

University Physics 
Course

■ 高等学校规划教材 ■

大学物理教程

(少学时适用)

◎ 龚勇清 张大华 陈小玲 主编

 中国工信出版集团



电子工业出版社
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY
<http://www.phei.com.cn>

高等学校规划教材

大学物理教程

(少学时适用)

龚勇清 张大华 陈小玲 主 编

易江林 乐淑萍 程小金 副主编
赵莉萍 陈学岗 黄 彦

电子工业出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京·BEIJING

内 容 简 介

本书是以物理学为基础,根据高等院校工科类专业大学物理的理论和知识要求,在总结编者长期从事物理教学经验的基础上编写的。全书共12章,主要包括力学与狭义相对论基础、电磁学、振动和波动光学、气体动理论和热力学基础、量子物理基础以及激光的基本原理。每章后附有习题供读者系统训练,书后附有参考答案。

本书可作为工科大学各专业的大学物理少学时公共课程的教材,也可作为大专院校相关专业师生的参考书。

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有,侵权必究。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理教程/龚勇清等主编. —北京:电子工业出版社, 2015.2

ISBN 978 - 7 - 121 - 24718 - 7

I. ①大… II. ①龚… III. ①物理学 - 高等学校 - 教材 IV. ①O4

中国版本图书馆CIP数据核字(2014)第260382号

责任编辑:韩同平

印 刷:三河市华成印务有限公司

装 订:三河市华成印务有限公司

出版发行:电子工业出版社

北京市海淀区万寿路173信箱 邮编 100036

开 本:787×1092 1/16 印张:14.5 字数:410千字 彩插:2

印 次:2015年2月第1次印刷

定 价:35.00元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题,请向购买书店调换。若书店售缺,请与本社发行部联系,联系及邮购电话:(010) 88254888。

质量投诉请发邮件至 zltz@phei.com.cn, 盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

服务热线:(010) 88258888。

前 言

物理学是研究物质的基本结构和基本运动规律的科学。物理学的基本概念和基本规律具有极大的普遍性,它为很多自然科学、工程技术提供了理论基础和实验技术。物理学是自然科学中最具有活力的带头学科,是自然科学和工程技术的基础,也是高新技术发展的源泉和先导。物理学的思想和方法,对自然科学的研究和工程技术的发展具有指导作用。

“大学物理”是工科学生必修的公共基础理论课,是对学生进行科学思维方法、科学素质教育和知识创新教育的重要基础课。学习“大学物理”有利于促进大学生学习能力的发展,有利于提高大学生的科学研究能力和工程技术素质,有利于激发大学生的创造力。学习“大学物理”,一方面为大学生构建必备的科学知识基础,为其专业教育提供坚实的理论基础;另一方面也为其“终身学习”建立扎实的理论根基。

本教材的教学参考学时数为 48 ~ 96 学时,在本书的编排上对物理学基础知识做了适当的优化与调整。全书共 12 章:第 1 章至第 4 章主要介绍质点运动学和牛顿定律、动量守恒和能量守恒定律、刚体力学基础、狭义相对论基础;第 5 章至第 7 章是电磁学部分,包括静电场和电介质、稳恒磁场和磁介质、电磁感应和变化的电磁场;第 8 章、第 9 章为机械振动和机械波、波动光学;第 10 章为气体动理论和热力学基础;第 11 章为量子物理基础;第 12 章为激光的基本原理。

本教材第 1、4、8、9 章和第 12 章由龚勇清编写,第 5、6、7 章由张大华编写,第 2、3 章由陈小玲编写,第 10 章和第 11 章以及习题部分分别由易江林、乐淑萍编写,程小金、赵莉萍、陈学岗、黄彦和万雄等在本书插图和编写过程中做了大量工作,在此表示感谢。全书由龚勇清统稿,并设计实验加拍了 16 幅彩色图片。由于作者水平有限,加之本书编写时间仓促,书中难免存在不妥之处,恳切希望读者批评指正。

编 者

2014 年 12 月

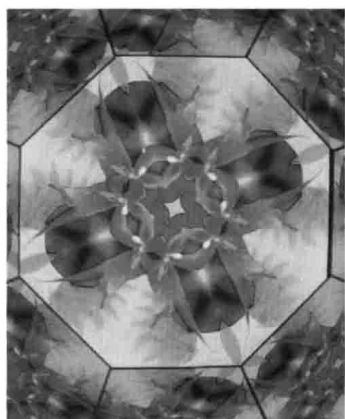


图1 上海世博会万花筒
——光的反射原理

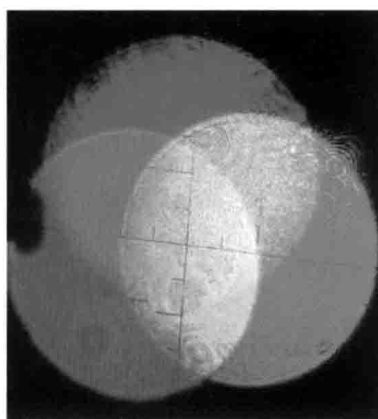


图2 光的独立传播与红绿蓝
三色光非相干叠加



图3 光纤的双缝干涉实验



图4 菲涅耳双面镜实验



图5 劳埃德镜实验

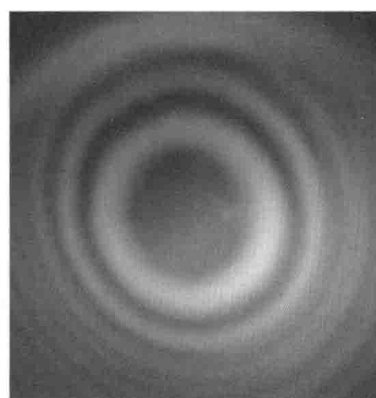


图6 彩色牛顿环

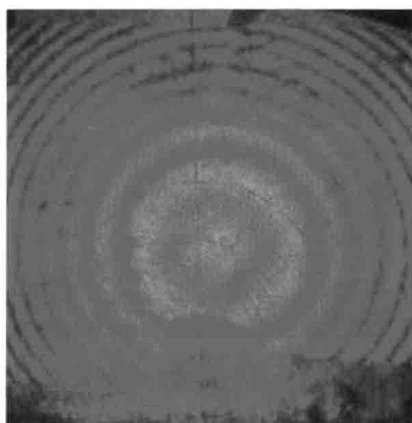


图7 迈克耳孙干涉——等倾
干涉实验
(He-Ne 激光波长 632.8nm)

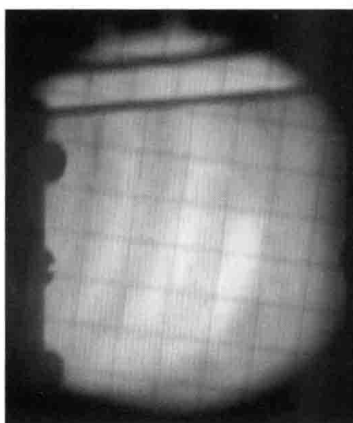


图8 迈克耳孙干涉——零光程
差处彩色条纹

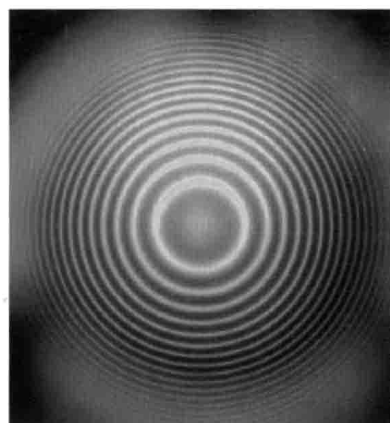


图9 多光束干涉(F-P
干涉)实验
(钠光灯波长 589.3nm)



图 10 单缝夫琅禾费衍射

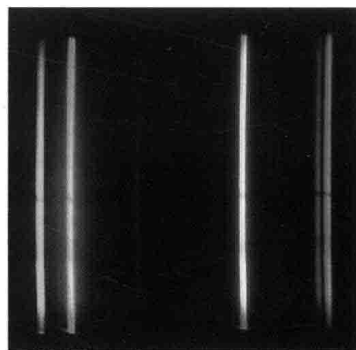


图 11 汞光源的光栅衍射光谱
(波长为 579.1/577.0/546.1/435.8/406.7nm)

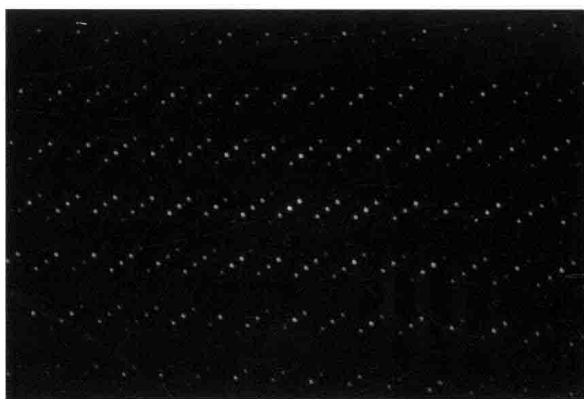


图 12 一维光栅 + 正交光栅衍射

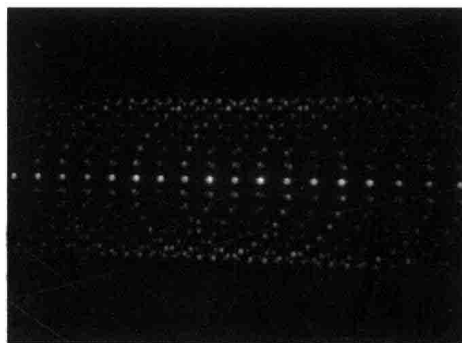


图 13 一维光栅 + 环形光栅衍射

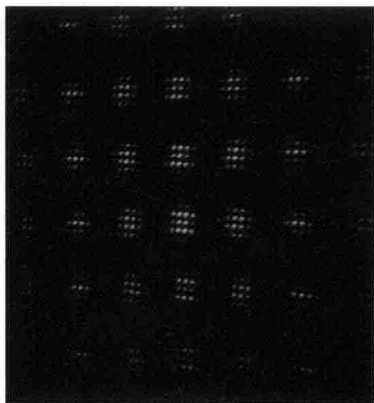


图 14 二维光栅 + 正交光栅衍射

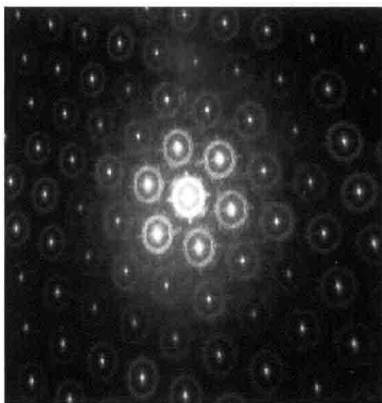


图 15 六角密排光栅的衍射

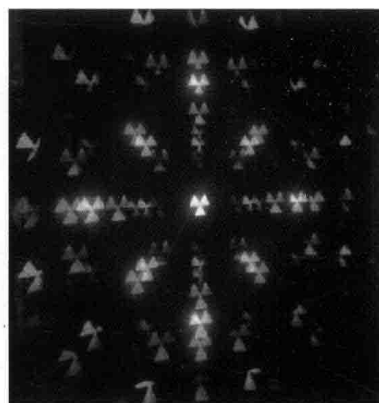


图 16 正交光栅的衍射光谱
(半导体激光波长 630/532/405nm)

目 录

第1章 质点运动学与牛顿定律	(1)	2.3.2 功率	(21)
1.1 位置矢量和质点的运动学方程 ..	(1)	2.3.3 保守力的功	(22)
1.1.1 参考系	(1)	2.4 动能定理	(24)
1.1.2 质点模型	(2)	2.4.1 质点的动能定理	(24)
1.1.3 位矢和位移	(2)	2.4.2 质点系的动能定理	(25)
1.2 速度和加速度	(4)	2.5 机械能	(26)
1.2.1 速度	(4)	2.5.1 机械能与保守力场	(26)
1.2.2 加速度	(5)	2.5.2 势能	(26)
1.2.3 运动学两类问题	(6)	2.6 质点系的功能原理和机械能 守恒定律	(27)
1.3 圆周运动	(7)	2.6.1 质点系的功能原理	(27)
1.3.1 法向加速度与切向加速度	(7)	2.6.2 机械能守恒定律	(28)
1.3.2 圆周运动的角量描述	(8)	2.7 碰撞问题	(29)
1.4 牛顿运动定律	(9)	习题	(30)
1.4.1 牛顿第一定律	(9)	第3章 刚体力学基础	(32)
1.4.2 牛顿第二定律	(9)	3.1 刚体的基本运动	(32)
1.4.3 牛顿第三定律	(10)	3.1.1 刚体	(32)
1.5 牛顿定律的应用	(10)	3.1.2 刚体定轴转动的角速度	(32)
1.5.1 应用牛顿定律解题的步骤	(10)	3.2 角动量和角动量守恒定律	(33)
1.5.2 牛顿运动定律的应用	(11)	3.2.1 质点的角动量	(33)
1.5.3 动力学两类问题	(11)	3.2.2 质点角动量定理	(34)
1.5.4 300年来一桶水	(12)	3.2.3 质点角动量守恒定律	(34)
1.6 相对运动	(13)	3.2.4 质点系的角动量	(35)
习题	(14)	3.3 刚体定轴转动的动能定理	(36)
第2章 动量守恒和能量守恒定律 ..	(16)	3.3.1 力矩的功	(36)
2.1 动量、冲量和动量定理	(16)	3.3.2 刚体转动动能	(36)
2.1.1 动量	(16)	3.3.3 转动惯量及其计算	(37)
2.1.2 动量定理	(17)	3.4 刚体定轴转动定律和角动量 定理	(39)
2.1.3 质点系的动量定理	(18)	习题	(41)
2.2 动量守恒定律	(18)	第4章 狭义相对论基础	(43)
2.2.1 动量守恒定律的表述	(18)	4.1 伽利略相对性原理和伽利略 坐标变换式	(43)
2.2.2 质点系动量守恒的条件	(19)	4.1.1 力学相对性原理	(43)
2.2.3 火箭飞行原理	(19)		
2.3 变力的功和保守力的功	(20)		
2.3.1 功	(20)		

4.1.2 伽利略坐标变换式·····	(43)	5.6.2 带电电容器的能量·····	(73)
4.2 狭义相对论基本原理和洛伦兹坐标变换式·····	(44)	5.6.3 静电场能量·····	(73)
4.2.1 狭义相对论基本原理·····	(44)	习题·····	(74)
4.2.2 洛伦兹坐标变换式·····	(45)	第6章 稳恒磁场和磁介质 ·····	(78)
4.3 狭义相对论的时空观·····	(46)	6.1 电流·····	(78)
4.3.1 同时性问题·····	(46)	6.1.1 电流强度·····	(78)
4.3.2 长度缩短·····	(47)	6.1.2 欧姆定律及其微分式·····	(79)
4.3.3 时间延长·····	(48)	6.2 磁场和磁感应强度·····	(79)
4.4 狭义相对论动力学基础·····	(50)	6.2.1 磁场·····	(79)
4.4.1 相对论力学的基本方程·····	(50)	6.2.2 磁感应强度·····	(81)
4.4.2 质量和能量的关系·····	(51)	6.3 毕奥-萨伐尔定律及其应用·····	(81)
4.5 广义相对论简介·····	(52)	6.3.1 毕奥-萨伐尔定律·····	(81)
习题·····	(53)	6.3.2 毕奥-萨伐尔定律的应用·····	(82)
第5章 静电场和电介质 ·····	(55)	6.4 磁场的高斯定理和安培环路定理·····	(84)
5.1 库仑定律·····	(55)	6.4.1 磁场的高斯定理·····	(84)
5.1.1 电荷守恒定律·····	(55)	6.4.2 安培环路定理·····	(85)
5.1.2 库仑定律的表述·····	(55)	6.4.3 安培环路定理的应用·····	(87)
5.1.3 静电场力的叠加原理·····	(56)	6.5 磁场对电流的作用·····	(89)
5.2 电场强度·····	(56)	6.5.1 磁场对运动电荷的作用·····	(89)
5.2.1 场强的定义及点电荷场强·····	(56)	6.5.2 磁场对载流导线的作用·····	(90)
5.2.2 场强的叠加原理·····	(57)	6.6 磁介质及其磁化·····	(91)
5.2.3 电偶极子·····	(60)	6.6.1 磁介质·····	(91)
5.3 静电场的高斯定理·····	(60)	6.6.2 磁介质中的磁场·····	(91)
5.3.1 电场线·····	(60)	习题·····	(92)
5.3.2 电通量·····	(61)	第7章 电磁感应和变化的电磁场 ·····	(95)
5.3.3 高斯定理·····	(62)	7.1 电源和电动势·····	(95)
5.3.4 高斯定理的应用·····	(63)	7.2 电磁感应的基本规律·····	(96)
5.4 静电场的环路定理和电势·····	(65)	7.2.1 法拉第电磁感应定律·····	(96)
5.4.1 静电场力的功·····	(65)	7.2.2 涡电流及其热效应·····	(98)
5.4.2 静电场的环路定理·····	(65)	7.3 动生电动势·····	(98)
5.4.3 电势能·····	(66)	7.4 感生电动势·····	(100)
5.4.4 电势·····	(66)	7.5 自感、互感和磁场的能量·····	(102)
5.4.5 电势差·····	(66)	7.6 麦克斯韦电磁场理论简介·····	(103)
5.4.6 等势面·····	(68)	习题·····	(105)
5.5 静电场中的导体·····	(69)	第8章 机械振动和机械波 ·····	(107)
5.5.1 导体的静电平衡条件·····	(69)	8.1 简谐振动·····	(107)
5.5.2 电容器的电容·····	(70)	8.1.1 简谐振动的概念·····	(107)
5.6 静电场中的电介质·····	(71)	8.1.2 简谐振动的规律·····	(107)
5.6.1 有电介质时的高斯定理·····	(71)	8.1.3 相位差·····	(108)

8.2 简谐振动的矢量图示法	(109)	9.4.4 增透膜和增反膜	(143)
8.2.1 旋转矢量法	(109)	9.5 迈克耳孙干涉仪	(144)
8.2.2 简谐振动的实例	(110)	9.6 光的衍射	(145)
8.3 谐振子振动的能量	(111)	9.6.1 惠更斯-菲涅耳原理	(145)
8.4 简谐振动的合成	(112)	9.6.2 单缝衍射	(146)
8.4.1 两个同方向、同频率的简谐振动的合成	(112)	9.6.3 光学仪器的分辨本领	(148)
8.4.2 两个同方向、不同频率的简谐振动的合成	(113)	9.7 光栅衍射	(150)
8.4.3 相互垂直的简谐振动的合成	(113)	9.8 光的偏振	(151)
8.5 机械波的产生和传播	(115)	9.8.1 自然光和偏振光	(151)
8.5.1 机械波的产生条件和传播特征	(115)	9.8.2 起偏和检偏	(152)
8.5.2 机械波传播的特征物理量	(116)	9.8.3 反射和折射时的偏振	(154)
8.6 简谐波的波动方程	(117)	9.8.4 双折射、椭圆偏振光和圆偏振光	(155)
8.6.1 平面简谐波的波动方程	(117)	习题	(155)
8.6.2 波动方程的微分形式	(119)	第10章 气体动理论和热力学	
8.7 波的能量和能流密度	(120)	基础	(158)
8.7.1 波的能量	(120)	10.1 理想气体的状态方程	(158)
8.7.2 能量密度和能流密度	(121)	10.2 理想气体的压强公式和温度公式	(159)
8.7.3 波的吸收	(122)	10.2.1 理想气体的压强公式	(159)
8.8 惠更斯原理和波的叠加	(122)	10.2.2 温度公式	(161)
8.9 驻波和半波损失	(124)	10.3 能量均分原理和理想气体的内能	(161)
习题	(127)	10.3.1 能量按自由度均分原理	(161)
第9章 波动光学	(129)	10.3.2 理想气体的内能	(163)
9.1 电磁波的波动方程	(129)	10.4 麦克斯韦速率分布	(163)
9.1.1 电磁波的特性	(129)	10.4.1 统计规律	(163)
9.1.2 电磁波的能量和动量	(130)	10.4.2 麦克斯韦速率分布律	(164)
9.1.3 电磁波谱	(131)	10.4.3 三种特征速率	(165)
9.2 光源和光波的叠加	(131)	10.4.4 玻耳兹曼分布律	(167)
9.2.1 普通光源的发光特点	(131)	10.5 分子的平均碰撞次数及平均自由程	(168)
9.2.2 光的相干条件	(132)	10.6 热力学第一定律	(169)
9.3 分波面干涉	(134)	10.6.1 热力学第一定律的表述	(169)
9.3.1 杨氏双缝实验	(134)	10.6.2 气体系统做功公式	(170)
9.3.2 干涉条纹的明暗条件	(134)	10.7 热力学第一定律应用于理想气体的等值过程	(171)
9.3.3 菲涅耳双镜实验	(136)	10.7.1 等容过程	(171)
9.4 薄膜干涉	(137)	10.7.2 等压过程	(172)
9.4.1 光程	(138)	10.7.3 等温过程	(173)
9.4.2 等倾干涉	(139)		
9.4.3 等厚干涉	(140)		

10.7.4 绝热过程·····	(173)	11.4 玻尔的氢原子理论·····	(189)
10.7.5 多方过程·····	(174)	11.5 不确定关系·····	(190)
10.8 循环过程与卡诺循环·····	(175)	11.6 波函数的统计意义和 薛定谔方程·····	(191)
10.8.1 循环过程·····	(175)	习题·····	(193)
10.8.2 卡诺循环·····	(176)	第12章 激光的基本原理 ·····	(195)
10.9 热力学第二定律和卡诺 定理·····	(178)	12.1 激光器的设想和实现·····	(195)
10.9.1 热力学第二定律·····	(178)	12.2 激光的基本概念和特性·····	(197)
10.9.2 卡诺定理和热力学第二 定律的统计意义·····	(179)	12.3 激光振荡的基本原理和 基本条件·····	(201)
习题·····	(180)	12.4 光在介质中的放大·····	(205)
第11章 量子物理基础 ·····	(183)	12.5 光学谐振腔·····	(207)
11.1 热辐射和普朗克量子假说·····	(183)	12.6 典型激光器件·····	(210)
11.1.1 黑体辐射·····	(183)	12.6.1 气体激光器·····	(210)
11.1.2 普朗克量子假说·····	(184)	12.6.2 固体激光器·····	(215)
11.2 爱因斯坦光子理论·····	(185)	12.6.3 半导体激光器·····	(216)
11.2.1 光电效应·····	(185)	12.6.4 其他激光器·····	(217)
11.2.2 爱因斯坦方程·····	(186)	习题·····	(218)
11.2.3 康普顿效应·····	(187)	习题答案 ·····	(219)
11.3 德布罗意波、实物粒子 波粒二象性·····	(188)	参考文献 ·····	(223)

第 1 章 质点运动学与牛顿定律

物理学是研究物质的基本结构、基本运动形式、相互作用及其转化规律的科学,是在人类探索自然奥秘的过程中形成的,是自然科学与现代工程技术的基础。它的基本理论渗透到自然科学的各个领域,应用于生产和工程技术的各个方面。物理学最初是在对力学运动规律的研究中发展起来的,后来又研究包括热现象、电磁现象、光现象以及波辐射的规律。

自然界的一切物质都处在永不停息的运动之中,物理学就是研究物质运动中最普遍、最基本运动形式的规律,而运动形式又是多种多样、千变万化的,机械运动是其中一种最简单、最常见的运动形式。

经典力学就是研究机械运动规律及其应用的学科。在力学中,研究物体的位置随时间变化规律的称为运动学,研究物体的运动与物体间相互作用的内在联系和规律的称为动力学。而静力学主要研究物体的受力平衡问题。

质点力学是力学研究的基础,主要包括运动学、动力学和静力学,即

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t) \quad \boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a} \quad \sum \boldsymbol{F} = 0$$

分析力学问题,一般从运动学开始,在这方面已有很多讨论。本章主要讨论机械运动的基本特征及描述方法,通常采用微积分和矢量运算处理。主要解决的问题分两类:第一,描述物体运动的状态,即建立物体的运动学方程,为质点的运动学问题;第二,运用牛顿定律研究物体运动状态的变化,为质点的动力学问题。

1.1 位置矢量和质点的运动学方程

1.1.1 参考系

运动是物质存在的形式,是物质的固有属性,这便是运动的绝对性。然而,要描述物体的运动状态一定要选择一个参考系,它是用来描述物体运动而选作参考的物体。常用的参考系有太阳、地心、质心、地面或实验室参考系。如图 1-1 所示,卫星绕地球运动,若以地心为参考系,卫星做圆周运动;如图 1-2 所示,若以太阳为参考系,同样是卫星绕地球运动,其轨迹却是长螺旋线,实际为卫星绕地球旋转和地球绕太阳公转的运动叠加。

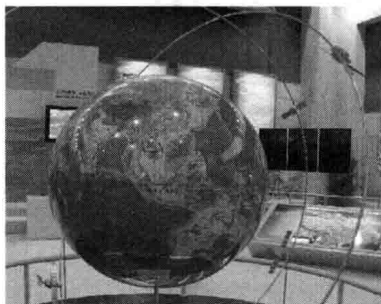


图 1-1 卫星绕地球运动

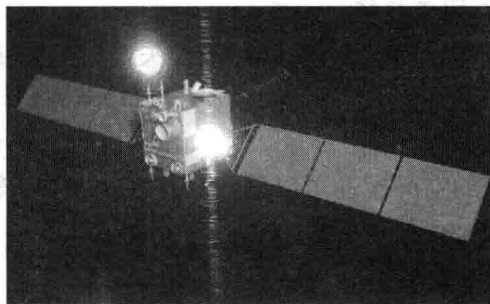


图 1-2 “嫦娥”一号卫星图

所以,这就是运动描述的相对性。为了明确描述一个物体的运动,从而确定物体运动的状态,需要在参考系中选定一个坐标系。坐标系为参考系的数学抽象,可用固结在参考系上的一组有刻度的射线、曲线或角度来表示。常用的有自然坐标系、球极坐标系、柱坐标系等,而最常用的坐标系是直角坐标系。

1.1.2 质点模型

1. 质点

质点是力学中最简单、最常用的物理模型。

当某一物体的形状和尺寸大小可以忽略(就所研究的问题,大小和形状几乎不起作用),可认为质量集中到一个点(质心)上时,该物体可视作质点。地球虽大,但在研究其绕太阳公转时,即可视作质点;电子虽小,但在研究电子自旋时,却不能视作质点。即使同一物体在某个力学问题中可视作质点,而在另一个力学问题中却不一定视作质点。

2. 质点系

如果所研究的物体不能当作质点处理,则可以将它分割成许多小质元,先分析单个质元的情况,再进一步讨论质元的组合问题。数学中常用求和或积分的方法。

在第3章中讨论的刚体,就是一个质点系问题,只不过将它视作一个不发生形变的物体(刚体模型)。

1.1.3 位矢和位移

1. 位矢

位矢是用以确定某时刻质点所处位置矢量的简称,即任一时刻质点所处空间的位置。如图1-3所示,矢量 OP 为直角坐标系中的点 $P(x, y, z)$ 的位矢。

空间(三维坐标): $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$

平面(二维坐标): $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$

直线(一维坐标): $\mathbf{r} = x\mathbf{i}$

显然,在直角坐标系中位矢的大小为

$$|\mathbf{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

位矢的方向余弦,可由下式确定:

$$\cos\alpha = \frac{x}{|\mathbf{r}|}, \cos\beta = \frac{y}{|\mathbf{r}|}, \cos\gamma = \frac{z}{|\mathbf{r}|}$$

2. 运动学方程

质点的运动学方程,即讨论位矢与时间的函数关系。

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(t) = x(t)\mathbf{i} + y(t)\mathbf{j} + z(t)\mathbf{k} \quad (1-1)$$

$$\text{写成分量形式: } x = x(t), y = y(t), z = z(t) \quad (1-2)$$

表示质点的空间运动可以视作质点在 x 、 y 和 z 轴上同时参与三个直线运动。

3. 位移

(1) 直线运动中的位移

图1-4为质点在曲线运动中的位移。某质点从点 $P_1(t \text{ 时刻})$ 沿任一曲线运动到点 $P_2(t +$

Δt 时刻),用 $\Delta \mathbf{r}$ 表示该质点位置矢量的移动。 $\Delta \mathbf{r}$ 即称作质点在这段时间内的位移。 P_1P_2 即为初位置指向末位置的有向线段。

$$\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}(t + \Delta t) - \mathbf{r}(t) \tag{1-3}$$

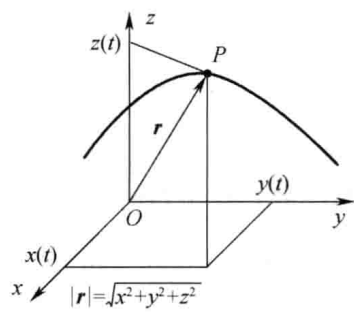


图 1-3 直角坐标系中的位矢

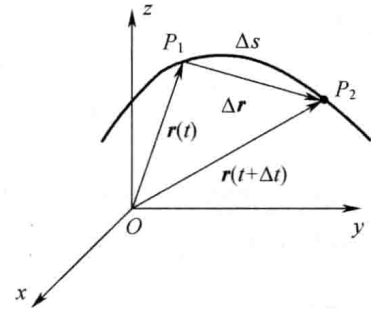


图 1-4 直角坐标系中的位移和路程

在直角坐标系中,有

$$\Delta \mathbf{r} = \Delta x \mathbf{i} + \Delta y \mathbf{j} + \Delta z \mathbf{k} = (x_2 - x_1) \mathbf{i} + (y_2 - y_1) \mathbf{j} + (z_2 - z_1) \mathbf{k} \tag{1-4}$$

(2) 讨论

位移的两个含义：一个是指质点位置的变更(即距离)；另一个是强调质点位置变更的方向(位移矢量性)。它表示一段时间后,终点与初始点间的距离以及终点在初始点的什么方向。

这样,质点运动变更后的位置,只与质点运动的始末位置有关,而与运动的轨迹无关。

4. 路程

路程是指质点从点 P_1 到点 P_2 沿曲线运动轨迹所经历的实际路程的长度,用 Δs 表示,它是一标量。

5. 讨论

(1) 利用数学“无穷小”的概念,可抽象得到“无穷小位移”的概念。“位移”与“路程”之间的关系：

- ① 位移 $\Delta \mathbf{r}$,是矢量,有大小和方向；
- ② 路程 Δs ,是标量,有大小、无方向,且总为正值。
- ③ 位移和路程的国际单位均为米(m)。

如图 1-5 所示,总位移等于各段位移的矢量和,即

$$\Delta \mathbf{r} = \Delta \mathbf{r}_1 + \Delta \mathbf{r}_2 + \Delta \mathbf{r}_3 \tag{1-5}$$

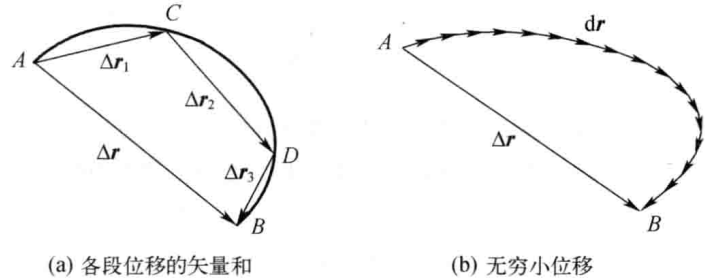


图 1-5 位移

若把这段时间细分为无穷个很短的时间间隔 dt ,就得到在 dt 时间内的无穷小位移 $d\mathbf{r}$, $d\mathbf{r}$

的大小等于 $|\mathrm{d}\mathbf{r}|$ 。

(2) 一般情况下, $|\Delta\mathbf{r}| \neq \Delta s$, 但在 Δt 时间内 ($\Delta t \rightarrow 0$ 时), 有 $|\mathrm{d}\mathbf{r}| = \mathrm{d}s$ 。 $\mathrm{d}\mathbf{r}$ 的方向是沿质点运动轨道的切线, 指向质点向前的方向。理解无穷小位移的含义, 就能够很好地理解后面要介绍的速度和速率。

1.2 速度和加速度

速度和加速度是描述质点运动的重要物理量。速度描述的是位矢对时间的变化率, 而加速度描述的是速度对时间的变化率。

1.2.1 速度

1. 平均速度

如图 1-4 所示, 将做曲线运动质点的位移 $\Delta\mathbf{r}$ 与其相应的时间 Δt 的比值称为 Δt 时间内质点的平均速度, 即

$$\bar{\mathbf{v}} = \Delta\mathbf{r} / \Delta t \quad (1-6)$$

上式实际描述的是单位时间位移的变化率。那么, 显然有平均速率

$$\bar{v} = \Delta s / \Delta t \quad (1-7)$$

可见, 平均速度是矢量, 其方向与位移 $\Delta\mathbf{r}$ 的方向相同。平均速率是标量, 其大小为相应的 Δt 内质点所运动的路程。

平均速度与平均速率均与 Δt 有关, 即时间段取值不同, 平均速度或平均速率的值也不尽相同。因此, 这种对质点运动的描述不够精确。

2. 瞬时速度

要得到对质点运动更精确的描述, Δt 的取值越小越好, 从数学的角度取 $\Delta t \rightarrow 0$, 即以平均速度的极限来表述, 则应用数学中导数的概念:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \bar{\mathbf{v}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\mathbf{r}}{\mathrm{d}t}$$

$\Delta t \rightarrow 0$ 时, $t + \Delta t \rightarrow t$, 所以质点在 t 时刻的瞬时速度简称为速度。

$$\mathbf{v} = \mathrm{d}\mathbf{r} / \mathrm{d}t \quad (1-8)$$

表明质点在 t 时刻附近无限短时间内位移对时间的瞬时比值。显然, 瞬时速率 (简称速率) 可表示为

$$v = \mathrm{d}s / \mathrm{d}t \quad (1-9)$$

3. 讨论

速度是描述运动质点在某一瞬时位置矢量变化的物理量, $\mathbf{v}$ 的方向与无穷小位移 $\mathrm{d}\mathbf{r}$ 方向相同。而速率是描述运动质点在某一瞬时运动快慢的物理量, 即速度的大小。因为 $\Delta t \rightarrow 0$ 时, 有 $|\mathrm{d}\mathbf{r}| = \mathrm{d}s$, 则

$$|\mathrm{d}\mathbf{r} / \mathrm{d}t| = \mathrm{d}s / \mathrm{d}t \quad (1-10)$$

即速度的大小 $|\mathbf{v}| = v$ 。速度和速率的单位均为米每秒 (m/s)。

结论: 瞬时速度的大小在任一时刻都与瞬时速率相等, 但速度的方向是沿运动轨道切线指向质点前进的方向。

4. 直角坐标系中速度的表示

以二维平面运动为例,由运动学方程:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}(t) &= x(t)\mathbf{i} + y(t)\mathbf{j} \\ \mathbf{v} &= \frac{dx}{dt}\mathbf{i} + \frac{dy}{dt}\mathbf{j} = v_x\mathbf{i} + v_y\mathbf{j} \\ v_x &= dx/dt, \quad v_y = dy/dt \end{aligned} \quad (1-11)$$

式(1-11)可推广到三维坐标系:

$$\mathbf{v} = v_x\mathbf{i} + v_y\mathbf{j} + v_z\mathbf{k}$$

所以,在直角坐标系中速度的大小(即速率)表示为

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad (1-12)$$

方向用 $\mathbf{v}$ 与 x 轴正向夹角 α 表示,则

$$\tan\alpha = v_y/v_x \quad (1-13)$$

直线运动的速度积分形式为

$$x = x_0 + \int_{t_0}^t v_x dt \quad (1-14)$$

上式也可扩展到三维坐标系。

若 $t_0 = 0$, 且 v 为恒量, 则为匀速直线运动, 有

$$x = x_0 + vt$$

1.2.2 加速度

1. 平均加速度和瞬时加速度

如图 1-6 所示, 设 t 时刻质点在点 P_1 , $(t + \Delta t)$ 时刻, 质点到达点 P_2 。显然, Δt 时间内速度的增量

$$\Delta \mathbf{v} = \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1$$

故平均加速度为 $\bar{\mathbf{a}} = \Delta \mathbf{v} / \Delta t$ (1-15)

与速度的数学表达类似

$$\mathbf{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} \quad (1-16)$$

称作质点在 t 时刻的瞬时加速度, 简称加速度, 表示质点在 t 时刻附近, 无限短时间内速度矢量对时间的变化率。

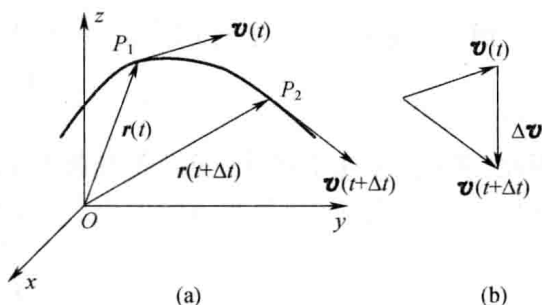


图 1-6 速度的变化

2. 加速度在直角坐标系中的分量

由式(1-11)两边对时间求导, 得

$$\mathbf{a} = \frac{dv_x}{dt}\mathbf{i} + \frac{dv_y}{dt}\mathbf{j} = a_x\mathbf{i} + a_y\mathbf{j} \quad (1-17)$$

上式也可推广到三维坐标系。

所以, 在二维直角坐标系中加速度的大小和方向分别表示为

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} \quad (1-18)$$

$$\tan\alpha = a_y/a_x \quad (1-19)$$

α 表示 $\mathbf{a}$ 与 x 轴正向的夹角。

3. 讨论

(1) 加速度也是矢量,即描述质点运动速度的大小和方向随时间变化的物理量,加速度的方向为速度增量的方向。加速度的单位为米每二次方秒(m/s^2)

(2) 加速度与位置矢量关系式,扩展到三维空间坐标:

$$a_x = dv_x/dt = d^2x/dt^2, \quad a_y = dv_y/dt = d^2y/dt^2, \quad a_z = dv_z/dt = d^2z/dt^2 \quad (1-20)$$

(3) 积分式: 对一维匀变速直线运动

$$v = v_0 + \int_{t_0}^t a dt \quad (1-21)$$

若 $t_0=0$, 且 a 为恒量, 则可得匀加速直线运动, 这是中学物理的常用公式, 即

$$v = v_0 + at$$

$$x = x_0 + \int_0^t (v_0 + at) dt = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

消去时间 t 可得:

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

1.2.3 运动学两类问题

已知质点的运动学方程, 可以通过对位置矢量求一阶导数的方法得到速度矢量, 通过对速度矢量求一阶导数(或对位置矢量求二阶导数)的方法得到加速度矢量。而已知质点运动的速度或加速度以及初始条件, 可以通过数学积分的方法得到质点的运动学方程。

$$\mathbf{r}(t) \xrightleftharpoons[\text{积分}]{\text{求导}} \mathbf{v}(t), \mathbf{a}(t)$$

例 1-1 一质点做直线运动, 运动学方程为

$$x = 1 + 2t - t^2 \text{ (SI)}$$

求质点的速度表达式、速率表达式和加速度(用 SI 表示国际单位制)。

解 由题意, 质点是做 x 轴方向的直线运动, 只有 x 方向的速度, 即

$$v_x = dx/dt = 2 - 2t \text{ (SI)}$$

$$\mathbf{v} = v_x \mathbf{i}$$

因此, 该质点做速率随时间变化的变速直线运动: $t < 1\text{s}$ 时, $v_x > 0$, 质点沿 x 轴正方向运动; $t > 1\text{s}$ 时, $v_x < 0$, 质点沿 x 轴负方向运动。速率表达式可写为

$$v = |v_x| = \begin{cases} 2 - 2t \text{ (SI)} & (t \leq 1) \\ 2t - 2 \text{ (SI)} & (t > 1) \end{cases}$$

加速度为

$$\mathbf{a} = a_x \mathbf{i} = -2\mathbf{i} \text{ (SI)}$$

例 1-2 一质点沿 x 轴运动, 其加速度 $a = 4t$ (SI), 已知 $t = 0$ 时, 质点位于 $x_0 = 10\text{m}$ 处, 初速度 $v_0 = 0$ 。试求其位置和时间的关系式。

解 由题意 $a = dv/dt = 4t$, 则 $dv = 4t dt$;

$$\text{由 } \int_0^v dv = \int_0^t 4t dt, \text{ 得 } v = 2t^2.$$

$$\text{又 } v = dx/dt = 2t^2, \text{ 即 } dx = 2t^2 dt;$$

$$\text{则 } \int_{x_0}^x dx = \int_0^t 2t^2 dt, \text{ 可得 } x = 2t^3/3 + x_0 \text{ (SI).}$$

1.3 圆周运动

1.3.1 法向加速度与切向加速度

曲线运动通常用自然坐标系表示,自然坐标系建立在质点上,运动方向作为切向坐标轴 AT,法向坐标轴 AN 指向运动轨迹的凹侧。

1. 质点做匀速率圆周运动

由讨论加速度同样的方法,质点做匀速率圆周运动的向心加速度即法向加速度 a_n ,其大小为

$$a_n = v^2/R \quad (1-22)$$

其方向指向圆心。

可以认为,在匀速圆周运动中,法向加速度是矢量,它既有大小又有方向,表示的是速度方向随时间变化的快慢。若用直角坐标系表示, a_n 是变矢量;而用自然坐标系表示, a_n 是恒矢量,即方向恒为法向。可见,采用不同的坐标系描述,质点运动的矢量表示可不同,圆周运动用自然坐标系表示可使问题简化。

2. 质点做变速率圆周运动

质点做变速率圆周运动,除法向加速度 a_n 外,还有切向加速度 a_τ ,表示的是速度大小随时间变化的快慢,其大小为

$$a_\tau = dv/dt \quad (1-23)$$

方向沿圆周运动切线方向。

故质点做圆周运动总的加速度为

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_n + \mathbf{a}_\tau \quad (1-24)$$

质点做变速率圆周运动时, $\mathbf{a}$ 总是变化的,如图 1-7 所示。

3. 讨论

(1) 法向加速度描述的是质点运动的速度方向随时间的变化率,而切向加速度描述的是质点运动的速度大小随时间的变化率。总加速度大小、方向为

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \left[\left(\frac{dv}{dt} \right)^2 + \left(\frac{v^2}{R} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (1-25)$$

$$\tan\phi = a_n/a_\tau \quad (1-26)$$

式中, ϕ 表示 $\mathbf{a}$ 、 $\mathbf{v}$ 之间的夹角。

(2) 注意,同一时刻, $\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{v}$ 的方向一般不相同,如抛体运动中的重力加速度与初速度方向不同。

质点做匀速率圆周运动时, $a_\tau = 0$, $a = a_n$, $\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{v}$ 的方向垂直;

质点做直线运动时, $a_n = 0$, $a = a_\tau$, $\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{v}$ 的方向夹角为 0° 或 180° 。

因此,对平面内一般曲线运动,自然坐标系中的加速度可表示为

$$\mathbf{a} = a_\tau \boldsymbol{\tau}_0 + a_n \mathbf{n}_0 = \frac{dv}{dt} \boldsymbol{\tau}_0 + \frac{v^2}{\rho} \mathbf{n}_0 \quad (1-27)$$

式中, ρ 为质点运动轨迹的曲率半径。