

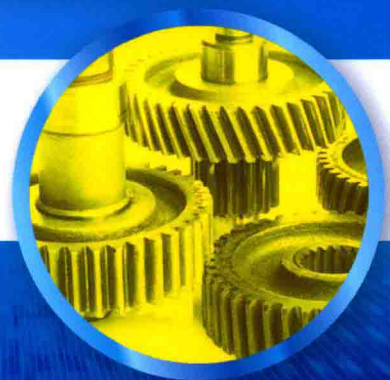
普通高等教育“十二五”规划教材

机械优化设计 方法及应用

张燕 主编 刘世豪 副主编

廖宇兰 主审

JIXIE YOUHUA SHEJI
FANGFA JI YINGYONG



化学工业出版社

普通高等教育“十二五”规划教材

机械优化设计方法及应用

张 燕 主 编
刘世豪 副主编
廖宇兰 主 审



化学工业出版社

· 北京 ·

本书分为三大部分：第一部分是优化设计的基本概念及数学模型；第二部分是具体的优化设计方法，包括一维搜索方法、无约束优化方法、线性规划、约束优化方法、多目标及离散变量优化方法等；第三部分是机械优化设计实例、常用优化方法程序及其使用说明。书中内容的选择遵循“少而精”和“理论联系实际”的原则，由浅入深，注重理论概念及其具体解释，便于工程应用。

本书可作为高等院校机械设计制造类专业的本科生、研究生教材，也可供有关专业的教师、学生及工程技术人员参考使用。

图书在版编目(CIP)数据

机械优化设计方法及应用/张燕主编. —北京: 化学工业出版社, 2015.3

普通高等教育“十二五”规划教材

ISBN 978-7-122-23151-2



I. ①机… II. ①张… III. ①机械设计-最优设计-高等学校-教材 IV. ①TH122

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2015) 第 039127 号

责任编辑: 韩庆利

文字编辑: 张绪瑞

责任校对: 王素芹

装帧设计: 关 飞

出版发行: 化学工业出版社(北京市东城区青年湖南街13号 邮政编码100011)

印 装: 高教社(天津)印务有限公司

787mm×1092mm 1/16 印张16 字数415千字 2015年8月北京第1版第1次印刷

购书咨询: 010-64518888 (传真: 010-64519686) 售后服务: 010-64518899

网 址: <http://www.cip.com.cn>

凡购买本书, 如有缺损质量问题, 本社销售中心负责调换。

定 价: 39.00 元

版权所有 违者必究

前 言

机械优化设计方法及应用是机械设计制造类专业的一门必修专业课，课程的教学目的是使学生建立优化设计的思想，掌握优化设计的基本理论和基本方法，获得解决机械优化设计问题的初步能力。全书分为三大部分：第一部分是优化设计的基本概念及数学模型；第二部分是具体的优化设计方法，包括一维搜索方法、无约束优化方法、线性规划、约束优化方法、多目标及离散变量优化方法等；第三部分是机械优化设计实例、常用优化方法程序及其使用说明。

本书内容的选择遵循“少而精”和“理论联系实际”的原则，并且尽可能反映近些年来机械优化设计领域的新发展和新成果；内容的安排由浅入深，着重突出机械优化设计方法的共性，注意逻辑性与系统性，注重理论概念及其具体解释，便于工程应用。

本书由海南大学张燕任主编，刘世豪任副主编，参加编写工作的有：张燕（第二章、第六章、第七章、第八章）、刘世豪（第一章、第三章、第四章）、李创（第五章、第九章）、唐荣年（绪论）。全书由张燕统稿定稿，廖宇兰主审。

本书可作为高等院校机械设计制造类专业的本科生、研究生教材，也可供有关专业的教师、学生及工程技术人员参考使用。

本书在编写过程中，力求做到观点正确、重点突出、内容完整，反映现代机械优化设计理论与方法的发展水平。但是由于编者水平有限、时间仓促，书中难免存在不足和疏漏之处，敬请各位读者批评指正。

编者

目 录

绪 论	优化设计发展概况	1
第一章	优化设计概述	6
第一节	优化设计问题的数学模型	6
第二节	优化设计问题的基本解法	9
第二章	优化设计方法	12
第一节	优化设计的基本概念	12
第二节	优化设计的基本流程	17
第三节	优化设计的数学基础	21
第四节	算法的迭代方法和收敛准则	30
第五节	传统优化计算	31
第六节	常用的优化软件及其适用范围	34
第三章	一维搜索方法	37
第一节	概述	37
第二节	搜索区间的确定与区间消去法原理	37
第三节	一维搜索的试探方法	40
第四节	一维搜索的插值方法	42
第四章	无约束优化方法	48
第一节	概述	48
第二节	最速下降法	49
第三节	牛顿型方法	53
第四节	共轭方向及共轭方向法	54
第五节	共轭梯度法	58
第六节	变尺度法	62
第七节	坐标轮换法	68
第八节	鲍威尔方法	70
第九节	单形替换法	76
习题	81
第五章	线性规划	82
第一节	线性规划的标准形式与基本性质	82

第二节	基本可行解的转换	89
第三节	单纯形方法	93
第四节	单纯形法应用举例	97
第五节	修正单纯形法	104
习题	112
第六章	约束优化方法	114
第一节	概述	114
第二节	随机方向法	116
第三节	复合形法	119
第四节	可行方向法	124
第五节	惩罚函数法	133
第六节	增广乘法	140
第七节	非线性规划问题的线性化解法——线性逼近法	146
第八节	广义简约梯度法	150
第九节	二次规划法	154
第十节	结构优化法简述	155
第十一节	遗传算法简介	167
习题	171
第七章	多目标及离散变量优化方法	173
第一节	多目标优化问题	173
第二节	多目标优化方法	175
第三节	离散变量优化问题	199
第四节	离散变量优化方法	202
习题	220
第八章	机械优化设计实例	222
第一节	单圆盘轴的优化设计	222
第二节	凸轮机构的优化设计	224
第三节	平面四杆机构的优化设计	228
第四节	某型号空心传动轴的优化设计	231
第五节	键结构优化设计	234
第六节	SolidWorks 的机械优化设计	235
第九章	常用优化方法程序的应用	241
第一节	常用优化方法程序的使用说明	241
第二节	常用程序代码说明	245
参考文献	247

绪 论 优化设计发展概况

机械产品日益复杂，市场竞争日益激烈，用户和社会的要求越来越苛刻，人们越来越渴望获得高性能的产品。为了达到目的，已从单纯靠生产过程和产品检验(被动的和破防御的)保证性能发展达到了产品的性能设计(主动的)，从根本上确立产品的优良品质。所以，产品优化设计理论已成为各发达工业国家关注的热点。

一、现代优化设计方法学

所谓现代优化设计，并不是专指某一类被人们统称为现代优化设计技术的技术。现代优化设计首先是指一系列符合时代发展需要的设计概念。当然在这些观念推动下，会不断产生许多新的方法和技术，而这些方法和技术本身也是在不断变化和发展着的，但任何一组方法和技术的集合，都不能确切反映现代优化设计这个词的全部内涵。所以不赞成在现代优化设计后面加“技术”两个字。设计也不限于产品，可以是设计一个产品，可以是设计一个过程，也可以是设计一个机构(组织)，它们的基本原理是相通的。

现代优化设计之不同于传统的设计，是由于市场、竞争和技术进步形势的变化，它比过去任何时候都更加依赖于新知识的获取，而不是依赖经验。计算机辅助设计(CAD)的发展也许使人认为，现代优化设计的特征是越来越多地利用计算机。实际上，现在任何一个领域，都是越来越多地利用计算机或与计算机技术相结合。研究其现在和过去差异的特殊性，而不能满足于把共同的趋势来代替各个领域特点的研究。如果一味地到计算机中去寻求解决现代优化设计中问题的方法，结果就会形成一种误导。搞数学的人热衷于计算，希望一切都由计算解决。设计并不排斥计算，在现代优化设计过程中，计算所占的比重越来越大。但是设计并不是计算，不可能由算法上的进展来解决所有问题。至少在可预见的将来，计算机还不能完全代替人的思维。另一点要说的是，任何设计总是从需求出发，而不是从几何(或图形更确切说应当称为结构)出发。图是设计的结果，而不是出发点。现有的 CAD 软件的根本弱点是以图为主体的，从一开始就画图。图表现零件和组件的形状，包括三维的和动态的图像。这种图形和图像是进行工程分析和视觉感受测试的基础，前者可以通过计算获得零件和部件多方面的性能(有人称之为 CAE，更确切地说应当是计算机辅助分析)，后者则由布置、色彩、光线和动感追求合用及视觉上的美。图还有助于处理零件后续的制造、装配、使用和维护，所以在制造厂中得到广泛的应用。但是它们不能说明为什么要做成这样的形状而不是那样的形状，用这种材料而不是那种材料，采用这些工艺手段而不采用那些工艺手段。CAE 是一个单向的过程，它们不能由对零件和部件，特别是整机的需求产生图形和其他不可缺少的特征参数，因此不能与设计的起点需求直接链接。

产品设计是制造业的灵魂。为改善中国制造业的境遇和推动制造业技术的发展，在研究发展“先进制造技术”的战略时，不应把关于发展“现代优化设计技术”，包括它的理论和方法的研究放在架空的地位，也不应泛泛地讨论一些无所不包的算法。我国的制造业的最大弱点就是缺乏开发有市场竞争力的新产品的能力。上述能力中最重要的成分是设计知识。为此，现代优化设计显得更为重要。在这种环境下，产生了许多新的设计方法。例如：绿色设

计、并行设计和工程稳健设计等。绿色设计体现了人类社会的可持续发展战略，综合考虑了环境的影响和资源的影响和资源的消耗，其目标是使得产品从设计、制造、包装、运输、使用到报废处理的整个生命周期中，对环境负面影响最小，资源利用率最高，并使企业经济效益和社会效益协调优化。同时面向寿命周期的设计与多级机分布协同设计的交叉，发展为并行设计。

稳健设计(RobustDesign)是保证高质量产品的一种有效工程方法。目前有关工程稳健设计的方法大体上可分为两类：一类是以经验或半经验设计为基础的方法，称为传统的稳健设计方法；另一类是以工程模型为基础的方法，而且与优化技术结合发展成为工程稳健优化设计方法。前一类在一些技术文献中是指 Taguchi 稳健设计法和响应面法；后一类是指容差多面体法、灵敏法、变差转速法和随机模型法。工程稳健优化设计就是通过调整设计变量及控制其容差使可控因素和不可控因素与设计值发生变差时仍能保证产品质量的一种工程方法。换言之，若所作的设计在各种因素的干扰下产品质量也是稳定的，或者用廉价的零部件能组装出质量上乘、性能稳定与可靠的产品，则认为该产品的设计是稳定的。

上述设计方法都属于现代优化设计，具有现代优化设计的共同点。

1. 现代优化设计是需求驱动的

所谓需求，首先是对所设计对象的性能的需求。通常说产品的性能，实际上是指产品的功能和质量两个方面。功能是竞争力的首要要素。用户购买某个产品，首先是购买它的功能，也就是实现所需要的某种行为的能力。质量则是指产品能实现其功能的程度和在使用期内功能的保持性。虽然上述诸要素的任何一个或几个都能在提高竞争力方面大显身手，但对于一个企业来说，起根本性和持久作用的是产品的性能。我们的目标是生产别人所不能生产的产品。因此，讲创新是设计的灵魂，首先是指功能上的创新。

在制造业中，质量这个概念有各种不同的方法，实际上并没有一个技术上严格的定义。我们把它定义为“实现功能的程度和持久性的度量”，使它在设计中便于参数化和赋值。从设计的观点看，质量是从属于功能的，没有功能也谈不上什么质量。

2. 现代优化设计是以创新为灵魂的设计

需求它的目标是要生产出别人所不能生产的产品。创新表现在具体现有产品所不具备的功能和质量上。设计的成功应由产品在市场上竞争的成败来评价。虽然不能反过来说，竞争的成败就是设计的好坏，但是从列举的竞争力诸要素看，绝大多数要素都是由设计阶段的行为决定的。

3. 现代优化设计是基于知识的设计

由于功能和质量上创新的需要，设计知识是一个动态的集合，知识获取是一个不断进行的工作。对于一个企业来说，设计知识获取能力是一种综合实力，既包括经营管理，也包括技术水平；既包括资本实力，也包括人才实力；既包括先进的技术装备，也包括长期研究开发的经验。它们的总和，可以看成一种资源。发达国家的企业多以所谓研究开发(R&D)中心的组织形式来建设和发展这种资源。我国由于各个方面原因，企业内部研究开发力量未能得到充分发展，不少企业到目前为止还没有研究开发的力量。短时期内，要形成这种力量，无论是资金投入、人才聚集、设备建设还是经验积累都很困难。特别要看到，产品竞争的后面，实际上存在着这种各个深层次的知识获取资源建设和发展的竞争。而中国的企业如果没有一种新的思路，仍旧沿着人家走过的老路追赶，很难在竞争中取胜。

4. 现代优化设计是对产品全生命周期的设计

在生产过程和使用过程中,包括报废以后的处理都要与人和环境协调。因此设计时不仅要获取生产这种产品的知识,还要获取所设计的产品使用过程中性能变化的知识、与有关的人的相互作用的知识、与环境相互作用的知识以及报废以后处理的知识。不能满足这些要求,就不是一个符合时代需要的设计,因而也就很难期望在竞争中取胜。全生命周期的设计使得设计的对象成为一个时变系统,从而使设计的知识获取变得非常复杂。

5. 数字仿真和虚拟现实

数字仿真和虚拟现实在获取方面具有巨大的潜力,但绝不是万能的。如果真正要把数字仿真和虚拟现实当作设计知识获取的一个全面有力的工具,而不是仅仅作为某些狭窄目标知识获取的工具,那就必须面对如下事实:随着对产品性能要求不断提高和对自然规律认识不断深化,我们总是处在没有数学建模和有数学模型、旧数学模型和新数学模型的不断交替的过程之中。所有新的发现的现象或新构想从一开始就没有数学模型或没有准确的数学模型。在讨论建立一个无所不包的模型,包括讨论建立在数学模型基础上的各种优化设计研究时,要持慎重态度;另一方面也为我们提供了现代优化设计研究无限的领域,因为产品设计总是要求提供的设计知识越来越接近真知,给出的预测越来越精确。

二、现代优化设计的现状及发展

从历史上看,英国工业革命推进了资本主义的发展,后来,经过衰退的教训之一是没有认识到设计工作是国民经济的命根所在。到了20世纪60年代初,英国政府明确提出要改善产品设计,并以政策和财政来支持推广设计新技术。联邦德国工程师协会(VDI)曾于1963年召开了一次“关键在于设计”的会议。1983年出版了一本《设计作为科学》的文集。经过20多年的努力,全体工程师协会成员共同合作,制定了一系列有关设计的指导性文件,如技术产品的方案性设计、技术系统和产品方法学、产品设计人机工程学、工业产品模块化设计、精密机械工业造型设计以及其他设计规范、设计目录和设计守则等。

第二次世界大战末期,美国为了加强对设计的指导,成立了“工业设计委员会”。1972年改为“设计委员会”。1985年,美国国家科学基金会召开了“设计理论和设计方法研究的目标和优化项目”讨论会,制定相应的政策以提高产品竞争力。美国机械工程师学会每年召开一次“设计自动化会议”,每次会议都有创新的内容。

对日本设计领域冲击最大的是美国关于自动设计和CAD的发展,他们将机械设计过程看作是一个完整的系统,将设计看作是技术、经济、美学和人机学的一体化整体,并激励推广和采用新技术,从而大大地提高了机械产品在国际市场的竞争力。

近年来在国际上召开了一系列与设计有关的国际会议。如1980年,在美国的朴次茅斯召开的“设计研究会议”;1981年在意大利罗马召开的“国际工程设计会议”;1982年,在英国伦敦召开的“设计政策会议”等。发展到最近,每年开会一次。这些会议的议题是探讨设计新理论和新方法。

从具体内容看,在工业发达的国家,优化设计于20世纪60年代开始研究并应用于产品设计,目前已广泛应用。如机械产品及系统的方案优化设计,机械动态性能的优化设计,热力系统优化设计等,在CAD方面,到80年代工业发达国家已约有75%的中小企业采用,大企业几乎毫无例外的采用,设计效率比人工设计提高了3~20倍。

人工智能和专家系统将逐步应用于CAD中。计算机集成生产系统(CIMS),从概念设计、计算分析、图形处理、数控(NC)技术到柔性加工设备,成为一个集成的整体。以超级

计算机为基础的工作站得到迅猛发展。动态分析及计算机仿真技术用于设计。图形与非图形数据统一的工程数据库管理系统的实用化逐渐得到解决。工程图样的自动输入将进一步得到发展和应用,工艺特征实体造型将进一步完善。设计软件将实现接口标准化,图形标准化,制造标准化和系统管理标准化。新一代 CAD 集成软件将出现。

工业发达国家对设计方法学的研究日益重视和深入。联邦德国在 20 世纪 60 年代就开始研究,逐渐形成了自己的体系,其研究特点是强调设计的系统化和逻辑分析,要求按步骤有规律地进行设计。近年来还注意将设计方法学密切联系生产,如价值工程,模块化设计等以及加强设计方法学与 CAD 的结合。日本发展设计方法学的特点是将本国实际和消化引进国外技术相结合。强调引进技术的国产化。

美国技术界较多地强调创造性设计。1985 年 9 月,美国国家科学基金会提出“设计理论和设计方法学研究的目标和优先项目”报告作为几个重要学会的特殊联合文件,由 ASME 出版。该报告指出美国产品的质量及竞争力落后于其他先进的国家的原因在于:①缺少一个能指导设计过程的统一原则和方法体系;②方案设计(概念设计)和创新;③智能系统和以知识为基础的系统;④信息,综合和管理;⑤设计的人类学接口问题。这项报告对美国设计理论和方法学研究与实践是一个促进。

我国机械设计的发展经历了一个曲折的过程。开始,所谓设计,主要是对前苏联的图纸进行仿制。长期以来我国采用传统的“三段设计法”。即方案设计(初步设计)、技术设计和施工设计。其中起决定作用的方案设计通常是根据提出的设计任务的技术要求,找样本、专利、图纸和研究报告等资料,然后靠设计者的经验进行,其本质是经验性的,以模仿为主,局限性很大。到了 20 世纪 60 年代初,开始加强了新产品的开发设计与试验性研究工作,从而使设计从仿制和经验设计逐步走向试验研究和计算分析阶段。典型的例子是:30kt 模锻水压机和 12.5kt 卧式挤压机的设计和试制成功,将模型试验、电测和建成后实测等技术引入大型设备的技术中。1965 年在全国召开了机械产品设计革命化工作会议,会议上将设计工作提到“生产技术中的第一道工序”的高度,并总结了:“试验,研究,设计,制造,安装,使用和维护”的“七事一贯制”的方法。到了 70 年代初,开始建立了机械产品的研究及测试基地。到了 80 年代初再次召开机械产品设计工作会议,开始介绍一些国际上的先进技术与方法。同时计算机被引入设计领域,对设计工作的发展起了很大的推动作用。

21 世纪是“设计的世纪”(Design Century),这是著名华裔物理学家杨振宁博士和德国哲学家沃尔刚·韦尔施不约而同对人们的提醒。世界各国都十分清楚“为竞争的优势而设计”(Designing for Competitive Advantage)这一口号的重要意义。在全球商品竞争愈来愈激烈的情况下,制造商越来越意识到设计在决定产品质量中起到的重要作用。产品的质量是“设计出来的,管理出来的,制造出来的”,但首先应该是设计出来的。经验表明,设计阶段投入的实际费用约占总成本的 5%,但是它却决定了产品的质量和总成本的 70%左右。因此,在产品的设计和开发过程中,在保证产品优质的前提下,降低产品的成本就成为非常重要的问题。稳健设计是保证产品低成本高质量的有效设计方法。

三、稳健设计概述

稳健设计(Robust Design)是保证高质量产品的一种有效工程方法。传统的稳健设计以 20 世纪 70 年代日本学者田口玄一博士(G. Taguchi)创立的三次设计为代表,通过产品的参数设计和容差设计两个阶段来提高质量的稳健性。随着计算机技术,优化和 CAD 技术的发

展,传统的稳健设计中注入了许多新内容,出现了一些新的研究成果。

质量对于不同的产品和用户有着不同的含义,这里是指用户对产品的使用性能(质量指标)达到目标值的水平。实际上,各种因素的影响使得所产生的产品质量不稳定,因而又对各项性能指标规定出所容许的偏差,即用容差来控制产品的质量,只要实际的性能指标值在设定的容差范围内,就认为该产品的质量是合格的,而且愈接近目标值,质量就愈好。从设计角度看,可将影响产品质量的因素分为可控因素和不可控因素。可控因素是指在设计中可以控制的参数,即设计参数,如几何尺寸和间隙等;不可控因素是指在设计中不易控制的参数,又称噪声参数,如材质、制造精度和工作环境等,一般这类因素具有随机性。因此,现代稳健设计就是通过调整设计变量及控制其容差使可控因素和不可控因素当与设计值发生变差时仍能保证产品质量的一种工程方法。换言之,若作的设计在各种因素的干扰下产品质量是稳定的,或者用廉价的零部件能组装出质量上乘、性能稳定与可靠的产品,则认为该产品的设计是稳定的。

面向产品质量的稳健设计一般须完成如下两步工作:①建立产品的质量指标体系,充分体现出各种因素的变差对产品的质量的影响;②获取影响产品质量的可靠信息,寻找对各种因素干扰不灵敏的产品(设计方案)。

目前有关工程师稳健设计的方法大体可分为两类:一类是以经验或半经验设计为基础的方法,称为传统的稳健方法;另一类是以工程模型为基础的方法,而且与优化技术结合发展为工程稳健优化设计方法。前一类在一些技术文献中指 Taguchi 稳健设计法和响应面法等;后一类是指容差多面体法、灵敏度法、变差传递法和随机模型法等。若要提高产品质量,即减小产品性能对参数变化的波动,企业可以通过提高产品材料或零部件的性能减少参数变化的波动,从而提高产品的质量,但在实际上往往很难实现。首先,这势必加大企业的投入,提高了产品的成本;其次,材料性能无限提高,参数波动无限减小,这也是不现实的。因此,关键要从设计方法上着手,使得产品的性能对参数变化不敏感。根据这种指导思想,在近几年,逐渐发展了一种面向产品质量、提高产品性能的工程稳健设计方法。通过这种设计方法,使得产品具备稳健性。例如,产品性能对原材料材质的变差不敏感,企业就可以在保证产品质量的前提下,选用低等级的原材料,减少产品成本;产品对制造上的变差不敏感,就能减少制造成本;产品对使用环境的不敏感,就能改善产品的可靠性,并减少操作成本等。因此,稳健设计被认为是保证低成本高质量的一种有效的设计方法。

稳健设计的发展趋势如下。

① 现代稳健设计必须适应过程数字化时代的基本特征,着重研究与发展基于工程模型的稳健设计、稳健优化设计和零废品设计的原理与方法。

② 现代稳健设计也应利用并行工程原理统一信息管理,实现产品全生命周期的质量设计,保证生产高质量的产品。

③ 现代稳健设计必须把质量与成本紧密联系起来,通过稳健设计以获得高质量与低成本的产品,适应市场竞争的需求。

④ 现代稳健设计应能处理寻优目标的系统系统化和综合化,研究基于知识的建模原理、引入新的数学分支解决多稳健指标的分析与决策和推理与寻优算法等问题。

第一章 优化设计概述

第一节 优化设计问题的数学模型

针对机械优化设计问题，本节对一般优化设计问题的基本概念作概括性的说明，以便突出其数学的实质，为后继各章优化方法的讨论做必要的准备。

一、设计变量

一个设计方案可以用一组基本参数的数值来表示。这些基本参数可以是构件长度、截面尺寸、某些点的坐标值等几何量，也可以是质量、惯性矩、力或力矩等物理量，还可以是应力、变形、固有频率、效率等代表工作性能的导出量。但是，对某个具体的优化设计问题，并不是要求对所有的的基本参数都用优化方法进行修改调整。例如，对某个机械结构进行优化设计，一些工艺、结构布置等方面的参数，或者某些工作性能的参数，可以根据已有的经验预先取为定值。这样，对这个设计方案来说，它们就成为设计常数。而除此之外的基本参数，则需要在优化设计过程中不断进行修改、调整，一直处于变化的状态，这些基本参数称作设计变量，又叫做优化参数。

设计变量的全体实际上是一组变量，可用一个列向量表示

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$$

x 称作设计变量矢量。矢量中分量的次序完全是任意的，可以根据使用的方便任意选取。例如，假设 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{12}$ 为向量 x 中的 12 个分量； $m_1, m_2, k_1, \dots, \delta_2$ 相当于 x_1, x_2, \dots, x_6 六个变量； $k_1, k_2, k_3, \delta_1, \delta_2, \delta_3$ 和 d 相当于向量 x 的七个分量等。这些设计变量可以是一些结构尺寸参数，也可以是一些化学成分的含量或电路参数等。一旦规定了这样一种矢量的组成，则其中任意一个特定的矢量都可以说是一个“设计”。由 n 个设计变量为坐标所组成的实空间称作设计空间。一个“设计”，可用设计空间中的一点表示，此点可看成是设计变量向量的端点(始点取在坐标原点)，称为设计点。

二、约束条件

设计空间是所有设计方案的集合，但这些设计方案有些是工程上所不能接受的(例如面积取负值等)。如果一个设计满足所有对它提出的要求，就称为可行(或可接受)设计，反之则称为不可行(或不可接受)设计。

一个可行设计必须满足某些设计限制条件，这些限制条件称作约束条件，简称约束。在工程问题中，根据约束的性质可以把它们区分成性能约束和侧面约束两大类。针对性能要求而提出的限制条件称作性能约束。例如，选择某些结构必须满足受力的强度、刚度或稳定性等要求，桁架某点变形不超过给定值。不是针对性能要求，只是对设计变量的取值范围加以限制的约束称作侧面约束。例如，允许选择的尺寸范围，桁架的高在其上下限范围之间的要求就属于侧面约束。侧面约束也称作边界约束。

约束又可按其数学表达形式分成等式约束和不等式约束两种类型。

等式约束

$$h(x) = 0$$

要求设计点在 n 维设计空间的约束曲面上。

不等式约束

$$g(x) \leq 0$$

要求设计点在设计空间中约束曲面 $g(x) = 0$ 的一侧(包括曲面本身)。

所以,约束是对设计点在设计空间中的活动范围所加的限制。凡满足所有约束条件的设计点,它在设计空间中的活动范围称作可行域。如满足不等式约束

$$g_j(x) \leq 0 \quad (j = 1, 2, \dots, m)$$

的设计点活动范围,它是由 m 个约束曲面

$$g_j(x) = 0 \quad (j = 1, 2, \dots, m)$$

所形成的 n 维子空间(包括边界)。满足两个或更多个 $g_j(x) = 0$ 点的集合称作交集。在三维空间中两个约束的交集是一条空间曲线,三个约束的交集是一个点。在 n 维空间中 r 个不同约束的交集的维数是 $n - r$ 的子空间。等式约束 $h(x) = 0$ 可看成是同时满足 $h(x) \leq 0$ 和 $h(x) \geq 0$ 两个不等式约束,代表 $h(x) = 0$ 曲面。

约束函数有的可以表示成显式形式,即反映设计变量之间明显的函数关系,如约束条件,这类约束称作显式约束。有的只能表示成隐式形式,如复杂结构的性能约束函数(变形、应力、频率等),需要通过有限元法或动力学计算求得,机构的运动误差要用数值积分来计算,这类约束称作隐式约束。

三、目标函数

在所有的可行设计中,有些设计比另一些设计要“好些”,如果确实是这样,则“较好”的设计比“较差”的设计必定具备某些更好的性质。倘若这种性质可以表示成设计变量的一个可计算函数,就可以考虑优化这个函数,以得到“更好”的设计。这个用来使设计得以优化的函数称作目标函数。用它可以评价设计方案的好坏,所以它又被称作评价函数,记作 $f(x)$,用以强调它对设计变量的依赖性。目标函数可以是结构质量、体积、功耗、产量、成本或其他性能指标(如变形、应力等)和经济指标等。

建立目标函数是整个优化设计过程中比较重要的问题。当对某一设计性能有特定的要求,而这个要求又很难满足时,则若针对这一性能进行优化将会取得满意的效果。但在某些设计问题中,可能存在两个或两个以上需要优化的指标,这将是多目标函数的问题。例如,设计一台机器,期望得到最低的造价和最少的维修费用。

目标函数是 n 维变量的函数,它的函数图像只能在 $n + 1$ 维空间中描述出来。为了在 n 维设计空间中反映目标函数的变化情况,常采用目标函数等值面的方法。目标函数的等值面,其数学表达式为

$$f(x) = c \quad (1-1)$$

代表一族 n 维超曲面, c 为一系列常数。如在二维设计空间中 $f(x_1, x_2) = c$, 代表 $x_1 - x_2$ 设计平面上的一族曲线。

四、优化问题的数学模型

优化问题的数学模型是实际优化设计问题的数学抽象。在明确设计变量、约束条件、目

标函数之后, 优化设计问题就可以表示成一般数学形式。

求设计变量矢量 $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$, 使

$$f(x) \rightarrow \min$$

且满足约束条件

$$h_k(x) = 0 \quad (k = 1, 2, \dots, l)$$

$$g_j(x) \leq 0 \quad (j = 1, 2, \dots, m) \quad (1-2)$$

利用可行域概念, 可将数学模型的表达进一步简练。设同时满足 $g_j(x) \leq 0$ ($j = 1, 2, \dots, m$) 和 $h_k(x) = 0$ ($k = 1, 2, \dots, l$) 的设计点集合为 R , 即 R 为优化问题的可行域, 则优化问题的数学模型可简练地写成

求 x 使

$$\min_{x \in R} f(x) \quad (1-3)$$

其中, 符号“ \in ”表示“从属于”。

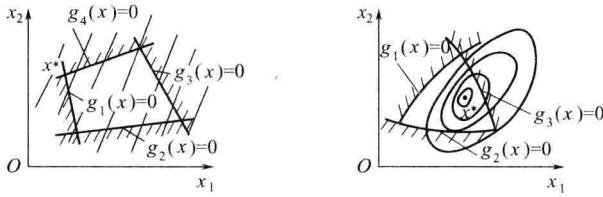
在实际优化问题中, 对目标函数一般有两种要求形式: 目标函数极小化 $f(x) \rightarrow \min$ 或目标函数极大化 $f(x) \rightarrow \max$ 。由于求 $f(x)$ 的极大化与求 $-f(x)$ 的极小化等价, 所以今后优化问题的数学表达一律采用目标函数极小化形式。

优化问题可以从不同的角度进行分类。例如, 按其有无约束条件分成无约束优化问题和约束优化问题。也可以按约束函数和目标函数是否同时为线性函数, 分成线性规划问题和非线性规划问题。当目标函数和约束条件都是线性时, 属于线性规划问题。当目标函数和约束条件都是非线性时, 或者仅约束条件是线性的, 这属于非线性规划问题。还可以按问题规模的大小进行分类, 例如, 设计变量和约束条件的个数都在 50 个以上的属大型, 10 个以下的属小型, 10~50 个属中型。随着电子计算机容量的增大和运算速度的提高, 划分界限将会有所变动。

五、优化问题的几何解释

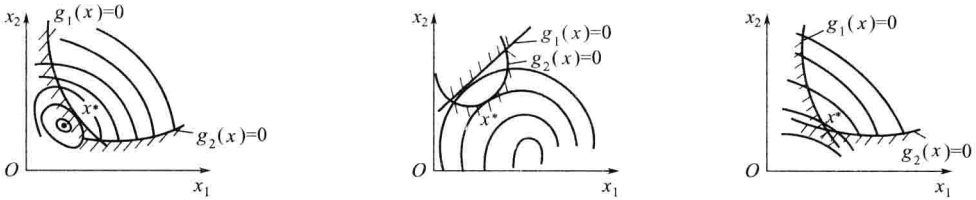
无约束优化问题就是在没有限制的条件下, 对设计变量求目标函数的极小点。在设计空间内, 目标函数是以等值面的形式反映出来的, 则无约束优化问题的极小点即为等值面的中心。

约束优化问题是在可行域内对设计变量求目标函数的极小点, 此极小点在可行域内或在可行域边界上。用图 1-1 可以说明有约束的二维优化问题极值点所处位置的不同情况。图 1-1(a) 是约束函数和目标函数均为线性函数的情况, 等值线为直线, 可行域为 n 条直线围成的多角形, 则极值点处于多角形的某一顶点上。图 1-1(b) 是约束函数和目标函数均为非线性函数的情况, 极值点位于可行域内等值线的中心处, 约束对极值点的选取无影响, 这时的约束为不起作用约束, 约束极值点和无约束极值点相同。图 1-1(c)、(d) 均为约束优化问题极值点处于可行域边界的情况, 约束对极值点的位置影响很大。图 1-1(c) 中的约束 $g_1(x) = 0$ 在极值点处是起作用约束, 图 1-1(d) 中的约束 $g_2(x) = 0$ 在极值点处是起作用约束, 而图 1-1(e) 中的约束 $g_1(x) = 0$ 和 $g_2(x) = 0$ 同时在极值点处为起作用约束。多维问题最优解的几何解释可借助于二维问题进行想象。



(a) 极值点处于多边形的某一点上

(b) 极值点处于等值线的中心



(c) 极值点处于约束曲线与等值线的切点上

(d) 极值点处于约束曲线与等值线的切点上

(e) 极值点处于两个约束曲线交点上

图 1-1 极值点所处位置不同的情况

第二节 优化设计问题的基本解法

求解优化问题可以用解析解法，也可以用数值的近似解法。解析解法就是把所研究的对象用数学方程(数学模型)描述出来，然后再用数学解析方法(如微分、变分方法等)求出优化解。但是，在很多情况下，优化设计的数学描述比较复杂，因而不便于甚至不可能用解析方法求解；另外，有时对象本身的机理无法用数学方程描述，而只能通过大量试验数据用插值或拟合方法构造一个近似函数式，再来求其优化解，并通过试验来验证；或直接以数学原理为指导，从任取一点出发通过少量试验(探索性的计算)，并根据试验计算结果的比较，逐步改进而求得优化解。这种方法是属于近似的、迭代性质的数值解法。数值解法不仅可用于求复杂函数的优化解，也可以用于处理没有数学解析表达式的优化设计问题。因此，它是实际问题中常用的方法，很受重视。其中具体方法较多，并且目前还在发展。但是，应当指出，对于复杂问题，由于不能把所有参数都完全考虑并表示出来，只能是一个近似的最优化的数学描述。由于它本来就是一种近似，那么，采用近似性质的数值方法对它们进行解算，也就谈不到对问题的精确性有什么影响了。不管是解析解法，还是数值解法，都分别具有针对无约束条件和有约束条件的具体方法。

可以按照对函数导数计算的要求，把数值方法分为需要计算函数的二阶导数、一阶导数和零阶导数(即只要计算函数值而不需计算其导数)的方法。

在机械优化设计中，大致可分为两类设计方法。

一类设计方法是优化准则法，它是从一个初始设计 x^k 出发(k 不是指数，而是上角标， x^k 是 $x^{(k)}$ 的简写)，着眼于在每次迭代中应满足的优化条件，按迭代公式(其中 C^k 为一对角矩阵)

$$x^{k+1} = C^k x^k \quad (1-4)$$

来得到一个改进的设计 x^{k+1} ，而无需再考虑目标函数和约束条件的信息状态。

另一类设计方法是数学规划法，它虽然也是从一个初始设计 x^k 出发，对结构进行分析，但是按照如下迭代公式

$$x^{k+1} = x^k + \Delta x^k \quad (1-5)$$

得到一个改进的设计 x^{k+1} 。

在这类方法中，许多算法是沿着某个搜索方向 d^k 以适当步长 a_k 的方式实现对 x^k 的修改，以获得 Δx^k 值的。此时式(1-5)可写成

$$x^{k+1} = x^k + a_k d^k \tag{1-6}$$

而它的搜索方向 d^k 是根据几何概念和数学原理，由目标函数和约束条件的局部信息状态形成的。也有一些算法是采用直接逼近的迭代方式获得 x^k 的修改量 Δx^k 的。

在数学规划法中，采用式(1-6)，进行迭代运算时，求 n 维函数 $f(x) = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 的极值点的具体算法可以简述如下。

首先，选定初始设计点 x^0 ，从 x^0 出发沿某一规定方向 d^0 求函数 $f(x)$ 的极值点，设此点为 x^1 ；然后，再从 x^1 出发沿某一规定方向 d^1 求函数 $f(x)$ 的极值点，设此点为 x^2 。如此继续，如图 1-2 所示。一般地说，从点 x 出发，沿某一规定方向 d^k 求函数 $f(x^k)$ 的极值点 $x^k (k=1, 2, \dots, n)$ 。这样的搜索过程就组成求 n 维函数 $f(x)$ 极值(优化值)的基本过程。它实际上是通过一系列(n 个)的一维搜索过程来完成的。其中的每一次一维搜索过程都可以统一叙述为：在过点 x^k 和 d^k 方向上，求一元函数 $f(x^{k+1}) = f(x^k + a_k d^k)$ 的极值点的问题。既然是在过点 x^k 沿 d^k 方向上求 $f(x^k + a_k d^k)$ 的极值点，那么这里只有 a_k 是唯一的变量。因为无论 a_k 取什么值，点 $x^{k+1} = x^k + a_k d^k$ 总是位于过点 x^k 的 d^k 方向上。所以这个问题就是以 a_k 为变量的一元函数 $\varphi(a_k)$ 求极值的问题。这种一元函数求极值的过程可简称为一维搜索过程，它是确定 a_k 的值使 $f(x^k + a_k d^k)$ 取极值的过程。所以，数学规划法的核心一是建立搜索方向 d^k ，二是计算最佳步长 a_k 。

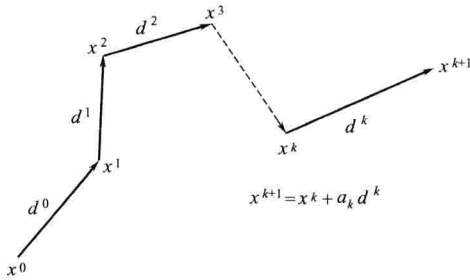


图 1-2 寻求极值点的搜索过程

由于数值迭代是逐步逼近最优点而获得近似解的，因此要考虑优化问题解的收敛性及迭代过程的终止条件。

收敛性是指某种迭代程序产生的序列 $\{x^k (k=0, 1, \dots)\}$ 收敛于

$$\lim_{k \rightarrow \infty} x^{k+1} = x^*$$

点列 $\{x^k\}$ 收敛的必要和充分条件是：对于任意指定的实数 $\epsilon > 0$ ，都存在一个只与 ϵ 有关而与 x 无关的自然数 N ，使得当两自然数 $m, p > N$ 时，满足

$$\|x^m - x^p\| \leq \epsilon$$

或

$$\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i^m - x_i^p)^2} \leq \epsilon$$

或

$$|x_i^m - x_i^p| \leq \epsilon_i = \frac{\epsilon}{\sqrt{n}}$$

根据这个收敛条件，可以确定迭代终止准则，一般采用以下几种迭代终止准则。

① 当相邻两设计点的移动距离已达到充分小时。若用向量的模表示它的长度，则

$$\|x^{k+1} - x^k\| \leq \epsilon_1$$

或用 x^{k+1} 和 x^k 的坐标轴分量之差表示为

$$|X_i^{k+1} - X_i^k| \leq \epsilon_2 \quad (i=1, 2, \dots, n)$$

② 函数值的下降量已到充分小时。即

$$|f(x^{k+1}) - f(x^k)| \leq \epsilon_3$$

或用其相对值

$$\left| \frac{f(x^{k+1}) - f(x^k)}{f(x^k)} \right| \leq \epsilon_4$$

③ 某次迭代点的目标函数梯度已达到充分小时, 即

$$\|\nabla f(x^k)\| \leq \epsilon_5$$

采用哪种收敛准则, 可视具体问题而定。

一般地说, 采用优化准则法进行设计时, 由于对其设计的修改较大, 所以迭代的收敛速度较快, 迭代次数平均为十多次, 且与其结构的大小无关。因此可用于大型、复杂机械的优化设计, 特别是需要利用有限元法进行性能约束计算时较为合适。但是, 数学规划法在数学方面有一定的理论基础, 它已经发展成为应用数学的一个重要分支。其计算结果的可信程度较高, 精确程度也好些。它是优化方法的基础, 而且目前优化准则法和数学规划法的解题思路 and 手段实质上也很相似。所以, 必须对数学规划法有系统的了解。当然, 也没有必要对其类型繁多的具体方法都进行叙述。这里只着重介绍某些典型的和目前看来比较有效的方法, 以期了解一些重要优化方法的思路和实质, 达到启发思路、举一反三的目的。