v 的一条路的权; $z(v)$ 表示 v 的父亲点, 用以确定最短路的路线.

算法过程就是在每一步改进两个标记, 使 $l(v)$ 最终成为从顶点 u_0 到 v 的最短路的权. 通过 MATLAB 编程实现了这个过程, 算出了从每一个顶点出发的 $l(v)$, $z(v)$, 即找到了从每个车站到下车的观众出行的最短路 (MATLAB 程序在附录中给出). 这样就可以找到每一个观众在一天内的出行路线, 进而就可以找到每一个商区在一天内所经过的观众的数量, 统计出每个商区的人流量.

考虑到每一个观众在一天内平均出行两次, 一次为到比赛场馆, 一次为餐饮, 且每一位观众都选择最短路径. 观众在最短路径的基础上可以选择先看比赛, 也可以选择先吃饭, 这不影响商区的人流量. 依照问题 (1) 中观众的用餐规律, 每一个车站下车的人数可以依据乘车比例计算出来, 再把每一个车站下车的观众按照 5 : 3 : 2 进行划分, 依次进入场馆 A, B, C , 由此找到观众在进入场馆时每一个商区的人流量.

把每一个看台的 10000 名观众按照 22.47% 吃中餐, 52.52% 吃西餐, 25.01% 在商场用餐进行划分, 可以把 200000 名观众出场馆以及用餐时经过商区的人流量计算出来.

计算公式如下 (以观众进入 A 区观看比赛为例):

设 M_1 为从 A 区北门进入的观众总人数, 即进入 A_1 商区的人数流量.

根据假设 (3), 观众进入每个看台的概率相等, 所以把 M_1 平均分为十份, 作为平均步长, 从 $A_1 \sim A_6$ 以等差的方式递减.

等差步长为: $m = \frac{M_1}{10}$, 由此得到: $A_6 = m$.

$$\begin{cases} A_{i-1} = \frac{A_i}{2} + m & (3 \leq i \leq 6) \\ A_{i+1} = \frac{A_i}{2} + m & (6 \leq i \leq 9) \end{cases}$$

由以上公式可以得到每一个车站下车的人数到场馆 A, B, C 时经过每一个商区的人流量.

乘公交车 (南北), 地铁东的观众进入 B 区看比赛时要经过 A 区, 因此, 对于这

一部分观众(设为 Ω)经过 A 区时,A 区进出口的两个商区 A_6, A_1 人流量增加 Ω ,A 区中其他商区人流量增加 $\Omega/2$.

根据以上原则和方法,分四组对每一个商区的人流量进行统计.

- 第一组:对于进入场馆时经过各个商区的人流量统计;
 - 第二组:对于吃中餐的观众经过各个商区的人流量统计;
 - 第三组:对于吃西餐的观众经过各个商区的人流量统计;
 - 第四组:对于在商场用餐的观众经过各个商区的人流量统计.
- 统计数据见附录,人流量分布(单位:百分比)统计结果如表 1-5 所示.

表 1-5 20 个商区内人流量的统计分布规律

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
8.45%	4.38%	4.64%	5.14%	5.64%	11.33%	5.40%	4.89%	4.66%	4.60%

B1	B2	B3	B4	B5	B6
4.45%	3.94%	6.61%	3.94%	4.45%	9.14%

C1	C2	C3	C4
1.56%	1.22%	1.56%	3.99%

表 1-5 表示每一个商区内的人流量占有所有 20 个商区人流量之和的百分比.表 1-5只是对观众进行了统计,没有考虑到游客和工作人员的情况,由于游客和工作人员的数量较少,对于整体的影响不大.所以主要是观众的人流量决定了各个商区的人流量分布,同时在考虑消费时观众也是主导力量.

4.3 MS 网点分布模型

4.3.1 商业网点分布的选择与确定

1. 商业圈背景分析

本题的 MS 商业网点设计的主要目的是为满足奥运会期间观众、游客和工作人员的购物需求,所以商业网点分布的局部及整体是否均衡是考虑的首要因素,在此基础上再考虑网点的商业赢利性.

2. “商圈”理论分析

(1) 商圈定义.所谓“商圈”,是指以零售店所在地为中心,沿着一定的方向和距离扩展的、能吸引顾客的范围,常呈多边形.为了便于分析和下一步建模的需要,我们把商圈视为以零售店为中心,向四周展开的同心圆.

(2) 商圈分析.我们假定在各商区中商圈包括两个层次,即中心商业圈(由较大规模的 MS 构成)、次级商业圈(由较小规模的 MS 构成).考虑到题设中顾客以

最短路行走的假定,故边缘商业圈的顾客量极少,忽略不计.

分析国家游泳馆(水立方)的商圈情况,如图 1-3 所示为 C_i 区商业圈图.

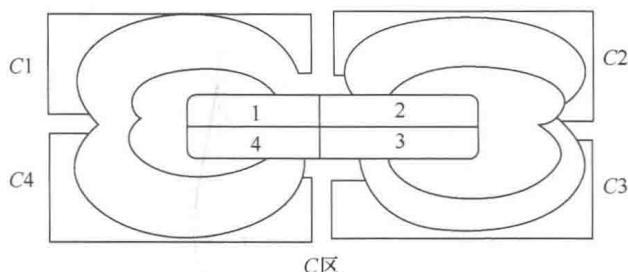


图 1-3 C_i 区商业圈图

分析 C_2 区:

中心商业圈主要面对座位在 2 区的观众和工作人员,来店顾客中 55%~70% 的人都在这个区域,而且每个顾客的平均消费额也最大,这一商圈与其他区的商区重叠较少.

次级商业圈是位于中心商业圈外围的商圈,有 25%~35% 的来店顾客处于这一区域,顾客较为分散,主要是经过该区的其他看台、商区和体育馆的人流量.

在这里进行类转换:即假设进入 C_2 次级商业圈的在 2 区观看比赛的观众和工作人员的数量与进入 C_2 中心商业圈的其他区的游客数量具有可替代性,即相差不大.

(3) 商业圈的地理区域.上面分析的前提是:假定各区的中心商业圈是以 C 区水立方(国家游泳中心)、体育馆的座位 1 区馆门为圆心,以观众去超市的步行距离 s 为辐射半径.

4.3.2 模型建立

1. 各商区中心商业圈大、小 MS 个数模型

由上面分析可得:

大 MS 的营业总额为

$$M_i(1) = \sum_{i=1}^j A_i \quad (i = 1, \dots, j) \quad (1-1)$$

小 MS 的营业总额为

$$N_i(1) = \sum_{i=1}^j B_i \quad (i = 1, \dots, j) \quad (1-2)$$

大 MS 的消费总人数为

$$a_1 f = \frac{M_i(1)}{h} \quad (1-3)$$

小 MS 的消费总人数为