普通高等教育“十二五”规划教材

高等数学（上册）

GAODENG SHUXUE

主　编◎苏晓明　霍满臣　刘玉凤
副主编◎郭良栋　张金海　邢　军　宋桂荣
主　审◎何希勤

北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

高等数学

（上　册）

主　编　苏晓明　霍满臣　刘玉凤
副主编　郭良栋　张金海　邢　军　宋桂荣
参　编　张玉杰　原　璐　刘　超
主　审　何希勤

北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

内容简介

本书是辽宁省10所理工科院校工科基础课系列教材之一．全书分上、下两册，内容丰富、思路清晰、结构严谨、体系完整，具有推理严密、概念准确、叙述详略得当的特点，并增加了数学实验内容．书中的例题都是经过精心编选的，每节都配备了基本题和提高题．

上册内容包括函数、极限与连续、导数与微分、微分中值定理与导数的应用、不定积分、定积分及其应用、微分方程等内容．书末还附有MATLAB常用函数表、常用积分公式、习题答案．

本书适于作为高等院校高等数学课程的教材，也可供相关自学者、工程技术人员参考．

图书在版编目（CIP）数据

高等数学．上册/苏晓明，霍满臣，刘玉凤主编．—北京：北京理工大学出版社，2013.9（2014.9重印）

ISBN 978－7－5640－8346－5

Ⅰ.①高…　Ⅱ.①苏…　②霍…　③刘…　Ⅲ.①高等数学－高等学校－教材　Ⅳ.①O13

中国版本图书馆CIP数据核字（2013）第216169号

出版发行 /北京理工大学出版社有限责任公司
社　　址 /北京市海淀区中关村南大街5号
邮　　编 /100081
电　　话 /（010）68914775（总编室）
　　　　　82562903（教材售后服务热线）
　　　　　68948351（其他图书服务热线）
网　　址 /http：//www.bitpress.com.cn
经　　销 /全国各地新华书店
印　　刷 /北京京华虎彩印刷有限公司
开　　本 /787毫米×1092毫米　1/16
印　　张 /20
字　　数 /455千字
版　　次 /2013年9月第1版　2014年9月第3次印刷
定　　价 /65.00元（上下册）

责任编辑 /王俊洁
文案编辑 /侯瑞娜
责任校对 /周瑞红
责任印制 /王美丽

编写说明

根据《教育部关于“十二五”普通高等教育本科教材建设的若干意见》(教高〔2011〕5 号)精神和《辽宁省教育厅办公室关于组织开展“十二五”普通高等学校本科规划教材首批推荐遴选工作的通知》(辽教办发〔2011〕249 号)的要求，沈阳工业大学、辽宁科技大学、辽宁石油化工大学、辽宁工业大学、大连交通大学、大连工业大学、沈阳航空航天大学、沈阳理工大学、沈阳建筑大学和沈阳工程学院等辽宁省内 10 所理工科院校理学院(数理系)发起组织了普通高等教育本科基础课高等数学 1、高等数学 2、线性代数、概率论及数理统计、工程数学、大学物理、大学物理实验、双语高等数学和双语大学物理等九门课程教材的编写工作．

为做好本套教材的编写工作，确保优质教材进课堂，辽宁省 10 所理工科院校的理学院院长(数理系主任)及基础课相关学科负责人组建了学科建设和教材编写专委会和编委会．专委会工作的目标是通过创新、融合，整合各院校优质教学教研资源，广泛吸收 10 所理工科院校在工科基础课课程教学理念、学科建设和体系搭建等方面的教学教研建设成果，按照当今最新的教材理念和立体化教材开发技术，通过不断的教材修订、立体化体系建设打造“工科基础课”教材品牌．

本套书力求结构严谨、逻辑清晰、叙述详细、通俗易懂．全书有较多的例题，便于读者自学，同时注意尽量多给出一些应用实例．

本书可供高等院校理工科类各专业学生使用，也可供广大教师、工程技术人员参考．

辽宁省10所理工科院校理学院(数理系)
基础课学科建设和教材编写专委会和编委会
2013 年 6 月 6 日

前　　言

高等数学是理工科各专业的重要基础课，它内容丰富，理论严谨，应用广泛，影响深远，既为后续课程准备必要的数学知识与方法，又对学生科学思维的训练起着重要的作用．

本书是以国家教育部高等工科数学课程教学指导委员会制定的《高等数学课程教学基本要求》为标准，以培养学生的专业素质为目的，充分吸收多年来教学实践和教学改革成果编写而成的．

结合长期的教学实践经验，我们努力在本书中体现以下特点：

(1) 直观性．对重要概念的引入重视几何与实际背景，遵循从感性到理性的认知规律，基本概念的叙述准确，基本定理的证明简明易懂，基本方法的应用详细易学．

(2) 应用性．注重高等数学的思想和方法在解决实际问题方面的应用，每章增加一节数学实验内容以提高学生学习数学的积极性和对数学的应用意识，培养学生用所学的数学知识和计算机技术解决实际问题的能力．

(3) 通俗性．语言简明通俗，叙述详略得当，例题丰富全面，每节配有练习题，分为A类和B类．A类是基本题，围绕本节知识内容进行学习和训练；B类是提高题，供学有余力的学生进一步提高数学水平选用．

(4) 完整性．注重与中学知识的衔接，增加了基本初等函数性质和图形的介绍，也注重本课程知识间的前后呼应，使结构更严谨．

(5) 方便性．优化了部分章节的知识点顺序，使内容更紧凑，难点分散，也使教与学双方在使用上更方便，从讲述和训练两个层面体现因材施教的原则．

本书是辽宁省10所理工科院校工科基础课系列教材之一，分上、下两册出版．本书的编写由苏晓明(沈阳工业大学)、何希勤(辽宁科技大学)负责全书的提纲设计，组织协调；书稿整理、统稿由宋桂荣(沈阳工业大学)负责．执笔分工如下：第1、2章由沈阳理工大学刘玉凤、原璐编写；第3、9章由大连工业大学张玉杰、刘超编写(其中，刘超编写了第3章6、7、8三节，其余由张玉杰编写)；第4、5、6章由辽宁科技大学张金海、邢军、郭良栋编写；第7、12章由沈阳工程学院霍满臣、王娜编写；第8、10、11章由沈阳工业大学蔡立刚、张洪涛、王博编写；附录部分由宋桂荣编写．

本书上册由辽宁科技大学何希勤教授主审，下册由沈阳工业大学苏晓明教授主审．沈阳工业大学教师石鸿雁、赵莹、丁蕾在此书的出版过程中帮助修改和校稿，在此向他们表示谢意．

本书是在沈阳工业大学、沈阳理工大学、沈阳工程学院、辽宁科技大学与大连工业大学全体数学教师的鼎力支持下才得以编写完成的，同时参考了众多专家学者编著的微积分教材与大学数学教材，在此谨向他们表示衷心的感谢．

本书可作为高等本科院校各专业高等数学课程的通用教材，也可供各专科专业选用．

限于编者水平，教材中不妥与错误之处在所难免，欢迎广大专家、同行及读者批评指正．

目　　录

第 1 章　函数、极限与连续

高等数学课程的主要内容是微积分及其应用．函数是微积分的主要研究对象，极限是学习微积分的理论基础，连续是函数的重要性质之一．本章将在复习和加深函数有关知识的基础上，介绍极限的概念、性质和运算法则，在此基础上建立函数连续的概念，并讨论连续函数的运算与性质．

§1.1　函　　数

1.1.1　区间与邻域

1. 区间

数集是指元素都是数的集合．本书用到的集合主要是数集，且元素都是实数的数集．如自然数的集合记作 **N**，全体整数的集合记作 **Z**，全体有理数的集合记作 **Q**，全体实数的集合记作 **R**，全体正整数的集合记作 $\mathbf{N}^+$ 等，而区间是用得较多的一类数集．

设 a 和 b 都是实数，且 $a<b$，则数集 $\{x \mid a<x<b\}$ 称为开区间，记作 (a, b)，即

$$(a, b)=\{x \mid a<x<b\}.$$

类似地，有

$[a, b]=\{x \mid a\leqslant x\leqslant b\}$ 称为闭区间，

$[a, b)=\{x \mid a\leqslant x<b\}$，$(a, b]=\{x \mid a<x\leqslant b\}$ 称为半开区间．

以上这些区间都称为有限区间，a 和 b 称为区间的端点，$b-a$ 称为区间的长度．在数轴上，这些区间都可以用长度有限的线段表示．

$[a, +\infty)=\{x \mid x\geqslant a\}$，$(-\infty, b]=\{x \mid x\leqslant b\}$，$(a, +\infty)=\{x \mid x>a\}$，$(-\infty, b)=\{x \mid x<b\}$ 都称为无限区间．在数轴上，这些区间对应的部分都是只可向一端无限延伸的半直线．全体实数的集合 **R** 也记作 $(-\infty, +\infty)$，它也是无限区间．

注意：记号 $+\infty$（读作正无穷大）、$-\infty$（读作负无穷大）都只是表示无限性的一种记号，它们都不是某个确定的数，因此不能像数一样地进行运算．

以后在不需要辨明所讨论的区间是否包含端点，以及是有限区间还是无限区间时，我们简单地称它为“区间”，并且用 I 表示．

2. 邻域

设 a 与 δ 是两个实数，且 $\delta>0$，则开区间 $(a-\delta, a+\delta)$ 称为点 a 的 δ 邻域，记作 $U(a, \delta)$，即

$$U(a, \delta)=\{x \mid a-\delta<x<a+\delta\}=\{x \mid |x-a|<\delta\}.$$

点 a 称为邻域的中心，δ 称为邻域的半径．

在数轴上，$|x-a|$ 表示点 x 与点 a 之间的距离，因此 $U(a, \delta)$ 在数轴上表示与点 a 的

距离小于 δ 的一切点 x 的全体.

有时用到的邻域需要把邻域的中心去掉．点 a 的 δ 邻域去掉中心 a 后，称为点 a 的去心 δ 邻域，记作 $\mathring{U}(a, \delta)$，即

$$\mathring{U}(a, \delta)=\{x \mid a-\delta<x<a \text{ 或 } a<x<a+\delta\}=\{x \mid 0<|x-a|<\delta\}.$$

这里 $0<|x-a|$ 就表示 $x \neq a$.

开区间 $(a-\delta, a)$ 称为点 a 的左 δ 邻域，开区间 $(a, a+\delta)$ 称为点 a 的右 δ 邻域.

以后在不需要指明邻域的半径时，用 $U(a)$ 表示点 a 的某邻域，用 $\mathring{U}(a)$ 表示点 a 的某去心邻域.

1.1.2 函数的概念

1. 函数的定义

在很多自然现象以及实际问题中，所遇到的各种变量通常并不都是独立变化的，它们之间存在着依赖关系，举例如下：

例 1 在自由落体运动中，设物体下落的时间为 t，下落的距离为 s，开始下落的时刻 $t=0$，落地的时刻 $t=T$，则 s 与 t 之间具有关系

$$s=\frac{1}{2}gt^2.$$

这里，当 t 在区间 $[0, T]$ 上任意取定一个值时，s 的对应值就随之确定.

例 2 圆的面积 A 和它的半径 r 之间具有关系

$$A=\pi r^2.$$

这里，当 r 在 $(0, +\infty)$ 内任意取定一个值时，A 的对应值就随之确定.

上述两个例子所描述的问题虽各不相同，但却有共同的特征：它们都表达了两个变量之间的相互依赖关系，当一个变量在某一范围中任意取定一值时，另一个变量按照一定法则就有一个确定的值与之对应，把这种确定的依赖关系抽象出来，就是函数的概念.

定义 设 x 和 y 是两个变量，D 是一个非空数集．如果按照某个对应法则 f，对于每一个 $x \in D$，变量 y 都有唯一确定的值与之对应，则称这个对应法则 f 为定义在 D 上的函数，记作

$$y=f(x), \quad x \in D.$$

其中，x 称为自变量，y 称为因变量，D 称为这个函数的定义域.

在函数定义中，对于每一个 $x \in D$，按照对应法则 f，总有唯一确定的值 y 与之对应，则这个 y 值称为函数 f 在 x 处的函数值，记作 $f(x)$，即 $y=f(x)$．因变量 y 与自变量 x 之间的这种依赖关系通常称为函数关系．因此，习惯称因变量 y 是自变量 x 的函数．当自变量 x 取遍定义域 D 中的值时，相应的函数值 $f(x)$ 的全体所构成的集合称为函数的值域，记作 R_f 或 $f(D)$，即

$$R_f=f(D)=\{y \mid y=f(x), x \in D\}.$$

由函数定义可知，定义域和对应法则是函数概念的两要素．如果两个函数的定义域与对应法则都相同，那么这两个函数就是同一个函数，且与自变量和因变量用什么字母表示无关.

函数的定义域通常按以下两种情形来确定：一种是具有实际背景的函数，根据实际背景中变量的实际意义确定．例如，边长为 x 的正方形面积 $A=x^2$ 的定义域为 $(0, +\infty)$．另一种是用算式表达的函数，通常约定这种函数的定义域是使得算式有意义的一切实数组成的集

合．例如，函数 $y=\ln(x+1)$的定义域是开区间$(-1, +\infty)$．函数的定义域通常用区间或不等式表示．

在函数的定义中，对每个 $x\in D$，只有唯一的 y 值与之对应，这样定义的函数称为单值函数，否则称为多值函数．例如函数 $y^2=x$，对于每个 $x\in(0, +\infty)$，都有两个 y 值与之对应，所以该函数为多值函数．对于多值函数，往往只要附加一些条件，就可以将它化为单值函数进行讨论．例如函数 $y^2=x$，附加“$y\geqslant 0$”条件，就可得到一个单值分支 $y=y_1(x)=\sqrt{x}$；附加“$y\leqslant 0$”条件，就可得到另一个单值分支 $y=y_2(x)=-\sqrt{x}$.

例 3　求函数 $y=\sqrt{4-x^2}+\dfrac{1}{\ln(x-1)}$的定义域．

解　要使函数有意义，x 必须同时满足：$4-x^2\geqslant 0$，$x-1>0$，$x-1\neq 1$.
所以函数的定义域为$(1, 2)$.

例 4　设 $f(x-1)=x^2+1$，求 $f(x)$.

解　令 $x-1=t$，则 $x=t+1$. 于是 $f(t)=(t+1)^2+1=t^2+2t+2$.
所以 $f(x)=x^2+2x+2$.

2. 函数的表示法

表示函数的主要方法有三种：

(1)列表法：自变量的值与对应的函数值列成表格的方法．

(2)解析法(公式法)：自变量和因变量之间的关系用数学表达式来表示的方法．

(3)图形法：在坐标系中用图形表示函数关系的方法．

用图形法表示函数是基于函数图形的概念，即坐标平面上的点集

$$\{P(x, y) \mid y=f(x), x\in D\}$$

称为函数 $y=f(x)$，$x\in D$ 的图形．

下面举几个特殊函数的例子．

例 5　绝对值函数

$$y=|x|=\begin{cases} x, & x\geqslant 0, \\ -x, & x<0. \end{cases}$$

它的定义域 $D=(-\infty, +\infty)$，值域 $R_f=[0, +\infty)$，其图形如图 1－1 所示．

例 6　符号函数

$$y=\operatorname{sgn} x=\begin{cases} 1, & x>0, \\ 0, & x=0, \\ -1, & x<0. \end{cases}$$

它的定义域 $D=(-\infty, +\infty)$，值域 $R_f=\{-1, 0, 1\}$，其图形如图 1－2 所示．对于任意 $x\in(-\infty, +\infty)$，有 $x=|x|\operatorname{sgn} x$，其中 $\operatorname{sgn} x$ 起到了符号的作用．

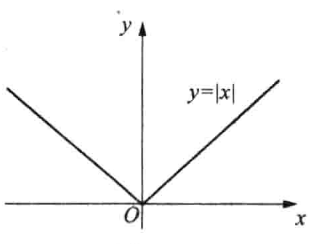

图 1－1

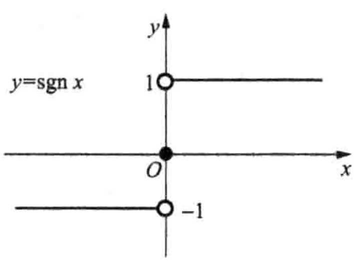

图 1－2

例 7　取整函数

$$y=[x],\quad x\in(-\infty,\ +\infty).$$

符号$[x]$表示不超过 x 的最大整数．它的图形如图 1－3 所示，

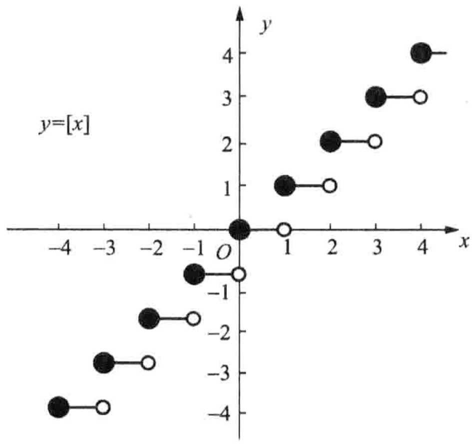

图 1－3

例如，$\left[\frac{5}{7}\right]=0$，$[\sqrt{2}]=1$，$[-1]=-1$，$[-3.5]=-4$. 显然，对于任意 $x\in(-\infty,\ +\infty)$，有$[x]\leqslant x<[x]+1$. 函数 $y=[x]$的定义域 $D=(-\infty,\ +\infty)$，值域 $R_f=\mathbf{Z}$，其图形称为阶梯曲线. 在 x 为整数值处，图形发生跳跃，跳跃度为 1.

例 8　狄利克雷(Dirichlet)函数

$$D(x)=\begin{cases}1, & x\text{ 是有理数},\\ 0, & x\text{ 是无理数}.\end{cases}$$

它的定义域 $D=(-\infty,\ +\infty)$，值域 $R_f=\{0,\ 1\}$. 由于任意两个有理数之间都有无理数，并且任意两个无理数之间也都有有理数，所以它的图形无法描述．

在例 5 和例 6 中看到，有时一个函数要用几个式子表示．这种在自变量的不同变化范围中，对应法则用不同的式子来表示的函数称为分段函数．应当注意，不论用几个式子，表示的分段函数都是一个函数，而不是几个函数．求分段函数值时，应把自变量的值代入相应取值范围内的表达式中进行运算．如函数

$$f(x)=\begin{cases}\sqrt{x}, & 0\leqslant x\leqslant 1,\\ 2-x, & x>1\end{cases}$$

是一个定义在区间$[0,\ +\infty)$上的分段函数，由于$\frac{1}{4}\in[0,\ 1]$，所以 $f\left(\frac{1}{4}\right)=\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}$；$2\in(1,\ +\infty)$，所以 $f(2)=2-2=0$.

用解析法表示函数通常都表示成 $y=f(x)$的形式．这种表达方式的特点是：因变量 y 用自变量 x 的式子来表达．我们把用这种方式表达的函数称为显函数．但有时我们还会遇到另一种表达方式的函数，例如，在方程 $7x^2+y^3-5=0$ 中，当 x 在$(-\infty,\ +\infty)$内任取一值时，相应地总有满足方程的唯一确定的 y 值与之对应，所以方程 $7x^2+y^3-5=0$ 确定了 y 是 x 的函数．这样的函数称为隐函数．

一般地，如果变量 x 与 y 满足一个方程 $F(x,\ y)=0$，当 x 在某一区间内任取一值时，相应地能得到唯一的 y 值，那么就称方程 $F(x,\ y)=0$ 在该区间内确定了一个隐函数．

把一个隐函数化成显函数，称为隐函数的显化．例如从方程 $7x^2+y^3-5=0$ 中解出 $y=\sqrt[3]{5-7x^2}$，就把隐函数化成了显函数．但隐函数化成显函数有时是困难的，甚至是不可能的．例如，由方程 $xy^2=e^{x+y}-5$ 所确定的隐函数就无法化成显函数．

3. 建立函数关系举例

利用相关的数学知识解决实际问题时，首先需要将实际问题转化为数学问题，建立函数关系式，然后才能进行分析和计算．因此，在实际应用中，建立函数关系式是十分重要的．建立函数关系，首先要认准问题中有哪些变量与常量，并用字母表示；然后根据问题所服从的规律来确立变量间的函数关系，并指明定义域．

例 9　要建一个容积为 V 的长方体水池，它的底为正方形．若池底与侧面的单位面积造价比为 2∶1，试建立总造价与底面边长之间的函数关系．

解　设水池的底面边长为 x，总造价为 y，侧面的单位面积造价为 a，则由已知可得水池的高为$\dfrac{V}{x^2}$，从而得

$$y=2ax^2+4a\frac{V}{x}\quad(0<x<+\infty).$$

例 10　某市出租车按如下规定收费：当行驶里程不超过 3 km 时，一律收起步费 8 元；当行驶里程超过 3 km 时，除起步费外，按每 600 米 1 元计费．试建立车费 y 与行驶里程 x 之间的函数关系．

解　根据题意可列出函数关系如下：

$$y=\begin{cases}8, & 0<x\leqslant 3,\\ 8+\dfrac{5}{3}(x-3), & x>3,\end{cases}\quad \text{即 } y=\begin{cases}8, & 0<x\leqslant 3,\\ \dfrac{5}{3}x+3, & x>3.\end{cases}$$

1.1.3　函数的几种特性

1. 函数的有界性

设函数 $f(x)$的定义域为 D，数集 $X\subset D$. 如果存在数 K_1（或 K_2），使对任一 $x\in X$，都有

$$f(x)\leqslant K_1\quad(\text{或 } f(x)\geqslant K_2),$$

则称函数 $f(x)$在 X 上有上界(或有下界)，而 K_1(或 K_2)称为函数 $f(x)$在 X 上的一个上界(或下界). 如果存在正数 M，使对任一 $x\in X$，都有

$$|f(x)|\leqslant M,$$

则称函数 $f(x)$在 X 上有界．如果这样的 M 不存在，则称函数 $f(x)$在 X 上无界．这就是说，如果对于任何正数 M，总存在 $x_1\in X$，使$|f(x_1)|>M$，那么函数 $f(x)$在 X 上无界．显然，如果函数 $f(x)$在 X 上满足 $|f(x)|\leqslant M$，则它在 X 上的图形介于两条平行直线 $y=-M$ 和 $y=M$ 之间．

例如，函数 $f(x)=-x^2$ 在$(-\infty,+\infty)$内没有下界，但有上界，0 就是它的一个上界，当然，大于 0 的任何数也是它的一个上界．

又如函数 $f(x)=\dfrac{1}{x}$在开区间(0，1)内没有上界，但有下界，1 就是它的一个下界，当然，小于 1 的任何数也是它的一个下界．函数 $f(x)=\dfrac{1}{x}$在开区间(0，1)内是无界的，这是

因为，对于无论多么大的正数 $M>1$，总有 $x_1=\dfrac{1}{M+1}\in(0, 1)$，使 $f(x_1)=\dfrac{1}{x_1}=M+1>M$. 然而函数 $f(x)=\dfrac{1}{x}$ 在 $(1, 2)$ 内却是有界的，这是因为在 $(1, 2)$ 内，有 $\left|\dfrac{1}{x}\right|\leqslant 1$. 由此可见，讨论函数的有界性时，必须指明自变量的变化范围．

2. 函数的单调性

设函数 $f(x)$ 的定义域为 D，区间 $I\subset D$. 如果对于区间 I 上任意两点 x_1 及 x_2，当 $x_1<x_2$ 时，恒有

$$f(x_1)<f(x_2) \quad (\text{或 } f(x_1)>f(x_2)),$$

则称函数 $f(x)$ 在区间 I 上是单调增加(或单调减少)的．

单调增加函数和单调减少函数统称为单调函数．单调增加函数的图形随 x 增大而上升；单调减少函数的图形随 x 增大而下降．

注意：说某一个函数是单调的，必须指明自变量的变化范围．例如，函数 $y=x^2$ 在区间 $(-\infty, 0]$ 上是单调减少的，在区间 $[0, +\infty)$ 上是单调增加的，但在 $(-\infty, +\infty)$ 上却不是单调的．

3. 函数的奇偶性

设函数 $f(x)$ 的定义域 D 关于原点对称．如果对于任一 $x\in D$，都有

$$f(-x)=f(x),$$

则称 $f(x)$ 为偶函数．如果对于任一 $x\in D$，都有

$$f(-x)=-f(x),$$

则称 $f(x)$ 为奇函数．

偶函数的图形关于 y 轴对称，奇函数的图形关于原点对称．

例如，函数 $y=x^2$ 和 $y=\cos x$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内都是偶函数；函数 $y=x^3$ 和 $y=\sin x$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内都是奇函数，而函数 $y=\sin 2x+\cos 3x$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内是非奇非偶函数．

注意：讨论某一个函数的奇偶性是在关于原点对称区间上进行的．

4. 函数的周期性

设函数 $f(x)$ 的定义域为 D. 如果存在一个正数 T，使得对于任一 $x\in D$，有 $(x\pm T)\in D$，且

$$f(x+T)=f(x),$$

则称 $f(x)$ 为周期函数，T 称为 $f(x)$ 的周期．通常所说的周期函数的周期是指它的最小正周期(如果存在最小正周期). 周期函数图形的特点是：在函数的定义域内，只要作出函数在长度为周期 T 的一个区间上的图形，就可通过图形的平移画出整个函数的图形．

例如，三角函数 $\sin x$，$\cos x$ 都是以 2π 为周期的周期函数；三角函数 $\tan x$，$\cot x$ 都是以 π 为周期的周期函数．

注意：并非任何周期函数都有最小正周期．例如狄利克雷函数就没有最小正周期．这是因为每一个正有理数都是它的周期．

1.1.4 反函数

设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 D，值域为 $f(D)$. 如果对每一个 $y\in f(D)$，都有唯一确定且满足 $y=f(x)$ 的 $x\in D$ 与之对应，则按此对应法则就得到一个定义在 $f(D)$ 上的函数，这