

“天骄之路”中学系列

2000 最新

高考命题趋向考点

精要及解题技巧

(数学)

陈俊鸣(特级教师) 主编
高考命题研究组 审定

北京理工大学出版社



2000 最新高考命题趋向 考点精要及解题技巧

(数 学)

陈俊鸣 主编

北京理工大学出版社

内 容 提 要

为正确引导广大师生进行 2000 年全国普通高考和四省“3+X”高考总复习,我们组织了北京市及广东省部分知名重点中学的一批特高级教师编写了本丛书,作者是长期从事命题、阅卷工作,并多年工作在高考指导第一线,具有丰富教学及应试经验的特级和高级教师,不少是北京市、海淀区学科带头人。该书严格按照国家教育部考试中心最新颁布的各科《考试说明》编写,不脱离教材,又高于教材,并融合了 2000 年高考最新动态,内容丰富,覆盖面广,对学生备考有很大帮助。

本丛书封面均贴有“天骄之路系列用书”激光防伪标志,凡无此标志者为非法出版物。盗版书刊因错漏百出、印制粗糙,对读者会造成身心侵害和知识上的误解,希望广大读者不要购买。盗版举报电话:(010)62755320,68412850。

版权所有 翻印必究

图书在版编目(CIP)数据

2000 最新高考命题趋向考点精要及解题技巧:数学/陈俊鸣主编. —北京:北京理工大学出版社,1999.10
ISBN 7-81045-592-3

I. 20… II. 陈… III. 数学课—高中—升学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 34393 号

北京理工大学出版社出版发行
(北京市海淀区白石桥路 7 号)
(邮政编码 100081)
各地新华书店经售
北京地质印刷厂印刷

850 毫米×1168 毫米 32 开本 13.25 印张 467 千字
1999 年 10 月第 1 版 1999 年 10 月第 1 次印刷
全套定价:133.20 元 本册定价:14.80 元

※ 图书印装有误,可随时与我社退换 ※

编写说明

本丛书是 2000 届考生所用新教材、新大纲的配套复习用书。

长期以来,我们感到:在总复习阶段,考生迫切需要有一套既能夯实基础、以不变应万变;又能在基础上有所拔高,掌握解题技巧及提高应试能力;同时还能与高考新形势、新变化、新理论保持同步的参考书籍。为此,我们特组织了北京市及广东省部分知名重点中学著名特级教师、大学教授共同编写了《2000 最新高考命题趋向、考点精要及解题技巧》丛书。该丛书具有以下特点:

1. 该书立足于 1999 年秋季最新使用的《全日制普通高级中学教学大纲》和《考试说明》的新精神,遵照 1999 年 6 月中央关于深化教育改革全面推进素质教育的有关规定,融合 2000 年全国高考及四省“3+X”高考命题的新特点,在总结和吸收众多成功指导高考复习的经验基础上编写而成;

2. 该书紧紧抓住高考各科能力要点和知识点,做到突出重点、解决难点,帮助考生了解、掌握一个科学合理的知识网络,既便于贮存,又便于提取应用。同时还提出了科学的、有效的目标复习建议,很具参考价值;

3. 该书在深刻分析近年来(1990—1999)高考命题特征的基础上,总结出命题的趋势和规律,并能结合大量的、典型的、新颖的例析,拓宽解题思路,总结解题技巧和方法,使考生真正做到融会贯通、举一反三;

4. 该书针对考生在高考中经常出现的典型错误给予具体指导,帮助考生在查缺补漏的同时,巩固已有的知识,避免许多考生在总复习时经常走的弯路和回头路;

5. 该书不搞“题海战术”,不以繁杂的习题充斥内容,而全部是编者群体智慧、心得体会的汇总,这些智慧来源有四:一是编者长期的教学实践;二是全国各大名报名刊的优秀作品;三是各地教研会、经验交流会的一流成果;四是专家对高考命题不断深入研究的结晶。

本书博采众长,匠心独运,有的放矢,注重实效,各科单元结构设计成“命题趋向阐释”、“应试能力培养”、“考点精要扫描”、“重点难点突破”、“解题技巧导引”、“目标复习建议”、“能力强化训练”、“参考答案提示”、“综合模拟题库”等板块:

命题趋向阐释详细分析近年来(包括 1999 年)高考命题的热点,总结常考内容,搜索命题奥秘,探求命题规律,预测命题趋向;

应试能力培养使考生建立起各科知识的框架和体系,把许多知识点、考点组合成一个个有机整体进行剖析,以培养考生的应试能力;

考点精要扫描与知识点一致,主要是抓住历年来高考经常涉及的知识要点、

考点,概括和阐述力求精练、解释清晰、视角广阔;

重点难点突破对部分内容繁杂的“重点”、“难点”、“热点”、“误点”进行整理和提炼,做到举一反三,触类旁通;

目标复习建议通过对命题趋向、考点精要、重点难点的探寻,为考生提供合理的复习备考方法,以致事半功倍,胸有成竹;

解题技巧导引注重启发性和培育兴趣原则,讲究“题眼”布局,有助于形成正确的解题思路,把握解题技巧;

能力强化训练精心设计题型,不搞题海战术,务求实效性、典型性和启发性,意在培养学生的学科思想与悟性;

参考答案提示对难度较大、较为新颖的选择题、解答题,其答案中均附有解题提示或分析,大大提高了资料的利用率及效果;

综合模拟题库模拟高考“实战”演练,提高对学科知识点、知识体系、规律性的整体掌握水平,以及灵活运用知识的学科能力;

总之,该书既注重基础知识的强化、把关,又重视应试能力的培养、提高;既注意到知识的系统性、条理性,又有重点、难点的把握和突破;既有基本方法的总结强化,又有综合解题技巧的训练提高。因而它含金量高,考生在总复习时采用必定在有限时间内获得最佳的复习效果。

国家教育部考试中心主任杨学为指出:高考注重能力,必须有考生的复习以及中学的教学相配合。希望该书有助于改进考生的复习和中学的教学,有助于克服在高考复习中长期存在的死记硬背与题海战术,使考生切实体味到怎样从“知识型”向“能力型”转变,从“苦读型”到“巧读型”转变。

需要说明的是,为照顾广大考生的实际购买能力,使他们能在相同价位、相同篇幅内能汲取到比其它书籍更多的营养,本书采用了小五号字和紧缩式排版,如有阅读上的不便,请谅解。

虽然我们在编写过程中,本着对考生认真负责的态度,章章推敲、节节细审、点点把关,力求能够帮助考生提高应试能力及解题技巧、方法,但书中也难免有疏忽和纰漏之处,恳请广大读者和有关专家不吝指正,读者对本书如有意见、建议和要求,请来信寄至:(100080)北京大学燕园教育培训中心 1502 室 天骄之路丛书编委会收。电话:(010)62750868。相信您一定会得到满意的答复。

本丛书在编写过程中,得到了各参编学校及北京理工大学出版社有关领导的大力支持,丛书的统稿及审校工作得到了北京大学有关专家教授的协助和热情支持,在此一并谨致谢忱。

编 者

1999 年 9 月于北京大学燕园

目 录

第一部分 高考命题趋向及复习对策	(1)
命题趋向阐释	(1)
目标复习建议	(4)
应试能力培养	(14)
第二部分 数学常考知识点精要解析	(43)
第一节 函数	(43)
命题趋向阐释	(43)
目标复习建议	(45)
解题技巧导引	(55)
能力强化训练	(64)
参考答案提示	(72)
第二节 三角函数	(76)
命题趋向阐释	(76)
目标复习建议	(81)
解题技巧导引	(92)
能力强化训练	(104)
参考答案提示	(111)
第三节 不等式	(116)
命题趋向阐释	(116)
目标复习建议	(122)
解题技巧导引	(128)
能力强化训练	(140)
参考答案提示	(147)
第四节 数列、极限、数学归纳法	(151)
命题趋向阐释	(151)
目标复习建议	(155)
解题技巧导引	(163)
能力强化训练	(171)
参考答案提示	(177)
第五节 复数	(180)
命题趋向阐释	(180)
目标复习建议	(188)
解题技巧导引	(195)

能力强化训练	(203)
参考答案提示	(208)
第六节 排列、组合、二项式定理	(212)
命题趋向阐释	(212)
目标复习建议	(214)
解题技巧导引	(219)
能力强化训练	(223)
参考答案提示	(227)
第七节 立体几何	(228)
考点精要扫描	(228)
命题趋向阐释	(235)
目标复习建议	(239)
解题技巧导引	(246)
能力强化训练	(263)
参考答案提示	(281)
第八节 解析几何	(284)
考点精要扫描	(284)
命题趋向阐释	(286)
目标复习建议	(289)
解题技巧导引	(308)
能力强化训练	(319)
参考答案提示	(335)
第九节 应用问题	(342)
命题趋向阐释	(342)
解题技巧导引	(344)
目标复习建议	(353)
第三部分 高考数学常用思想方法	(361)
第一节 函数与方程的思想方法	(361)
第二节 数形结合的思想方法	(366)
第三节 化归思想方法	(384)
第四节 分类讨论的思想方法	(394)
第五节 构造思想方法	(410)

第一部分 高考命题趋向及复习对策

〔命题趋向阐释〕

纵观 1993—1999 七年的高考数学试题,始终坚持“考查基础、注重思想方法、培养实际能力”的命题原则,形成了稳定的风格,同时在保持稳定的基础上,不断进行调整,使试卷更加规范、合理,起到了“两个有利”的作用,综合起来主要有以下几个显著特点:

1. 结构保持相对稳定,稳中微调,不断创新,七年间的试题均分为第Ⅰ卷和第Ⅱ卷,考试时间,全卷满分值七年相同,三种题型(选择、填空、解答)结构保持不变,但个数与分值比例逐年做调整,具体情况见表 1,在考查内容和形式上不断创新,例如从 1993 年开始,《试题》对实际应用问题和探索性问题进行考查,对应用问题,1993、1994 两年以填空题考查,1995、1996、1997、1998、1999 五年均以解答题考查,考查力度不断加大,根据 1995、1996 两年的实践,1997 年、1998 年、1999 年使应用问题的难度得到了控制,使其更贴近教材内容和学生实际,特别是 1996、1997 年、1998 年、1999 年的试题,调整了三大题型的分值,加强了对能力的考查,淡化了压轴题,变已往的一题把关为多题把关,区分选拔力度加大。

表 1 1993—1999 年试题结构分析表

年份	选择题				填空题				解答题			
	个数	分数	占满分比例	《说明》规定	个数	分数	占满分比例	《说明》规定	个数	分数	占满分比例	《说明》规定
1993	17	68	45.3%	45%	6	24	16%	15%	5	58	38.7%	40%
1994	15	65	43.3%	45%	5	24	16%	15%	5	61	40.7%	40%
1995	15	65	43.3%	45%	5	20	13.3%	15%	6	65	43.4%	40%
1996	15	65	43.3%	45%	4	16	10.7%	10%	6	69	46%	45%
1997	15	65	43.3%	45%	4	16	10.7%	10%	6	69	46%	45%
1998	15	65	43.3%	45%	4	16	10.7%	10%	6	69	46%	45%
1999	14	60	40%	40%	4	16	10.7%	10%	6	74	49.3%	50%

2. 考查全面、覆盖面广,对《数学教学大纲》和《数学科说明》(下文简称

《说明》规定的教材考试内容章节的覆盖率均为 100%，对 130 个知识点的考查每年都保持在 70% 左右，表 2 是七年间的试题对“大纲”规定教材各章内容的考查情况分析(表中章序一至六章与现行教材相同，后七章分别是：七 复数、八 排列、组合、二项式定理、九 直线和平面、十 多面体和旋转体、十一 直线、十二 圆锥曲线、十三 参数方程、极坐标。)从表 2 可以看到，持续七年的理科试题对《说明》规定的十三章内容考查没有遗漏，且对各章考查的分值也基本稳定。

表 2 1993—1999 年试题对各章考查情况

年份	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	十二	十三	对各章覆盖率
1993	23	7	7	4	9	18	6	12	16	8	4	28	8	100%
1994	22	8	12	5	4	14	15	8	12	13	6	27	4	100%
1995	19	4	18	4	13	14	7	13	21	8	4	20	5	100%
1996	13	8	16	4	33	9	4	4	20	9	6	15	9	100%
1997	19	8	8	4	23	11	10	9	15	14	4	17	8	100%
1998	14	12	10	3	23	11	10	9	15	14	4	17	8	100%
1999	21	8	5	0	12	21	12	13	10	18	4	23	4	100%

3. 突出了教学的重点内容，函数、三角变换、不等式、数列、直线和平面、圆锥曲线等是中学数学的重点内容，也是教学的重点，在教学中所占的课时比例较大，而且这些内容与大学教材接轨，是学生升入大学继续学习数学的基础。表 3 是近六年《试题》对各章考查的分数总计排位表。从表 3 可以看到，排到前六位的章依次是十二(圆锥曲线)、一(函数)、六(数列)、十(多面体和旋转体)、八(排列、组合和二项式定理)、五(不等式)等六章，正是教学的重点。试题对圆锥曲线、函数、数列这三部分内容考查中略有延伸，1995、1996、1997、1998、1999 年的压轴题或把关题均以这三部分内容设计；对不等式、复数等内容的考查稳中有降。

表 3 1993—1999 年试题对各章考分排位表

章序	十二	一	五	九	六	十	三	八	七	二	十三	十一	四
七年考分总计	147	131	117	109	98	84	76	68	64	55	46	32	24
排位名次	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13

4. 严格执行了《说明》的规定和要求。国家教委考试中心颁布的《说明》，规定了高考的范围、要求以及试题难易比例及各部分内容所占的比例。《说明》中共提出了 41 条 79 点要求，规定了理科考点 130 个，文科考点 117 个，并对这些考点提出了不同层次的要求。其中了解(A 级)10 点，理解和掌握(B

级)52点,灵活和综合运用(C级)17点,同时规定了容易题、中等题、难题三者的比例为3:5:2。明确规定了代数(含三角)、立体几何、解析几何三大板块所占比例分别为60%、20%、20%(以上数据均以1999年《说明》为依据)。表4、表5表明,七年来的试题严格执行了《说明》的规定,准确地把握了《说明》的要求层次。试题的难易比例(以《说明》中“题型示例”的难、中、易标准对照统计)、各部分内容所占比例逐年向《说明》规定指数靠近。特别是1996、1997、1998、1999年《试题》调整得基本与《说明》规定一致。

表4 1993—1999年试题易、中、难比例对照

年份	容易题			中等题			难题		
	考分	占满分比例	《说明》规定比例	考分	占满分比例	《说明》规定比例	考分	占满分比例	《说明》规定比例
1993	54	36%	30%	72	48%	50%	24	16%	20%
1994	52	34.7%	30%	72	48%	50%	26	17.3%	20%
1995	44	29.3%	30%	82	54.7%	50%	24	16%	20%
1996	44	29.3%	30%	72	48%	50%	34	22.7%	20%
1997	44	29.3%	30%	77	51.4%	50%	29	19.3%	20%
1998	44	29.3%	30%	77	51.4%	50%	29	19.3%	20%
1999	44	29.3%	30%	77	51.4%	50%	29	19.3%	20%

(此表根据北京市高考阅卷抽样分析统计制作)

表5 1993—1999年试题三大板块比例对照

年份	代数(含三角)			立体几何			解析几何		
	考分	占满分比例	《说明》规定比例	考分	占满分比例	《说明》规定比例	考分	占满分比例	《说明》规定比例
1993	86	47.3%	60%	24	16%	20%	40	36.7%	20%
1994	88	52%	60%	25	16.7%	20%	37	31.3%	20%
1995	92	60.2%	60%	29	19.9%	20%	29	19.9%	20%
1996	91	60.1%	60%	29	19.9%	20%	30	20%	20%
1997	92	60.2%	60%	29	19.9%	20%	29	19.9%	20%
1998	92	60.2%	60%	29	19.9%	20%	29	19.9%	20%
1999	92	60.2%	60%	29	19.9%	20%	29	19.9%	20%

5. 根植于课本,综观七年的试题,绝大多数是在挖掘教材的基础上,通过变形、改造、引深、综合提高编拟而成。表6是1995年~1997年客观试题与课本例、习题的对照,从表6可以看到,1995年~1997年的客观试题几乎都能在课本中找到其原型或影子(表中Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ、Ⅳ分别表示现行课本代数上、下册,立几,解几。“文”)表示文科试题,未标明者均是理科试题,“习”表示习题)。

解答题更是取材于课本而高于课本。

表 6 1995—1997 年试题中客观试题与课本题对照

	1995	1996	1997
(1)	I P14 习题 1	(文) I P14 例 5	I P18 习题 13
(2)	I P33 例 1 IV P101 公式	I P52P56 图象	IV P47 习 9(1)
(3)	I P194 例 7	I P134 习 2(4)	I P194 习 18
(4)	IV P116 习 14	II P217 习 12(2)	III P62 习 3
(5)	IV P15 内容	(文) II P237 习 6	I P234 例 12
(8)	IV P89 习 3	I P220 例 2	III P116 习 14
(9)	I P203 习 14	(文) IV P77 习 3	IV P140 习 2(1)
(11)	(文) I P110 习 22(3)	(文) III P106 习 4	IV P101 例 2(3)
(16)	III P168 习 6	(文) IV P99 习 4	II P254 例 3
(17)	II P23 例 6	II P245 例 2	IV P137 习 3(4)
(18)	I P205 习 21(2)	I P204 习 24(1)	I P238 习 5(2)

6. 加强了对能力和数学思想方法的考查。综观七年的试题,在继续加强对考生的“四种能力”考查的同时,更加重视了对数学思想方法的考查。如这七年都考了实际应用问题,1993—1995 年都考了探索性问题,对能力考查的内容增加了,力度加大了。同时,试题将中学数学中的重要思想方法融合在“三基”的检测与能力的考核之中,进行了全面考查。如对函数与方程的思想、数形结合的思想、分类讨论的思想、等价转化的思想以及配方法、换元法、待定系数、消元法、参数法、反证法等重要的数学思想和通法的考查逐年加强。关于这些思想方法,本书将独辟章节进行讲解。

〔目标复习建议〕

(一)认真研究《高考数学科考试说明》(以下简称《说明》)

开始进入总复习时,要认真学习一遍《说明》,从宏观上准确掌握《说明》序言中的精神和考试性质,准确掌握考试的内容,做到复习不超纲,不作无用之功,从微观上细心推敲以下几个内容:

1. 细心推敲对高考内容四个不同层次的要求,要准确掌握哪些内容是要求了解的,哪些内容是要求理解的,哪些内容是要求掌握的,哪些内容是要求灵活运用和综合运用的;

2. 细心推敲要考查的数学思想和数学方法各有哪些;

3. 细心推敲要考查的四种能力,为什么说运算能力、逻辑思维能力与空间

想象能力称为数学能力,而把分析问题和解决问题的能力称为较高层次的能力;

4. 细心推敲文史类数学与理工农医类数学不同的复习要求;

5. 掌握选择题、填空题、解答题这三种题型各占分数的比例,代数、立体几何、解析几何这三个数学分支所占分数的比例;

6. 近年来对某些知识点的要求有所降低,对某些知识点的要求更加具体,比如代数中有关数列递推公式与数列通项公式的互化要求、立体几何中有关异面直线的距离以及求截面的要求、解析几何中有关极坐标方程与直角坐标方程的互化要求等等,对于这些降低要求的内容,教师不应该从个人兴趣出发给予“升温”,对超纲内容要“忍痛割爱”。等到高考前一个月左右,再学习一遍《说明》,看看哪些方面的复习与《说明》的要求还有距离,以便及时查漏补缺、突出重点。总之,在整个过程中,始终以《说明》为准绳和规范。

(二)全面复习,重在联系,突出重点

数学高考中,对数学知识的考查,特别注意“点”和“面”的结合。考查的面要宽,13章考试内容必须全部包括,130个知识点的覆盖率要达到70%,即每份试卷要考查约90个知识;其中代数约占60%,立体几何约占20%,平面解析几何约占20%;与此同时,从数学知识的内在联系,结构特征出发,要对重点内容做重点考查。函数是高中数学的主干,函数的知识和方法,与不等式、方程、数列、平面三角、解析几何的联系十分密切,相互渗透,相互为用,自然成为高考中的重点考查内容,近几年来约占总分的 $\frac{1}{5}$ 至 $\frac{1}{4}$;不等式,数列和极限等知识在由初等数学的学习过渡到高等数学的学习中是不可缺少的,发挥着重要的作用,也是高考的考查重点;立体几何对于认识空间图形,建立空间观念,培养逻辑推理能力和空间想象能力有着重要的作用,特别是空间的直线与直线、直线与平面、平面与平面的各种位置关系是建立空间观念的基础,也成为高考的一个考查重点;平面解析几何主要内容是通过建立坐标系及直线、圆锥曲线的方程,用代数的方法研究几何问题,具有近代数学的特征,是进一步学习空间解析几何的基础,在历年的高考中都有全方位、多层次的考查。

针对数学高考强调对基础知识与基本技能的考查,我们在总复习的第一阶段就要全面、系统地复习高中数学的基础知识,正确理解基本概念,正确掌握定理、原理、法则、公式,并形成记忆,形成技能;特别要注意把系统掌握课程内容的内在联系做为重点要求,应当指出,一份高考数学试卷,在总量为25个的试题中要覆盖约90个知识点,平均每道题目要考查3—4个知识点,综合性与灵活性就成为高考试题的基本特征,而试题综合化的基础就是知识之间的

内在联系。例如近几年的高考数学试题中都有一道选择题或填空题。要判断有关空间的线线、线面、面面的平行与垂直的位置关系的若干个命题的真假,内容涉及的定理多达10个左右。事实上,这些定理都具有性质定理和判定定理的双重特征,如“垂直于平面的直线必垂直于此平面内的任一直线”,既是线面垂直的性质定理,又是线线垂直的判定定理,这样的试题要求我们能把相关的知识相互连结,融会贯通,着眼联系,灵活应用。由此可见,系统复习不是简单的重复和机械的记忆,而是要把所学的知识形成网络,形成体系,达到综合、灵活应用的水平。

对于重点内容,更要在注重与别的数学知识的联系的同时,有意识地在应用这些重点知识解决其它内容的数学问题的过程中,深化认识,提高解题的水平。

(三)深刻领会数学思想方法,把握数学的学科特点,把立足点放在提高数学素质上

自1997年开始,《说明》将基本的数学思想方法正式列入考查的内容,这是近几年的高考突出数学学科的特点,重视对考生的数学素质的考核的重要体现。

数学的思想方法,内容很多,除一般的数学方法,如配方法、换元法、反证法、待定系数法、数学归纳法外,中学数学中应用比较广泛的数学思想方法是函数与方程的思想,数形综合的思想,分类讨论的思想,转化的思想。近几年的高考试题中,这些思想方法综合具体的知识做了全面的、多层次的考查,无论是基础题,还是综合题都体现了这一特点。例如近几年的高考试题中,都有一道考查函数的解析式的变换与函数图象变换的相互联系题目:1994年是判定函数 $f(x) = 1 - \sqrt{1 - x^2} (-1 \leq x \leq 0)$ 的反函数的图象;1995年是判定

$y = -\frac{1}{x+1}$ 的图象;96年是判定 $a > 1$ 时,函数 $y = a^{-x}$ 与 $y = \log a^x$ 的图象;97

年是判定 $y = \lg(\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}\pi)$ 的图象;1998年是判定 $y = a^x (a > 1)$ 的图象。这些试题的难度都不大,但是对函数与图象的基础知识及数形综合的思想方法的考查都有一定的深度。又如1999年的6道解答题中,每道题都涉及到字母系数,解题过程都要用到分类讨论的思想方法,而且体现出不同层次,不同水平的要求。对函数与方程的思想方法的考查更为突出,除了在解决不等式、数列、平面三角、解析几何等数学问题中有所体现外,自1993年以来逐渐加大考查力度的应用问题的求解过程中,函数与方程的思想方法的应用十分明显,这些问题的内容、情景、设问方式各不相同,但是应用函数的思想方法,抽象出具

体的实际问题中的数量关系,建立函数关系,并利用函数的知识和方法,求得问题的解决是所有这些题目的共同特征,反映出高考题对函数的思想方法的考查达到较高的层次。

数学的思想方法是数学的精髓,只有运用数学思想方法,才能把数学的知识与技能转化为分析问题和解决问题的能力,才能体现数学的学科特点,才能形成数学的素质。因此,在系统复习的阶段,一定要在复习巩固数学知识的同时,深刻领会数学思想方法,把握数学学科的特点,以适应高考的要求。例如,解析几何的学科特点是用代数的方法研究、解决几何的问题,坐标系是建立代数与几何联系的桥梁、解题中,既要善于把从几何图形(直线与圆锥曲线)的形状、大小、相互位置关系等方面提出的问题,通过坐标系转化为曲线方程,又要善于运用代数的方法解决几何的问题;或是用待定系数法,通过解方程(组)确定各几何量的数值,或是通过解不等式(组)确定各几何量的取值范围,只有这样,才能从根本上把握解析几何的特点,摸索出解题的规律。

近几年的高考数学试题的另一特点是强化对通性通法的考查,淡化特殊的解题技巧。通性通法就是基础知识、基本技能、基本思想和方法中,应用面广,带有全局性、规律性、一般性的内容,而特殊的解题技巧就是应用面窄,局限性、特殊性大的某些解题的“绝招”。为此,《说明》中,对某些考试内容的要求做了必要的、明确的界定,例如数列的递推公式,《说明》规定:了解递推公式是给出数列的一种方法,并能根据递推公式写出数列的前几项,这就是说,不要求掌握由递推公式推求通项公式的一些带有明显的技巧性的方法(如差分法,特征根法等);但是根据递推公式写出数列的前几项后,做为思维过程的自然延续,运用“观察——归纳——猜想——证明”的方法推求通项公式是一种具有普遍意义的通法,应当掌握,又如异面直线间的距离,《说明》规定:对于异面直线距离,只要求会计算已给出公垂线时的距离。这就是说,不要求掌握作两异面直线的公垂线的一些特殊技巧。再如,运用截面是解决立体几何中线面关系的论证及距离与角度计算的基本方法,其中不乏选取截面的一些特殊技巧,对此,《说明》规定,对于截面问题,只要求会解决与几种特殊的截面(棱柱、棱锥、棱台的对角面,棱柱的直截面,圆柱、圆锥、圆台的轴截面和平行于底面的截面,球的截面)以及已给出图形或它的全部顶点的其它截面的有关问题。

尽管多数学校安排将近一学年的时间进行总复习,但总复习需完成的任务是十分繁重的,把有限的时间和精力投向“三基”,投向通性通法,是一项十分重要的策略。

(四)重在提高能力

近几年来,高考都是在会考的基础上进行的,注重考查能力,以达到选拔有学习潜能的新生进入高等学校,已成为高考的显著特点。1998年、1999年的《考试说明》都对数学学科的四大能力——逻辑思维能力、运算能力、空间想象能力,以及运用数学知识和方法分析问题和解决问题的能力的内容和要求做出了具体的规定,需要每一个参加高考的考生认真学习、深刻领会,以明确总复习的方向和要求。

当然,能力是要经过长时间的反复训练,才能逐步提高的,第一阶段的系统复习中,能力训练的内容主要是正确理解概念、正确掌握定理、原理、公式、法则,查缺补漏,纠正错误,以求达到四大能力的基本要求。第二阶段的综合训练和模拟考试,则要在综合应用数学知识和方法分析问题和解决问题的过程中,将能力提高到综合与灵活的水平,以适应应试的要求。

应当指出,逻辑思维能力是数学能力的核心,这是由数学的学科特点所决定的,数学是一个各部分紧密联系的逻辑系统,逻辑推理是数学思维的基本方法,由概念组成命题,由命题组成判断,由判断组成证明,因此数学是体现逻辑最为彻底的学科,自然要在考试中着重考查逻辑推理的能力。值得注意的是:体现对逻辑思维能力的考查要求的试题,其重点已由几何转向代数。近几年的高考试题中,基本上有一道代数的证明题:1994年是已知函数 $f(x) = \lg x$ ($0 < x < \frac{\pi}{2}$, $x_1, x_2 \in (0, \frac{\pi}{2})$, 且 $x_1 \neq x_2$), 证明 $\frac{1}{2} [f(x_1) + f(x_2)] > f(\frac{x_1 + x_2}{2})$ 。

1995年是已知 $\{a_n\}$ 为正数等比数列, 证明 $\frac{\log_{0.5} S_n + \log_{0.5} S_{n+2}}{2} > \log_{0.5} S_{n+1}$ 。

1996年是已知数 $f(x) = ax^2 + bx + c$, $g(x) = ax + b$, 当 $-1 \leq x \leq 1$ 时, $|f(x)| \leq 1$, 证明 $|c| \leq 1$, $|g(x)| \leq 2$ 。

1997年是已知函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a > 0$), 方程 $f(x) - x = 0$ 的两根 x_1, x_2 满足 $0 < x_1 < x_2 < \frac{1}{a}$, 证明: 当 $x \in (0, x_1)$ 时,

$x < f(x) < x_1$; 当 $f(x)$ 图象关于直线 $x = x_0$ 对称时, 证明 $x_0 < \frac{x_1}{2}$ 。

1998年是已知数列 $\{a_n\}$ 的通项 $a_n = \log_a(1 + \frac{1}{b_n})$ (其中 $a > 0$, 且 $a \neq 1$), 试比较 S_n 与 $\frac{1}{3}$

$\log_a b_{n+1}$ 的大小, 并证明结论。这些试题的得分率都很低, 反映出考生在代数证明题中对逻辑思维能力提出的要求面前, 显得很不适应, 应引起今后考生们的关注。

近几年的数学高考, 尤其是1999年高考第22题、第24题, 还特别注重对数学语言的考查, 数学语言包括文字语言, 符号语言, 图形语言。要求考生从

阅读数学语言中获取信息,并运用数学语言表述解题的思维过程。这也是数学的学科特点,但是大多数考生在答题中都暴露出这一能力的水平不高的问题。应当充分地意识到数学的交流能力是数学素质的重要内容之一,而数学语言是提高交流能力的基础。阅读和使用数学语言的能力薄弱,造成很多考生读不懂题目,不能正确地理解题意,或是不能正确地表述解题的过程与结论,这些都是引起考试失分的重要原因。历届考生在这方面的教训是极其深刻的,希望新一届的高中毕业生能从中汲取有益的启示。

计算不准,也是普遍存在的问题,不少同学及家长为此而造成困惑,事实上,造成计算出错的原因,首先是在思想意识上,很多的中学生都错误地认为计算出错是粗心大意所致,有的同学认为只需细心,就能解决问题,但常常是事与愿违。有的同学认为粗心是先天的,无法克服。这些错误认识,成为加强训练、提高运算能力的思想障碍。因此,首先要从思想上提高认识,运算的准确是数学能力高低的重要标志,要下功夫,经过反复训练才能提高水平;运算的准确要依靠运算方法的合理与简捷,需要有效的检验手段(如数形结合,合理估值等),要养成思维严谨,步骤完整的解题习惯,要形成不只求会,而且求对、求好的解题标准,只有全方位的“综合治理”,才能在坚实的基础上形成运算能力,解决计算不准的弊病。

(五)要细心研究和正确处理教科书与复习资料的关系

课本的内容是依据《教学大纲》编写的,在课本中必学内容与选学内容都有明确的标记。近年来的高考试题有时是课本上的原题,这是引导教师平日的教学与学生的复习不要脱离课本。其余绝大部分的高考试题都不是课本上的原题,但这些题目也决不是与《教学大纲》和课本毫不相干的偏题、怪题、难题,而是把课本上的题目加工改造,或是经过变形、变位,或是变换设问的角度,或是拓宽结论,或是把某些题目经过组合与嫁接而成,这样的试题使参加考试的学生得到公平竞争的机会。例如,95年的高考数学题,文科试卷中有12道题、理科试卷中有10道题,来源于课本。如文科试卷第(21)题、理科试卷第(18)、(22)题直接取材于《代数》上册。因此,我们复习时要以课本为本,《教学大纲》与《说明》为纲。

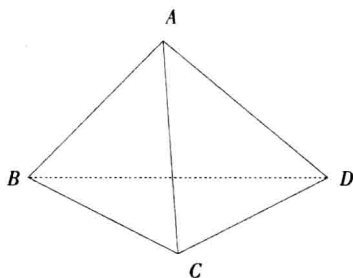
当然,总复习时不能只是简单地重复课本,而应从问题的来龙去脉,从不同性质内容的分门别类,从了解、理解、掌握、灵活运用等不同层次的要求去组织教材、分析教材、消化教材、深化教材,在复习知识的同时提高相应的数学能力。目前各地出售的复习资料很多,这些复习资料应该作为复习过程中的参考与补充,从复习资料中选题不能与《说明》的要求和范围脱节。某些复习资料有课本上的选学内容、这些内容可供数学竞赛选用而不适于高考复习选用。

还有个别复习资料仍是若干年以前旧复习资料的重版,没有把最近几年教材的某些变化引进来,如(函数定义)。这样势必给学生带来混乱,其实在总复习时只要认真选用密切结合《说明》和结合本省(市)的一两种复习资料就够了。教学实践证明,较多地选用各种版本的复习资料,只会使学生无所适从,从而加重作业负担。

(六)关于高考数学总复习的阶段安排,根据教学实践得知还是安排成四个复习阶段较好

第一阶段是把课本上的所有内容(选学内容除外)系统复习一遍,大约占去总复习时间的一半,这一阶段主要追求三个目标,一是把高中数学 130 个知识点都复习到,不能猜题押宝,二是重点内容必须紧紧抓住,三是难点必须突破、疑惑之点必须澄清。因为总复习主要是通过例题进行的,所以例题的选择应有高度的代表性和较大的知识覆盖面。例题的选择可以设成一题多问的形式,以便加大知识的覆盖面;也可以设计一个题组,以便系统地理解和掌握某个专题;也可以有针对性地编选一些澄清概念的题目,起到补缺消疑的作用,仅用以下例题作参考。

【例 1】如图在正四面体 $ABCD$ 中,



(1)求对棱 AB 与 CD 所成的角与它们之间的距离(异面直线所成的角与异面直线间的距离);

(2)求侧棱与底面所成的角(直线与平面所成的角);

(3)求相邻两个面所成的角(平面与平面所成的角);

(4)求正四面体的高与体积;

(5)求与正四面体两个顶点距离相等的点的轨迹;

(6)求与正四面体的两个面距离相等的点的轨迹;

(7)求正四面体内切球的体积;

(8)求正四面体外接球的体积;