高中数学标准化

最新题型解题思路精选精析

陈继仁 陈家骏 张长胜 等编著

国际文化出版公司

中数学标准化最新题型

解题思路精选精析

陈继仁　陈淑贞　（高一）

陈家骏　林而立　（高二）　等编著

长胜　董　力　赵　康　王汉华　（高三）

京新登字173号

高中数学标准化最新题型

解题思路精选精析

陈继仁 陈家骏 张长胜 等 编著

*

国际文化出版公司出版

新华书店首都发行所发行

科教印刷厂印刷

787×1092毫米 32开本 26印张 590千字

1995年1月第1版 1996年1月第2次印刷

印数：9000—10500册

ISBN 7-80049-853-0/G·337 定价：18.90元

编 者 的 话

为了帮助广大中、小学生深入理解、灵活运用课堂所学知识；熟悉、掌握多种多样的新类型试题；提高日常学习能力和应考能力，取得优异成绩，经过一年多的筹划，《最新题型标准化解题思路精选精析》丛书，终于可以和读者见面了。

该丛书是根据国家教委新颁各科教学大纲、各科现用和将用的最新教材，针对广大师生的实际需要组织全国及北京市重点中学：北京四中，北师大一附中，北师大，北师院，东城区教研中心，崇文区教育学院，北京三中，一五九中，一二四中，一一〇中学，六十一中，二十四中，前门中学，和平门中学，安德路中学，三十五中，三十八中；宽街小学，永生小学，丁香小学，茶食小学，新街口东街小学等单位和学校的教授、副教授，特级教师、高级教师，校长和教研员们潜心研究，精心编著成书的。并得到国际文化出版公司的大力支持。

本丛书紧扣学生所学的基础课程，在此基础上适当扣宽了知识面。丛书突出一个"新"字：教材新、题型新、试题新、解题思路分析方法新。丛书针对近年来中考、高考命题的内容转变(从知识型向能力型转变，暴露型向潜隐型转变，主观型向客观型转变)及形式转变(标准化测试比重加大，试卷按一、二卷分开)，所选试题按照标准化考试要求，题型丰富、新颖，每题除答案外，重点放在解题思路、方法和步骤上。通过精析，旨在给学生一把解题的"钥匙"，做到举一反三、一通百通，除各毕业班级外，丛书均与学年课本内容

对照编写。毕业班所选试题除对照课本外，有一部份为近年来升学考试试题并附有分析。

由于成书仓促，疏漏之处，请读者批评指正。

编　者

1991年11月

目　录

代数第一册

立 体 几 何

平面解析几何

代数第二册

代数第三册

微 积 分 初 步

代数第一册

第一章　幂函数、指数函数和对数函数

第一节　集　　合

(一)选择题：

1. 下列各表示式中正确的是：(　　)

(A)$a\subset\{a,b\}$；　(B)$\{a,c\}\cap\{b,d\}=\{0\}$；

(C)$a=\{a,b\}\cap\{a,c\}$；　(D)$\{a,b\}\supseteq\{b,a\}$。

2. 空集Φ与集合$\{0\}$的关系是：(　　)

(A)$\Phi=\{0\}$；　(B)$\Phi\subset\{0\}$；

(C)$\Phi\supset\{0\}$；　(D)$\Phi\subseteq\{0\}$。

3. 设$\{1,2\}\subseteq M\subseteq\{1,2,3,4,5\}$，其中$M$表示$\{1,2,3,4,5\}$的子集，则这样的子集的个数是：(　　)

(A)10；　(B)8；　(C)6；　(D)4。

4. 已知集合$M=\{0,1\}$，$N=\{1,2,3\}$，那么$M\cup N$的真子集有：(　　)

(A)14个；　(B)15个；　(C)16个；　(D)32个。

5. 设集合$X=\{a,b,c,d,e,f\}$，$Y=\{b,g,h,i,j\}$，$Z=\{g,f,i\}$，那么$(X\cap Y)\cup Z$是：(　　)

(A)$\{a,b,c,h,i\}$；　(B)$\{g,f,i\}$；

(C)$\{b,g,f,i\}$；　(D)$\{b,g,f,h,i\}$。

6. 设集合$M=\{(x,y)\mid 4x+y=6\}$，$N=\{(x,y)\mid 3x+2y=7\}$，则$M\cap N$是：(　　)

(A)(1,2)；　　　　(B)$\{x=1\}\cup\{y=2\}$；

(C)$\{1,2\}$；　　　　(D)$\{(1,2)\}$。

7. 如果方程$x^2-px+15=0$的解集是M，方程$x^2-5x+q=0$的解集是N，$M\cap N=\{3\}$，那么$p+q$等于：(　　)

(A)14；　(B)2；　(C)11；　(D)7。

8. 非空集$S\subseteq\{1;2;3;4;5\}$,且S还满足条件：若$a\in S$，则$6-a\in S$，符合上述要求的集合S的个数是：　(　　)

(A)4；　(B)5；　(C)7；　(D)31。

9. 设全集$I=R$，集合$A=\left\{x\mid -4<x<-\frac{1}{2}\right\}$；$B=\{x\mid x\leqslant -4\}$，那么集合$C=\left\{x\mid x\geqslant-\frac{1}{2}\right\}$是$A$和$B$的：　(　　)

(A)交集；　(B)并集；　(C)交集的补集；

(D)并集的补集。

答案：

1.D；　2.B；　3.C；　4.B；　5.C；

6.D；　7.A；　8.C；　9.D。

精析：

1. 元素与集合的关系是"$\in$"的关系；而集合间的关系子集、真子集的关系即"$\subseteq$"、"$\subset$"。因此$a\subset\{a,b\}$中间应用"$\in$"；$\{a,c\}\cap\{b,d\}=\Phi$，$\Phi\neq\{0\}$；$\{a,b\}\cap\{a,c\}=\{a\}$，a与$\{a\}$不同，a为元素，$\{a\}$是只有一个a元素的集合。$\{a,b\}$与$\{b,a\}$是一个集合，同一个集合可看作为它自己的子集。

2. Φ空集是没有任何元素的集合，而$\{0\}$是由0为元素的集合。$\Phi\subseteq\{0\}$是说明Φ是$\{0\}$的子集，而应为真子集，所以应是$\Phi\subset\{0\}$。

4. Φ是任何集合的子集，而且是真子集。

8. $a\in S$且$6-a\in S$，即要求集合中的元素符合上述两个条件：$\{1,2,3,4,5\}$中若$a=1,2,3,4,5$时，$6-a=5,4,3,2,1$，$\{1,2,4,5\}$中若$a=1,2,4,5$时，$6-a=5,4,2,1$，所以这七个集合有$\{1,2,3,4,5\}$，$\{1,2,4,5\}$，$\{1,3,5\}$，$\{2,3,4\}$，$\{1,5\}$，$\{2,4\}$，$\{3\}$。在$\{3\}$中$a=3$时，$6-a=3$，因为集合中元素不能重复，所以只能取一个3。

(二)填空题：

1. 集合$\{1,-3,5,-7,9,-11\cdots\cdots\}$，用描述法表示为(　　)。

2. 集合$\{(x,y)\mid x+2y=7,\ x,y\in N\}$用列举法表示为(　　)。

3. 若$A\cup B=I$，$B\subset A$，则$\bar{A}=$(　　)。

4. 已知$A=$\{斜线与平面所成的角\}，$B=$\{两异面直线所成的角\}，$C=$\{直线的倾斜角\}，$D=$\{复数的辐角主值\}，则四个集合的包含关系是(　　)。

5. 全集$I=\{2,3,a^2+2a-3\}$，$A=\{|a+1|,2\}$，$\bar{A}=\{5\}$，则实数$a=$(　　)。

6. 数集$\{x\mid 15\leqslant x\leqslant 125\}\cap\{x\mid x=4n+1,\ n\in N\}$中，所有元素的和等于(　　)。

7. 设集合$M=\left\{(x,y)\,\middle|\,\dfrac{y-3}{x-2}=a+1\right\}$与集合$N=\{(x,y)\mid(a^2-1)x+(a-1)y=15\}$，且有$M\cap N=\Phi$，则$a$的值等于(　　)。

8. 已知集合$M=\{(x,y)\mid x^2+2x+y^2\leqslant 0\}$，$N=\{(x,y)\mid y\geqslant x+a\}$，若$M\cap N=M$，则$a$的取值范围是(　　)。

答案：

1. $\{x\mid x=(-1)^{n+1}(2n-1),n\in N\}$；2. $\{(1,3),(3,2),$

$(5,1)\}$；3. $\bar{A}=\Phi$；4. $A\subset B\subset C\subset D$；5. $a=2$ 或 $a=-4$；6. 1988；7. a的值等于$1,-1,\frac{5}{2}$，-4；8. a 的取值范围是 $a\leqslant 1-\sqrt{2}$。

精析：

1. 集合的表示方法常用的有列举法和描述法。这题是由列举改写成描述的方法。描述一般是有数学表达式表示. 本题要注意$(-1)^{n+1}$，凡正、负相间的都要用$(-1)^n$或$(-1)^{n+1}$表示，关键要看奇、偶项、奇数项为正时用$(-1)^{n+1}$，偶数项为正，用$(-1)^n$。

2. (x,y)为一个点的坐标，$x+2y=7$是它们的函数表达式，当x,y为N(自然数时)，只有给定 $x=1$，3，5 时，$y=3$，2，1 满足条件。元素是点的坐标，写法要注意。

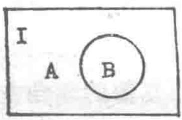

图 1

3. 可用图示$B\subset A$时，有如图1所示，$A\cup B=I$时实际 $I=A$，∴ $\bar{A}=\Phi$。

实数$\begin{cases}\text{有理数}\\\text{无理数}\end{cases}$ 有理数与无理数没有共同的部分，所以它们的交集是空集；有理数与无理数合起来为实数，即它们的并集为实数。

4. 斜线和平面所成的角是斜线和它在平面内的射影所夹的角(锐角)；两异面直线所成的角是指从空间任一点分别作平行于每一条异面直线的两直线所构成的不大于直角的角(即小于、等于90°)；直线的倾斜角的取值范围是[0,180°)；

复数的辐角主值取值范围为[0,360°)。根据上述各角的范围有$A\subset B\subset C\subset D$。

5. 由题意可得$a^2+2a-3=5$且$|a+1|=3$，解之得出$a=2$或$a=-4$。

6. $\{x|x=4a+1,\ n\in N\}=\{5,9,13\cdots\cdots125\cdots\}$，共31项(元素)为所求交集。所有元素的和$S=5+9+13+\cdots\cdots+125=1988$(可用$a_1=5$，$d=4$，$n=31$等差数列求和公式求得。

7. $\because M\cap N=\Phi$，$\therefore\begin{cases}\dfrac{y-3}{x-2}=a+1\\(a^2-1)x+(a-1)y=15\end{cases}$无解，

故可得a的值等于1，-1，$\dfrac{5}{2}$，-4。

8. 如图2所示⊙A的圆心坐标是$(-1,\ 0)$，半径为1，M集合表示⊙A其内部的一切点，N集合表示直线l及其以上部分的一切点，$\because M\cap N=M$，$\therefore l$的位置取在与⊙A相切及其以下。在相切时，$AB=1$，$AD=\sqrt{2}$，$OD=\sqrt{2}-1$，$OC=1-\sqrt{2}$，即$a=1-\sqrt{2}$，$\therefore a$的取值范围是$a\leqslant1-\sqrt{2}$。

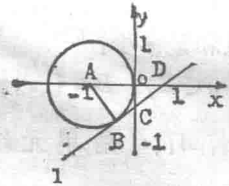

图 2

(三)计算题：

1. 已知$A=\{(x,y)|y=x^2-4x+5,\ x\in R\}$，$B=\{(x,y)|y=-x^2-2x+4,\ x\in R\}$。$C=\{(x,y)|4x+3y=11,\ x\in R\}$。求(1)$A\cap B$；(2)$(A\cup$

$B)\cap C$。

2. 某年级有48人参加了数学或物理小组，其中参加数学小组的有32人，参加物理小组的有28人，问同时参加数学和物理小组的有多少人？

3. 关于集合$I=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$的子集A、B，已知下面的事实：$\overline{A}\cap\overline{B}=\{1,9\}$，$A\cap B=\{2\}$，$\overline{A}\cap B=\{4,6,8\}$。求(1)$A\cup B$；(2)$B$；(3)$A$。

4. 已知全集$I=R$，$A=\{x|\cos x<\frac{1}{2},x\in R\}$，$B=\{x|x^2-36\leqslant 0$，$x\in R\}$，求$\overline{A}\cap B$。

5. 有a、b、c三本新书，至少读过其中一本的有18人，读过a，b，c的分别为9，8，11人，同时读过a，b的5人，读过b、c的3人，读过c、a的4人，问a、b、c全部读过的有几人？

6. 设全集$I=\{x|x$为小于20的正偶数$\}$，若$A\cap\overline{B}=\{12,14\}$，$\overline{A}\cap B=\{2,4,16,18\}$，$\overline{A}\cap\overline{B}=\Phi$。求集合$A$与集合$B$。

7. 设m、n为自然数，且集合$A=\{1,2,\cdots m\}$，$B=\{1,2,\cdots n\}$，求(1)A的子集共有多少个？(2)满足$B\cap C\neq\Phi$的A的子集C共有多少个？

8. 在数集$\{1,2,3,4,5\}$中，取任意一个子集，计算它的元素之和，则所有子集元素之和的总和是多少？

9. 设$A=\{(x,y)|x^2+y^2=1$，x、$y\in R\}$，$B=\{(x,y)|\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$，$a>0$，$b>0$，$x,y\in R\}$，若$A\cap B$是单元素集合。求(1)$a$与$b$的关系；(2)$a$乘$b$的最小值。

10. 已知A、B是以某些实数为元素的两个集合，$A=$

$\{2,4,a^3-2a^2-a+7\}$，$B=\{-4,\ a+3,\ a^2-2a+2,\ a^3+a^2+3a+7\}$，$A\cap B=\{2,5\}$，求实数$a$的值，并求集合$A$、$B$的并集。

11．已知全集$I=\{$由1到200的整数$\}$，$A=\{$一切9的倍数$\}$，$B=\{$一切6的倍数$\}$，求$n(A)$，$n(B)$，$n(A\cup B)$的值。

12．已知$A=\{z\,|\,|z|=2,\ z\in C\}$，$B=\{z\,|\,|z-2|=2,\ z\in C\}$，求$A\cap B$。

答案：

1.（1）$A\cap B=\Phi$；（2）$(A\cup B)\cap C=(A\cap C)\cup(B\cap C)=\left\{\left(\frac{2}{3},\ \frac{25}{9}\right),\ (2,1),\left(\frac{1}{3},\ \frac{29}{9}\right),(-1,5)\right\}$。2．12人。3.（1）$A\cup B=\{2,3,4,5,6,7,8\}$；(2)$B=\{2,4,6,8\}$；(3)$A=\{2,\ 3,\ 5,\ 7\}$。4．$\bar{A}\cap B=\{x\,|\,-6\leqslant x\leqslant-\frac{5\pi}{3}$或$-\frac{\pi}{3}\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{3}$或$\frac{5\pi}{3}\leqslant x\leqslant 6,\ x\in R\}$。5.共有2人。6.$A=\{6,8,10,12,14\}$，$B=\{2,4,6,8,10,16,18\}$；7.（1）$2^m$个；（2）共有$2^m-2^{m-n}$个；8.总和为240；9.（1）$a$与$b$的关系$a^2+b^2=a^2b^2$，（2）$ab$的最小值为2。(当$a=b$时取得最小值)；10.$a=2$或$a=\pm1$，当$a=2$时，$B=\{-4,5,2,25\}$，$A\cup B=\{2,4,-4,5,25\}$，当$a=1$时，$B=\{-4,4,1,12\}$，不合题意，当$a=-1$时，$B=\{-4,\ 2,\ 5,\ 4\}$；$A\cup B=\{-4,2,4,5\}$；11.$n(A)=22$，$n(B)=33$，$A\cap B=\{$一切既能被9整除，又被6整除的整数$\}=\{$一切18的倍数$\}$，$n(A\cap B)=11$，$n(A\cup B)=44$；12.$A\cap B=\{1+\sqrt{3}\,i,\ 1-\sqrt{3}\,i\}$。

精析：

1．（2）$(A\cup B)\cap C=(A\cap C)\cup(B\cap C)$这种关系可利

用图进行验证。

2. 设$A=\{$参加数学小组的同学$\}$，$B=\{$参加物理小组的同学$\}$，则$A\cap B=\{$既参加数学小组又参加物理小组的同学$\}$，$A\cup B=\{$参加数学小组或参加物理小组的同学$\}$，由韦恩图可知$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$ 即 $48=32+28-n(A\cap B)$，$\therefore n(A\cap B)=12$。

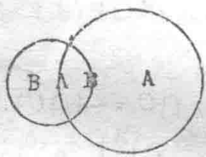

图 3

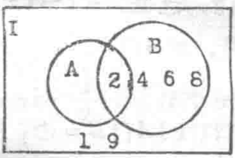

图 4

3. (1) $\because \overline{A}\cap\overline{B}=\{1,9\}$，$\therefore$由文氏图中容易看出$A\cup B=\{2,3,4,5,6,7,8\}$；(2) $\because \overline{A}\cap\overline{B}=\{4,6,8\}$，$A\cap B=\{2\}$，$\therefore$由文氏图容易得出$B=\{2,4,6,8\}$；(3) $\because \overline{A}\cap B=\{4,6,8\}$，$A\cup B=\{2,3,4,5,6,7,8\}$，$\therefore$由文氏图容易得出$A=\{2,3,5,7\}$。

5. 设$A=\{$读过a的人$\}$，$B=\{$读过b的人$\}$，$C=\{$读过c的人$\}$，则$A\cap B=\{$同时读过a、b的人$\}$，$A\cap C=\{$同时读过a、c的人$\}$，$B\cap C=\{$同时读过b、c的人$\}$，$A\cap B\cap C=\{$同时读过a、b、c的人$\}$，$A\cup B\cup C=\{a$、b、c中至少读过一本的人$\}$，由韦恩图可知：$n(A\cup B\cup C)=n(A)+n(B)+n(C)-\cap(A\cap B)-n(A\cap C)-n(B\cap C)+n(A\cap B\cap C)$代入数值后可求得$n(A\cap B\cap C)=2$。(图5)

6. 由$\cap\overline{B}=\Phi$可知$\overline{A}\subseteq B$，$\overline{B}\subseteq A$，利用韦恩图可得：$A=\{6,8,10,14\}$，$B=\{2,4,6,8,10,16\}$。(图6)

7. (1)含A中的r个元素的子集个数为C_n^r，故A的子

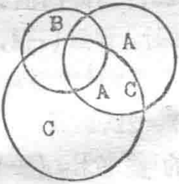

图 5

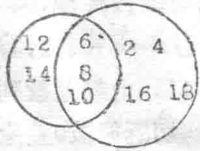

图 6

集的个数是$C_m^0+C_m^1+\cdots+C_m^m=2^m$。

（2）当$m\leqslant n$时，对于A的非空子集C，都有$B\cap C\neq\Phi$，故所求的子集C的个数是2^m-1；当$m>n$时，只仅由$n+1$，$n+2$，$\cdots m$中的自然数组成的A的子集C才满足$B\cap C=\Phi$，因这种子集的个数是2^{m-n}，故所求的子集C的个数是2^m-2^{m-n}。

8．一元子集的元素和为$1+2+3+4+5=15$；二元子集中含有1的子集有C_4^1个，含有数2，3，4，5的子集也各有C_4^1个，因而求和时，数1，2，3，4，5都被计算了C_4^1次，故二元子集的元素之和为$15C_4^1$；同理三元素子集之和为$15C_4^2$，四元素子集之和为$15C_4^3$，五元素子集之和为$15C_4^4$，故所有子集之和的总和为$15+15C_4^1+15C_4^2+15C_4^3+15C_4^4=240$。

9．$\because A\cap B$是单元素集合，即$x^2+y^2=1$与$\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$有唯一的一组解，利用判别式等于零可求出$a$与$b$的关系，（1）$a^2+b^2=a^2b^2$，（2）$\because a^2+b^2\geqslant 2ab$，而$a^2+b^2=a^2b^2$，$\therefore a^2b^2\geqslant 2ab$，又$\because a>0$，$b>0$，$\therefore ab\geqslant 2$，即$ab$的最小值是2。（当$a=b$时取得最小值）。

10．$\because A\cap B=\{2,5\}$，$A=\{2,4,a^3-2a^2-a+7\}$，$\therefore a^3-2a^2-a+7=5$解出$a=2$或$a=\pm1$，当$a=2$时，$B=\{-$