

普通高等教育“十二五”规划教材

工程力学

刘 妤 郭长文 主编

GONGCHENG LIXUE



化学工业出版社



普通高等教育“十二五”规划教材

工程力学

刘 妤 郭长文 主编

杨鄂川 陈 松 徐 睿 副主编



化学工业出版社

· 北 京 ·

本书是为适应一般工科院校应用型人才培养的教学改革需要而编写的工程力学教材。在内容编排上,力求由易到难、由浅入深、循序渐进,较好地兼顾一般工科院校工程力学课程的教学需要;在内容叙述上,力求概念清晰、原理方法透彻、应用步骤规范,加强与工程实际的联系。

全书涵盖了“理论力学”中的“静力学”和“材料力学”的大部分内容。除绪论外,分为2篇,共12章。第1篇为静力学,包括刚体静力学基础、力系的简化、力系的平衡、摩擦共4章;第2篇为材料力学,包括材料力学概述、材料的力学性能、杆件的变形特点、杆件的内力分析与内力图、应力状态与强度理论、刚度条件与应变状态、压杆稳定、材料力学专题共8章,其中,材料力学专题部分可根据不同专业的教学需求选讲。

本书可作为一般工科院校中、少学时工程力学课程教材,也可供有关工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据



工程力学/刘好,郭长文等编. —北京:化学工业出版社,2015.8

普通高等教育“十二五”规划教材

ISBN 978-7-122-24321-8

I. ①工… II. ①刘…②郭… III. ①工程力学-高等学校-教材 IV. ①TB12

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2015) 第 129896 号

责任编辑:韩庆利

加工编辑:张旭瑞

责任校对:吴静

封面设计:关飞

出版发行:化学工业出版社(北京市东城区青年湖南街13号 邮政编码100011)

印刷:北京云浩印刷有限责任公司

装订:三河市瞰发装订厂

787mm×1092mm 1/16 印张19½ 字数521千字 2015年9月北京第1版第1次印刷

购书咨询:010-64518888(传真:010-64519686) 售后服务:010-64518899

网址: <http://www.cip.com.cn>

凡购买本书,如有缺损质量问题,本社销售中心负责调换。

定 价:39.80元

版权所有 违者必究

前 言

“工程力学”是普通高等院校工科类相关专业重要的技术基础课。本书是为适应应用型人才培养的教学改革需要而编写的，涵盖了“理论力学”中的“静力学”和“材料力学”的大部分内容。

在参考现有同类教材基本内容的基础上，本书对传统体系和内容做了一些调整，精简了部分理论篇幅，删减了部分繁琐推导，同时注重加强与工程实际的联系。在“静力学”篇，打破传统的各种力系简化与平衡分别独立阐述的模式，在力系简化的基础上探讨力系平衡。在“材料力学”篇，打破传统的每种基本变形分别独立阐述的模式，从构件的受力特点出发，阐述截面法求内力、绘制内力图和应力计算等与强度有关问题；从构件的变形特点出发，阐述与刚度有关的问题；以细长压杆为例，阐述与稳定性有关的问题；以实验为基础，阐述材料失效、疲劳等问题。旨在突出力学的基本理论和基本方法，形成有序的相互关联的教学单元，培养学生工程力学基本素质及应用基本理论解决工程实际问题的能力。

为方便读者理解和学习，书中列举了大量与实际结合紧密的实例，每章设置了适量的典型习题，并且在书后附录有部分习题的参考答案。

本书可作为高等工科院校中、少学时工程力学的教材，也可供有关工程技术人员参考。使用本书时，可结合具体情况进行调整。

参与本书编写工作的有刘好、郭长文、杨鄂川、陈松、徐睿、邵家儒、杨含离。其中，刘好、郭长文任主编，全书由刘好统稿。

由于笔者水平有限，书中难免有疏漏和不妥之处，恳请读者批评指正。

编者

目 录

绪论	1
0.1 什么是力学	1
0.2 力学与工程	1
0.3 工程力学的研究方法与研究内容	2
0.4 工程力学的分析模型和分析方法	3
小结	4
思考题	4

第 1 篇 静力学

引言	5
第 1 章 刚体静力学基础	6
1.1 静力学公理	6
1.2 约束和约束力	8
1.3 受力分析与受力图·力学模型和力学简图	11
小结	16
思考题	16
习题	17
第 2 章 力系的简化	20
2.1 平面汇交力系与平面力偶系的简化	20
2.2 平面任意力系的简化·主矢和主矩	26
2.3 空间力系的简化	31
2.4 重心与形心	40
小结	45
思考题	46
习题	48
第 3 章 力系的平衡	51
3.1 力系的平衡条件与平衡方程	51
3.2 平面力系的平衡	52
3.3 空间力系的平衡	63
小结	70
思考题	71
习题	72

第 4 章 摩擦	76
4.1 滑动摩擦	76
4.2 摩擦角和自锁现象	78
4.3 考虑滑动摩擦时物体的平衡问题	80
4.4 滚动摩阻的概念	84
小结	87
思考题	88
习题	88

第 2 篇 材料力学

引言	91
第 5 章 材料力学概述	92
5.1 材料力学的任务	92
5.2 变形固体的基本假设	93
5.3 外力、内力、截面法和应力的概念	94
5.4 位移、变形与应变	97
小结	99
思考题	100
第 6 章 材料的力学性能	101
6.1 材料力学性能的概念	101
6.2 典型材料拉伸时的力学性能	101
6.3 典型材料压缩时的力学性能	105
6.4 典型材料剪切时的力学性能	107
6.5 温度和时间对材料力学性能的影响	108
6.6 极限应力、安全系数与许用应力	109
小结	109
思考题	110
第 7 章 杆件的变形特点	111
7.1 轴向拉伸与压缩	111
7.2 剪切	112
7.3 扭转	112
7.4 弯曲	113
7.5 组合变形	115
小结	116
思考题	116
第 8 章 杆件的内力分析与内力图	118
8.1 基本概念	118
8.2 轴力与轴力图	119

8.3 扭矩与扭矩图	122
8.4 弯曲内力与弯曲内力图	124
小结	133
思考题	134
习题	134
第 9 章 应力状态与强度理论	139
9.1 基本变形时杆件应力分析的方法	139
9.2 杆件拉伸或压缩的应力	139
9.3 圆轴扭转时的应力	144
9.4 梁的弯曲应力	149
9.5 组合变形时的应力分析	162
9.6 应力状态分析与强度理论	169
小结	180
思考题	182
习题	184
第 10 章 刚度条件与应变状态	189
10.1 拉(压)杆的变形	189
10.2 圆轴扭转时的变形	191
10.3 杆件的弯曲变形	192
10.4 组合变形构件的变形计算	201
10.5 刚度条件与刚度计算	202
10.6 广义胡克定律	205
小结	209
思考题	210
习题	210
第 11 章 压杆稳定	214
11.1 压杆稳定的概念	214
11.2 两端铰支细长压杆的临界力	215
11.3 其他约束条件下细长压杆的临界力	217
11.4 欧拉公式的适用范围、经验公式	218
11.5 压杆稳定性的校核	222
11.6 提高压杆稳定性的措施	226
小结	228
思考题	228
习题	229
第 12 章 材料力学专题	232
12.1 连接件的强度	232
12.2 简单超静定问题	237
12.3 动载荷	245

12.4 疲劳强度.....	255
小结.....	271
思考题.....	272
习题.....	273
附录	277
附录 A 截面图形的几何性质	277
附录 B 型钢表	288
附录 C 部分习题答案	298
参考文献	303

绪 论

0.1 什么是力学

力学是研究物质机械运动规律的科学。世界充满着物质，有形的固体、无形的空气，都是力学的研究对象。力学所阐述的物质机械运动的规律，与数学、物理等学科一样，是自然科学中的普遍规律。因此，力学是基础科学。同时，力学研究所揭示出的物质机械运动的规律，在许多工程技术领域可以直接应用，实际面向工程，服务于工程。所以，力学又是技术科学。力学是工程技术学科的重要理论基础之一。工程技术的发展过程中不断提出新的力学问题，力学的发展又不断应用于工程实际并推动其进步，二者有着十分密切的联系。从这个意义上说，力学是沟通自然科学基础理论与工程技术实践的桥梁。

力学探讨的问题十分广泛，研究的内容和应用的范围不断扩展。工程力学是将力学原理应用于有实际意义的工程系统的科学。其目的是了解工程系统的性态并为其设计提供合理的规则。机械、机构、结构如何受力，如何运动，如何变形，如何破坏，都是工程师们需要了解的工程系统的性态。只有认识了这些性态，才能够合理的设计规则、规范、手册，使机械、机构、结构等按设计要求实现运动、承受载荷，控制它们不发生影响使用功能的变形，更不能发生破坏。

0.2 力学与工程

力学与工程是紧密相连的。工程技术的发展，不断提出新的力学问题；力学研究的发展又不断应用于工程实际并推动其进步。

20 世纪以前，推动近代科学技术与社会进步的蒸汽机、内燃机、铁路、桥梁、船舶、兵器等，都是在力学知识的累积、应用和完善的基础上逐渐形成和发展起来的。

20 世纪产生的诸多高新技术，如高层建筑、大跨度悬索桥、海洋平台、精密仪器、航空航天器、机器人、高速列车以及大型水利工程等许多重要工程，更是在力学的指导下得以实现，并不断发展完善的。

20 世纪产生的另一些高新技术，虽然是在其他基础学科指导下产生和发展起来的，但都提出了涉及力学的各种各样的问题。例如：跟踪目标的雷达，如何通过测量目标与雷达之间的距离和雷达的方位角，准确测定目标的速度和加速度？舰载飞机在飞机发动机和弹射器推力作用下从甲板上起飞，若已知推力和跑道的可能长度，需要多大的初始速度和时间间隔才能达到预期的飞离甲板时的速度？若已知初始速度，一定时间间隔后飞离甲板时的速度，需要飞机发动机和弹射器施加多大的推力，或者需要多长的跑道？核反应堆堆芯的核燃料元件盒，在高温、压力、核辐射等因素作用下将产生怎样的变形，这种变形又将对核反应堆的运行产生什么影响？核反应堆压力壳在高温、压力作用下，其壁厚如何选择才能确保反应堆安全运行？等等。

21 世纪，随着现代科学技术的发展，力学的研究内容已渗入到其他科学领域。作为三大新兴学科之一的生命科学，其发展与力学密切相关。例如，血管维护、肌骨修复等离不开力学，人工心肺、人工器官等生物医疗器械更是如此。与此同时，纳米科技成为科技界最具

活力与前景的重大研究领域之一。由于力学内在的特质及其所研究问题的普遍性，现代力学的最新分支——纳米力学迅速形成，成为与物理、化学、生物、材料科学等进行交叉研究的新学科而得到蓬勃发展。

可以预见，在未来的科技发展中，力学仍将展示出永恒与旺盛的生命力并发挥巨大的影响。

0.3 工程力学的研究方法与研究内容

1. 研究方法

工程力学研究、解决问题的一般方法可归纳为：

- ① 选择有关的研究系统。
- ② 对系统进行抽象简化，建立力学模型。其中包括几何形状、材料性能、载荷及约束等真实情况的理想化和简化。
- ③ 将力学原理应用于力学模型，进行分析、推理，得出结论。
- ④ 进行尽可能真实的试验验证，或将问题退化至简单情况与已知结论比较。
- ⑤ 验证比较后，若得出的结论与实际不符合，则需要重新考虑关于系统特性的假设，建立不同的力学模型，重新分析、推理，直至获得可信的结论或可用的结果。

可见，工程力学的研究方法，与其他学科的研究方法有不少相同之处，那就是“从错综复杂的自然现象、科学实验结果和工程技术实践中抓住事物的本质，提炼成力学模型，采用合理的数学工具，分析掌握自然现象的规律，进而提出解决工程技术问题的方案，最后再和观察或实验结果反复校核直到接近为止的科学研究方法”。培养这种科学思维和研究方法，其重要性绝不亚于获取力学知识本身。

2. 工程静力学的基本研究内容

力学问题的研究，一般都需要进行：①力的研究；②运动和变形的研究；③联系力与运动或力与变形之关系的假设（或模型）的研究。对于大多数情况，上述三项都需要仔细分析。在某些特殊或理想简化情况下，可以不考虑其中的一项或两项。例如，若物体因受约束而静止，则不必考虑运动；若假设物体是刚性的，自然无需考虑变形。

本课程研究物体处于平衡状态的问题，称为工程静力学问题。工程静力学的基本研究内容包括以下三个方面。

（1）受力分析及静力平衡条件

物体（系）的受力情况是首先需要研究的。若物体（系）处于平衡状态，则系统整体或其中任何一部分的受力，显然应满足一定的条件（静力平衡条件），研究静力平衡条件及其应用是静力学最重要的内容之一。受力分析及静力平衡条件的研究并不涉及材料力与变形间的物理关系。在小变形情况下，一般也不涉及变形的几何关系。

（2）变形的几何相容条件

基于固体的连续性假设，固体不仅在受力前是均匀连续的，受力后只要未发生破坏，仍然应当是均匀连续的。即固体受力后发生的变形或位移，应满足几何相容条件。所谓几何相容的变形，就是指固体在变形后仍然应当是连续的，固体内既不引起“空隙”，也不会产生“重叠”。例如，直杆弯曲变形是可能的，但若直杆发生了折弯，则折弯处的物质显然不再是连续的。对于变形的几何相容条件的分析，是纯粹的几何分析，并不涉及材料间的物理关系。

（3）力与变形间的物理关系

物体受力时要发生变形。力与变形间的关系用应力-应变间的物理关系表达，它与材料

本身的力学性能及变形形式有密切关系。材料不同、受力状态不同、环境不同、研究的问题不同，所用的材料物理关系也不同。这正是不同性质固体之间的主要区别所在。

在考虑力的时候，应当考虑平衡状态应有的条件。在考虑变形时，必须考虑结构各部分变形与整体变形的协调。在研究力与变形的联系时，则必须考虑特定材料的性能。力的平衡、变形的几何协调、材料的物理性能这三个方面，是研究工程静力学问题的核心内容和主线。

0.4 工程力学的分析模型和分析方法

1. 工程力学的两种分析模型

实际工程构件受力后，几何形状和尺寸都要发生变化，这种改变称为变形，这些构件称为**变形体**。

当研究构件的受力时，在大多数情形下，变形都比较小，忽略这种变形对构件的受力不会产生什么影响。因此，在静力学中，可以将变形体简化为不变形的**刚体**。

当研究作用在物体上的力与变形规律时，即使变形很小，也不能忽略。但是在研究变形问题的过程中，当涉及平衡问题时，大部分情形下仍然可以沿用刚体模型。

2. 工程力学的分析方法

现代力学的主要研究手段包括理论分析、实验研究和数值计算三个方面。因此，工程力学的分析方法对应的也有三种。

(1) 两种不同的理论分析方法

工程力学中的静力学和材料力学两部分，根据所研究的问题不同，分析方法也有所差异。

在静力学中，研究对象是刚体，所要研究的问题是确定构件的受力，所采用的方法是平衡的方法。与此相关，必须正确分析各物体之间接触与连接方式，以及不同的方式将产生何种相互作用力。

在材料力学中，研究对象是变形体，所要研究的问题是在外力作用下，构件会产生什么样的变形、什么样的内力、什么样的应力，这些变形、内力、应力对构件的正常工作会产生什么样的影响。因此，在这一类问题中，重要的是学会分析变形、分析内力和应力，并应用于解决工程设计中的强度、刚度、稳定性问题。

需要指出的是，静力学中所采用的某些原理和方法，在材料力学中分析变形问题时不一定适用。例如，如图 0.1(a) 所示，作用在刚性环上的力，可以沿着其作用线在刚性环上任意滑移，对刚性环的平衡没有任何影响。但是，如图 0.1(b) 所示，作用在弹性环上的力，若沿着其作用线滑移，虽然对弹性环的整体平衡没有影响，但不难看出力滑移前后弹性环的变形显然是不同的。

(2) 实验分析方法

工程力学的实验分析方法大致可以分为以下几种类型：

① 基本力学量的测定实验，包括位移、速度、加速度、频率、应力、应变等的测定。

② 材料的力学性能实验，通过专门的试验机测定不同材料的弹性常数（如杨氏模量）、材料的物性关系等。

③ 综合性与研究型实验，一方面，研究工程力学的基本理论应用于实际问题时的正确性与适用范围；另一方面，研究一些基本理论难以解决的实际问题，通过实验建立合适的简化模型，为理论分析提供必要的基础。

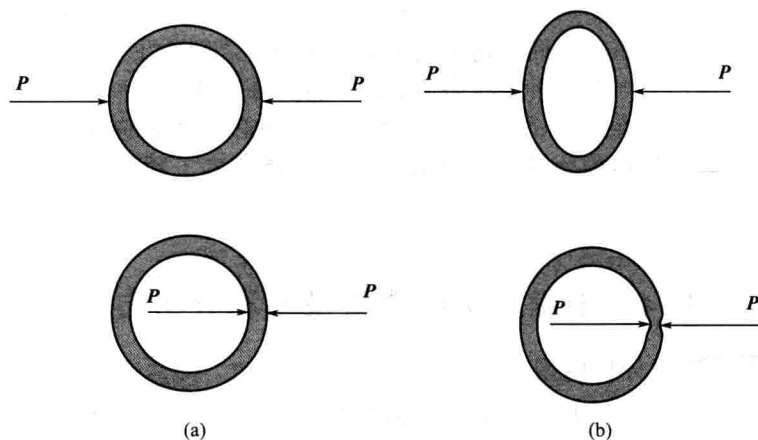


图 0.1

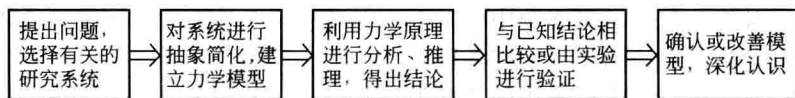
(3) 计算机辅助工程分析方法

随着计算机的飞速发展和广泛应用, 工程力学又增加了一种分析方法, 即计算机辅助工程分析。它是指用计算机对工程和产品进行性能与安全可靠性分析, 模拟工程或产品未来的状态和运行状态, 及早地发现设计缺陷, 为优化设计提供依据。更准确地说, 是指工程设计中的分析计算与分析仿真, 具体包括工程数值分析、结构与过程优化设计、强度与寿命评估、运动/动力学仿真。其核心技术为有限元分析技术, 核心应用是虚拟样机。

不难看出, 由于计算机技术的不断进步, 工程力学的分析方法也在更新。更重要的是, 由于研究方法和研究手段的革命性变革, “工程力学走过了从工程设计的辅助手段到中心主要手段, 不是唱配角, 而是唱主角了”。

小 结

1. 力学是研究物质机械运动规律的科学。
2. 工程力学是将力学原理应用于有实际意义的工程系统的科学。其目的是了解工程系统的性态并为其设计提供合理的规则。
3. 工程力学解决问题的一般方法可归纳为



4. 工程静力学问题的基本研究内容和主线是受力分析及静力平衡条件、变形的几何相容条件、力与变形间的物理关系。

思 考 题

- 0.1 工程静力学的基本研究内容和主线是什么?
- 0.2 试述工程力学研究问题的一般方法。

第1篇 静力学

引言

静力学是研究物体在力系作用下的平衡规律及其应用的科学。其理论和方法不仅是工程构件静力设计的基础，而且在解决许多工程技术问题中有着广泛应用。

力，是物体间相互的机械作用，这种作用将使物体的运动状态发生变化（称为力的运动效应，即外效应），或使物体发生变形（称为力的变形效应，即内效应）。力的内、外效应总是同时产生的。在静力学中，所指的物体都是刚体，这是一种理想化的力学模型，不考虑力的变形效应。

实践表明，力的效应唯一地决定于力的三要素：①力的大小；②力的方向；③力的作用位置或作用点。因此，力是矢量，用 $\boldsymbol{F}$ 表示，而 F 仅仅代表力的大小。在国际单位制中，力的单位是 N 或 kN。

力系，是作用在物体上的力的集合。

对同一物体产生相同作用效应的力系称为等效力系。如果某力系与一个力等效，则这个力称为该力系的合力，而力系中的各个力称为此合力的分力。作用于刚体并使刚体保持平衡的力系称为平衡力系，或称零力系。

静力学主要研究以下三个方面的问题：

（1）物体的受力分析

分析物体受几个力作用，以及每个力的作用位置。

（2）力系的等效替换（或简化）

将作用在物体上的一个力系用与它等效的另一个力系来替换，称为力系的等效替换。如果用一个简单力系等效替换一个复杂力系，则称为力系的简化。

（3）力系的平衡条件

研究作用在刚体（系）上的力系使刚体（系）保持平衡时所需满足的条件。在刚体静力学的基础上，考虑变形体的特性，可进一步研究变形体的平衡问题。

第 1 章 刚体静力学基础

本章阐述静力学公理，并介绍工程中常见的约束和约束力分析，以及物体的受力分析。同时，介绍力学模型及力学建模的概念。

1.1 静力学公理

在力的概念形成的同时，人们对力的基本性质的认识逐步深入。静力学公理就是对力的基本性质的概括与总结，它们以大量的客观事实为依据，其正确性已为实践所证实。

公理 1 二力平衡条件

作用在刚体上的两个力使刚体保持平衡的充要条件是：这两个力的大小相等，方向相反，且作用在同一直线上。

该公理阐述了静力学中最简单的二力平衡条件，这是刚体平衡最基本的规律，也是推证力系平衡条件的理论基础。需要指出的是，该公理只适用于刚体，对于变形体，它所给出的平衡条件是不充分的。

工程实际中常遇到只受两个力作用而保持平衡的构件，称为二力构件或二力杆。根据公理 1，无论二力构件形状如何，其所受的两个力的作用线必定沿两个力作用点的连线，且大小相等，方向相反，如图 1.1 所示。

公理 2 力平行四边形法则

作用在物体上同一点的两个力，可以合成为一个合力。合力的作用点在该点，合力的大小和方向由这两个力为边构成的平行四边形的对角线确定，如图 1.2(a) 所示。或者说，两个共点力的合力矢等于这两个力矢的矢量和，即

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 \quad (1.1)$$

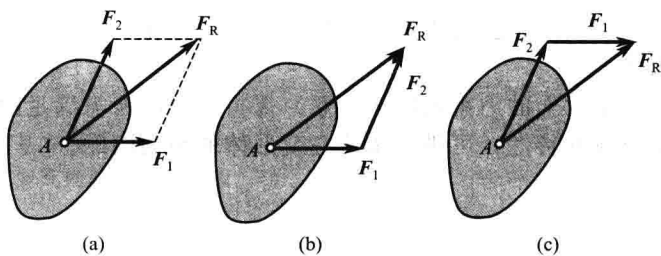


图 1.2

当然，也可简化为作一力三角形求两汇交力合力的大小和方向（即合力矢），如图 1.2(b)、(c) 所示。

该公理是复杂力系简化的基础。

公理3 加减平衡力系原理

在作用于刚体的已知力系中加上或减去任意的平衡力系后所得到的力系与原力系对刚体的作用效应是等效的。

需要指出的是,该公理也只适用于刚体,它是力系等效替换的理论依据。

根据上述公理可以导出下列推理:

推理1 力在刚体上的可传性

作用于刚体上某点的力,可以沿着它的作用线滑移到刚体内任意一点,而不改变该力对刚体的作用效应。

证明:在刚体上的A点作用力 F ,如图1.3(a)所示。根据加减平衡力系原理,可在力的作用线上任取一点B,并加上两个相互平衡的力 F_1 和 F_2 ,使 $F_1 = F_2 = -F$,如图1.3(b)所示。由于力 F 和 F_1 也是一个平衡力系,故可减去,这样只剩下一个力 F_2 ,如图1.3(c)所示,即原来的力 F 沿其作用线滑移到了刚体上点B。

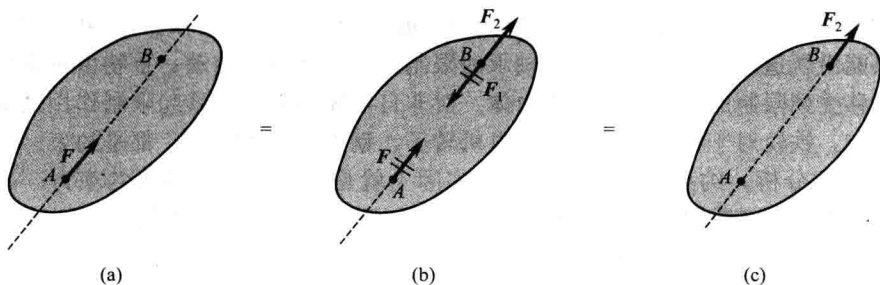


图 1.3

由此可见,对于刚体而言,力的作用点并不重要,真正影响力对刚体作用效应的是力的作用线。因此,作用于刚体上的力的三要素是:力的大小、方向和作用线。这种矢量称为滑移矢量。

需要指出的是,力的可传性只适用于刚体,因此,它仅适用于研究力的运动效应,而不适用于研究力的变形效应。

推理2 三力平衡汇交定理

作用于刚体上三个相互平衡的力,若其中两个力的作用线汇交于一点,则此三个力必在同一平面内,且第三个力的作用线通过汇交点。

利用力平行四边形法则和二力平衡条件,读者可自行证明该定理。

公理4 作用和反作用公理

作用力和反作用力总是同时存在,且大小相等、方向相反,沿同一直线分别作用在两个相互作用的物体上。若用 F 表示作用力, F' 表示反作用力,则

$$F = -F'$$

该公理概括了物体间相互作用时力之间的关系,无论物体静止还是运动,它都普遍适用。由作用和反作用公理可知,力总是成对出现的,有作用力必然有反作用力。但是,需要注意的是,作用力和反作用力不是作用在同一物体上,而是分别作用于两个相互作用的物体上。所以,尽管二者大小相等、方向相反、沿同一作用线,但却不能相互平衡。这与二力平衡条件是有本质区别的。

公理5 刚化公理

变形体在某一力系作用下处于平衡,若将此变形体刚化为刚体,其平衡状态保持不变。

该公理提供了把变形体视为刚体的条件。如图1.4(a)所示,把处于平衡状态的绳索刚

化成刚性杆, 其平衡状态保持不变。反之却不一定成立, 如图 1.4(b) 所示。可见, 刚体平衡的充要条件, 对于变形体的平衡而言只是必要的而非充分的。

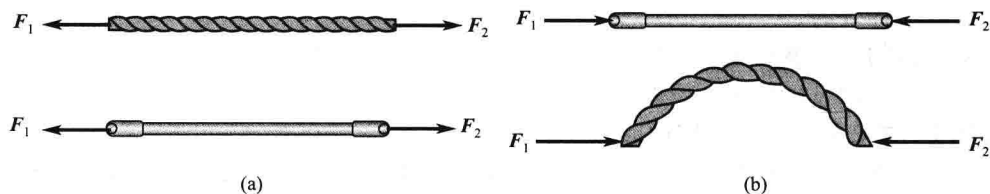


图 1.4

1.2 约束和约束力

有些物体, 例如: 飞行的飞机、炮弹和火箭等, 它们在空间的位移不受任何限制。位移不受限制的物体称为**自由体**。相反, 有些物体在空间的位移却要受到一定的限制。如机车受铁轨的限制, 只能沿轨道运动; 电机转子受轴承的限制, 只能绕轴线转动; 重物由钢索吊住, 不能下落等。位移受到限制的物体称为**非自由体**。对非自由体的某些位移起限制作用的周围物体称为**约束**。例如, 铁轨对于机车, 轴承对于电机转子, 钢索对于重物等, 都是约束。

从力学角度分析, 约束对物体的作用, 实际上就是力, 这种力称为**约束力**。因此, 约束力的方向必然与该约束所能阻碍的物体的位移方向相反。应用这个准则, 可以确定约束力的方向或作用线的位置, 但不能确定约束力的大小。在静力学问题中, 约束力和物体所受的其他已知力(称为**主动力**)组成平衡力系, 因此可以通过力系的平衡条件求出未知的约束力。显然, 当主动力改变时, 约束力一般也随之发生改变, 从这个角度看, 约束力是被动的, 这也是将约束力之外的力称为主动力的原因。

下面介绍几种工程中常见的约束类型和确定约束力方向的方法。

1. 光滑接触面约束

两物体直接接触, 接触处光滑无摩擦, 这种约束称为光滑接触面约束。此种情形下, 无论接触面是平面或曲面, 都不能限制物体沿接触面切线方向的运动, 而只限制物体沿着接触

面的公法线指向约束物体方向的运动。因此, 光滑接触面对物体的约束力通过接触点, 方向沿着接触面公法线方向, 并指向被约束物体, 通常用 F_N 表示。如图 1.5 中的 F_{NA} , F_{NC} 和图 1.6 中的 F_{NA} , F_{NB} , F_{NC} 等。

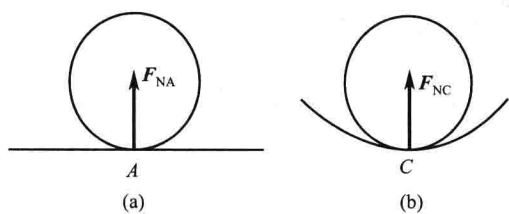


图 1.5

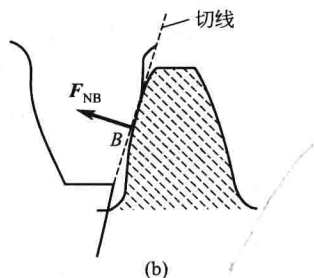
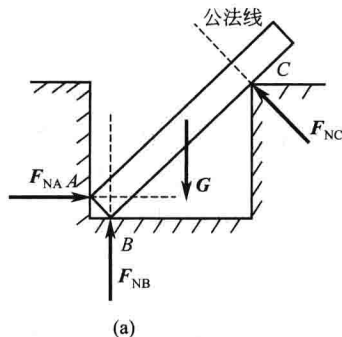


图 1.6

2. 柔性约束

绳索、工业带、链条等都可以理想化为柔性约束，统称为柔索。

如图 1.7 所示，由于绳索本身只能承受拉力，所以它作用于物体的约束力也只可能是拉力。可见，绳索对物体的约束力，作用在接触点，方向沿着绳索背离物体。通常用 T 或 F_T 表示这类约束力。同样，工业带、链条等也都只能承受拉力，当它们绕在轮子上时，对轮子的约束力沿轮缘的切线方向背离被约束的轮子，如图 1.8 所示。

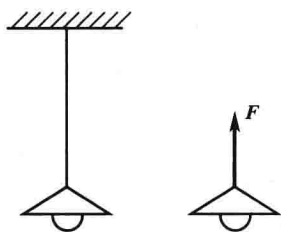


图 1.7

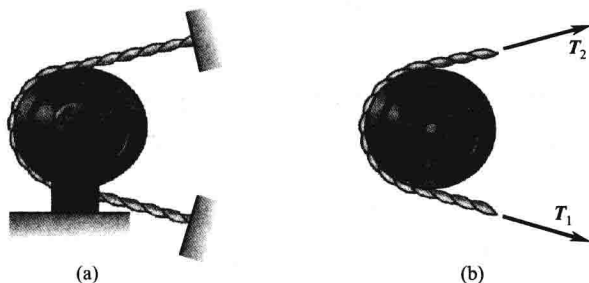


图 1.8

3. 光滑圆柱铰链约束

光滑圆柱铰链又称柱铰，或者简称铰链，是指两个构件钻有同样大小的圆孔，并用与圆孔直径基本尺寸相同的光滑圆柱销连接而构成的约束，如图 1.9 所示。圆柱销连接处称为铰接点。

这类约束限制物体沿圆柱销的任意径向方向的移动，而不能限制物体绕圆柱销轴线的转动和沿平行圆柱销轴线方向的移动。在不考虑摩擦的情况下，圆柱销钉和圆孔是光滑接触，所以约束力应沿接触点的公法线且垂直于轴线。但是，由于工作过程中接触点的位置不能预先确定，因此约束力的方向也不能预先确定，如图 1.10 所示。可见，光滑圆柱铰链的约束力在垂直于圆柱销轴线的平面内，通过圆柱销中心，但其大小和方向均不确定。这种情况下，通常用两个正交分力 F_x 、 F_y 来表示，其中 F_x 、 F_y 的指向可任意假定。

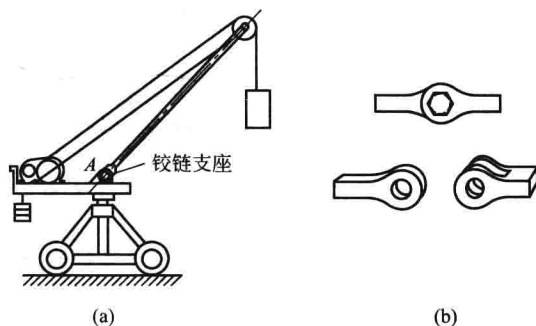


图 1.9

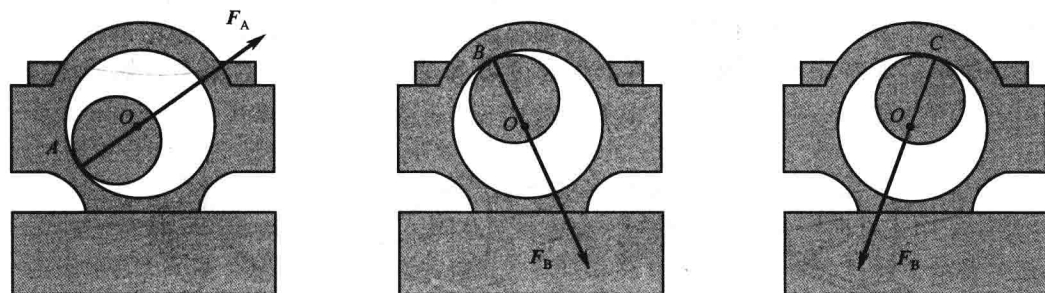


图 1.10

在用圆柱销连接的两个构件中，若两个构件都是活动的，则这种铰链约束称为活动铰。活动铰的简图及约束力表示如图 1.11(a) 和(b) 所示。