王建民　主编

高三数学

总复习讲义

（上册）

高三数学总复习讲义
（上册）

王建民　主编
海淀区高三数学中心备课组

编者　王人伟　王建民　王燕谋　任光辉
何振琪　邵光砚　薛文叙　范登宸
普成兴　张振威　唐大昌　董世奎

学苑出版社

图书在版编目(CIP)数据

高三数学总复习讲义 上册/王建民主编. —北京:宇航出版社,1997.5

ISBN 7-80034-929-2

Ⅰ.高… Ⅱ.王… Ⅲ.数学课-高中-教学参考资料 Ⅳ.G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(97)第 07764 号

宇航出版社出版发行

北京市和平里滨河路 1 号(100013)

发行部地址:北京阜成路 8 号(100830)

门市部:北京海淀书城宇航文苑(100080)

北京门头沟区印刷厂印刷

新华书店经销

1997 年 5 月第 1 版 1997 年 5 月第 1 次印刷

开本:787×1092 1/32 印张:16.625 字数:492 千字

印数:1~15000 册 定价:19.50 元

前　言

高三数学总复习一般分两个阶段进行。第一阶段以复习基础知识、强化基本方法和基本技能，熟练掌握基本数学思想，培养学科能力为目标。本书就是为第一阶段的复习而编写的课堂教学用书。

参加本书编写的是北京市海淀区高三数学中心备课组的部分兼职教研员。本书在中心备课组的多次集体讨论的基础上，对多年来的经验进行筛选而成的。本书完全按照海淀区高三数学总复习计划编写，全书按章、节分课时编写，共113课时。每课时分复习指导、例题选讲、课外练习三大部分。为了适应不同层次学生的需要，在重点和关键的课时内，提供了1～3个备选例题。为了发挥例题的功能，全书在解题思路、解后思考这两部分中，对数学思想方法、题目结构及其规律、解题经验等做了重点又扼要的讲解。全书配有单元检测题，课外练习及单元检测都备有答案可供参考。

本书作者在第一线指导全区高考已经战斗了十几个春秋，为海淀区的教育事业做出了不小的贡献，积累了丰富的经验。他们中的绝大部分，将在近一二年内退休，在他们即将离开战斗岗位之际，把个人的经验、集体的智慧，把他们对教育事业的无限忠诚，把他们对教育事业美好前景的憧憬和眷恋都溶进本书之中。他们把本书献给高中学生，希望学生们能从中受益、提高成绩；他们把本书献给青年教师，希望青年教师能踏着他们搭起的梯子，努力登攀，超越他们，为教育事业做出更大的贡献；他们把本书献给关心我区的同仁，希望彼此取长补短，共创教育事业的万紫千红的春天。

目　录

第一章　函　数

现实世界无时无刻不在发生变化，正所谓“今天的太阳不同于昨天的太阳”.数学反映的是现实世界中的量的关系，因此研究变量间关系的函数概念，或取确定值时量的关系的方程概念，及由此引伸、归纳、总结出的函数与方程思想，是中学数学中重要的思想方法之一，必然成为高考重点考查的内容，涉及这部分的内容的分值，约占每年高考试题的$\frac{1}{4}\sim\frac{1}{3}$.

复习中首先必须理解各个基本概念，弄清楚概念的各种数学表示的特点并能将其互相转化。其次要学会综合应用概念来审视问题、判断问题，并进行必要的计算及推理；在此基础上，才能在处理各种复杂问题时，恰当地提炼出其内在的函数关系或相应的方程式，应用函数与方程思想方法来解决问题.

第1课时　充要条件(一)

复习指导

充分条件，必要条件及充要条件是逻辑知识，它们揭示了命题中条件和结论之间的依存关系，是中学数学中的重要概念.学习并掌握这一概念，是中学数学培养学生的逻辑思维能力的整个过程中的重要一步，因此，这一概念是历年高考中必考的内容.

复习中，首先要理解充分条件、必要条件及充要条件的定义(结合原命题、逆命题、否命题、逆否命题的关系说明).二要学会对判断对象，紧扣定义构造两个新命题，并证明构造命题的真、假，据此由定义作出结论.三要根据充要条件的作用，初步了解推理及变换中的等价性，不犯逻辑错误.

基本概念

1.命题分类

原命题　$A\Rightarrow B$　　逆命题　$B\Rightarrow A$

否命题　非 $A\Rightarrow$非 B　逆否命题　非 $B\Rightarrow$非 A

原命题与逆否命题同时真(正确)或同时假(不正确);逆命题与否命题同时真(正确)或同时假(不正确).

2. 充要条件

(1)充分条件:如果 A 成立,那么 B 成立,即 $A\Rightarrow B$,称条件 A 是 B 成立的充分条件.

(2)必要条件:如果 B 成立,那么 A 成立,即 $B\Rightarrow A$,称条件 A 是 B 成立的必要条件.

(3)充要条件:如果 A 是 B 成立的充分条件,且 A 又是 B 成立的必要条件,即 $A\Rightarrow B$ 且 $B\Rightarrow A$,称 A 是 B 成立的充分必要条件,简称充要条件.

例 1:用"$\alpha=\frac{\pi}{3}$","$\cos\alpha=\frac{1}{2}$"构造四个命题,并判断命题真伪.

例 2.:"直线 $a/\!/b$,$b\subset$平面 α"是"$a/\!/\alpha$"的充分条件吗?

分析:构造命题 $a/\!/b,b\subset\alpha\Rightarrow a/\!/\alpha$.

$\because a/\!/b,b\subset\alpha\Rightarrow a\subset\alpha$ 或 $a\not\subset\alpha$.

当 $a\subset\alpha$ 时,a 与 α 不平行,当 $a\not\subset\alpha$ 时,$a/\!/\alpha$,所以构造命题不成立,"$a/\!/b,b\subset\alpha$"不是"$a/\!/\alpha$"的充分条件. 而"$a/\!/b,b\subset\alpha$,因此 $a\not\subset\alpha$"是"$a/\!/\alpha$"的充分条件.

例 3:判断下列各题中条件 A 是结论 B 成立的什么条件

条件 A	B	构造命题	结论
$x=1$	$x^2+x-2=0$	$x=1\Rightarrow x^2+x-2=0$√ $x^2+x-2=0\Rightarrow x=1$×	A 是 B 的充分而不必要条件
集合 $M\subseteq N$	$M=N$		
$\triangle ABC$,$AB=AC$	$\triangle ABC$ 是等腰三角形		
a、b、c 成等差数列	$2b=a+c$		
$x>2$	$x>3$		
$a>1$	$y=\log_a x$ 是增函数		

练习 1-1

1. 构造命题并判断下列各题中，条件 A 是结论 B 的什么条件.

(1) A：$\sin\alpha=\sin\beta$　B：$\alpha=\beta$；

(2) A：$ac^2>bc^2$　B：$a>b$；

(3) A：$\log_3 x^2=2$　B：$\log_3 x=1$；

(4) A：两条直线 a、b 不平行　B：直线 a 与 b 相交；

(5) A：$m=\lg\dfrac{3}{2}$，$n=\lg\dfrac{2}{3}$　B：m 与 n 互为相反数；

(6) A：G 是 4 和 9 的等比中项　B：$G=6$；

(7) A：复数 $Z_1=Z_2\neq0$　B：$\arg Z_1=\arg Z_2$；

(8) A：$a>2$ 且 $b>2$　B：$a+b>4$.

2. 证明：函数 $f(x)=Kx+b(K\neq0)$ 是奇函数的充要条件是 $b=0$.

第 2 课时　充要条件（二）

例 1. 判断下列各题中条件 A 是 B 成立的什么条件.（充分、必要、充要或都不是）

(1) A：$\alpha=\dfrac{\pi}{3}$　B：$\text{tg}\alpha=\sqrt{3}$

(2) A：$x^2>4$　B：$x>2$

(3) A：$ab>0$ 且 $a+b>0$　B：$a>0$ 且 $b>0$

(4) A：$b^2-4ac<0$　B：$ax^2+bx+c>0$ 的解集是 R.

解：(1) $\because \alpha=\dfrac{\pi}{3}\Rightarrow \text{tg}\alpha=\sqrt{3}$，而 $\text{tg}\alpha=\sqrt{3}\Rightarrow\alpha=k\pi+\dfrac{\pi}{3}(k\in Z)\neq\dfrac{\pi}{3}$

$\therefore \alpha=\dfrac{\pi}{3}$ 是 $\text{tg}\alpha=\sqrt{3}$（A 是 B）的充分而非必要条件.

(2) $\because x^2>4\Rightarrow x<-2$ 或 $x>2$，

$\therefore x^2>4\Rightarrow x>2$ 是错的. 而 $x>2\Rightarrow x^2>4$

$\therefore x^2>4$ 是 $x>2$ 的必要而非充分条件.

(3) $\because ab>0$ 且 $a+b>0$ 时 $\Rightarrow a$、b 同号且同为正号，即 $a>0$ 且 $b>0$，而 $a>0$ 且 $b>0\Rightarrow ab>0$ 且 $a+b>0$. 则 $ab>0$ 且 $a+b>0$ 是

$a>0$ 且 $b>0$ 的充要条件.

(4) ∵ $b^2-4ac<0$ 时，$a<0 \Rightarrow ax^2+bx+c<0$

∵ $ax^2+bx+c>0$ 解集为 $R \Rightarrow a=b=0$ 且 $c>0$ 或 $a>0$ 且 $b^2-4ac<0$；

∴"$b^2-4ac<0$"是"$ax^2+bx+c>0$ 的解集是 R"的既不充分也不必要条件.

例 2. 有下列三个命题：

命题甲：z_1,z_2 是复数且 $|z_1|=|z_2|\neq 0$.

命题乙：z_1 与 z_2 的辐角相等.

命题丙：$z_1=z_2$.

当甲成立时，乙是丙的(　　).

(A)充分而非必要条件　(B)必要而非充分条件

(C)充要条件　　　　　(D)既不充分也不必要条件

分析：$|z_1|=|z_2|\neq 0$ 且 z_1 与 z_2 的辐角相等时 $\Rightarrow z_1=z_2$ 是正确的，乙是丙的充分条件.

∵ $|z_1|=|z_2|\neq 0$ 且 $z_1=z_2$ 时，z_1 与 z_2 的辐角可以相差 2π 的整数倍并不一定相等，所以乙不是丙的必要条件，则选 A.

备选例题

例 3. 当实数 k 在什么范围取值时，方程 $x^2-2kx+(3k-2)=0$ 有两个实根 x_1、x_2，且 $1<x_1<2$ 且 $2<x_2<3$? 〔$k\in(2,\frac{7}{3})$〕

练习 1-2

1. △ABC 中，"$B=\frac{\pi}{3}$"是三内角成等差数列的(　　)

(A)充分而非必要条件　(B)必要而非充分条件

(C)充要条件　(D)既不充分也不必要条件

2. 复数 $z=a+bi(a,b\in R)$. z 是纯虚数的一个必要但不充分的条件是(　　)

(A)$a=b$　(B)$a=0$　(C)$b=0$　(D)$a=0$ 且 $b\neq 0$.

3. "$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha+\sin\beta$"是"$\alpha=2\pi$"的(　　)

(A)充分而非必要条件　(B)必要而非充分条件

(C)充要条件　　　　(D)既不充分也不必要条件

4. $\triangle ABC$,三内角 A、B、C 的对边分别是 a、b、c. "$\sin A=\sin B$"是"$a=b$"的(　　)

(A)充分而非必要条件　(B)必要而非充分条件

(C)充要条件　　　　(D)既不充分也不必要条件

5. 现有甲、乙、丙三个命题:

甲. 相交两直线 l、m 都在平面 α 内且都不在平面 β 内.

乙. l、m 中至少一条与 β 相交.

丙. α 与 β 相交.

当甲成立时,乙是丙的(　　)

(A)充分而非必要条件　(B)必要而非充分条件

(C)充要条件　　　　(D)既不充分也不必要条件

6. M、N 均为非空集合,那么"$M\cap N=M$"是"$M\subset N$"的(　　)

(A)充分而非必要条件　(B)必要而非充分条件

(C)充要条件　　　　(D)既不充分也不必要条件

7. $\mathrm{tg}x=1$ 是 $x=\frac{5\pi}{4}$的(　　)

(A)充分条件　　(B)必要条件

(C)充分必要条件　(D)既不充分也不必要条件

8. 设 z 是复数,则 $z=\bar{z}$ 是 z 为实数的(　　)

(A)充分而非必要条件　(B)必要而非充分条件

(C)充要条件　　　　(D)既不充分也不必要条件

9. 设甲是乙的充分条件,乙是丙的充要条件,丙是丁的必要条件,那么丁是甲的(　　).

(A)充分条件　(B)必要条件

(C)充要条件　(D)既不充分也不必要条件

10. 四棱锥成为正四棱锥的一个充分但不必要的条件是(　　).

(A)各侧面是正三角形　　　(B)底面是正方形

(C)各侧面三角形顶角 45°　　(D)顶点到底面的射影在底面四边形对角线的交点上

11. 看课本代数上册 P5-P13 填空

(1)子集

(2)真子集

(3)集合相等

(4)交集

(5)并集

(6)全集

(7)补集

第3课时　集合(一)

复习指导

1. 基础知识

集合是现代数学的基本概念之一,中学数学中只介绍了有关集合的最基本的知识:

(1)集合概念的特征:集合中元素的确定性、互异性、无序性.

(2)集合的表示方法:列举法、描述法、大写字母表示法及图示法.

(3)元素与集合间的关系运算:属于$\in$、不属于$\notin$,及空集概念.

(4)集合与集合间的关系运算:子集$\subseteq$(包含)与$\supseteq$(包含于)、真子集$\subset$与$\supset$、相等$=$(等于)、交$\cap$(且)、并$\cup$(或)、全集I及补集$\overline{A}$(A补).这些关系运算的最基本的性质.

2. 集合概念可以渗透到其它数学概念之中,运用集合间的关系运算,表述各类数学概念及它们之间的内在联系.反之,可以通过集合间关系运算,测试学生对数学概念的理解程度、数学基本技能的水平及应用概念处理问题的能力.因此这部分内容必然成为高考常考的内容之一.

3. 含n个元素的集合I的所有子集的个数为$C_n^0+C_n^1+C_n^2+\cdots+C_n^n=2^n$.

例1. **填空**($\in$、$\notin$、$\subseteq$、$\subset$、$=$)

$\sqrt{3}$ ____ R. $\sqrt{3}$ ____ Q. $3+2i\in$ ____. -2 ____ $\{x|x^2+x-2=0\}$. -1 ____ $\{x|x^2-1=0$ 且 $x\in N\}$. $\{x|x>3\}$ ____ $\{x|x\geqslant 3\}$. {正方形} ____ {矩形}. $\{x|y=\sqrt{x-1}\}$ ____ $\{y|y=\sqrt{x-1}\}$. $\{m|m=a^2+3a+2$ 且 $a\in$

$Z\}$ ____ $\{n \mid n=b^2-3b+2$ 且 $b\in Z\}$.

略解:前面几个空的答案显然.最后两空$\{x \mid y=\sqrt{x-1}\}$为函数的定义域$[1,+\infty)$,而$\{y \mid y=\sqrt{x-1}\}$为函数的值域$[0,+\infty)$,所以应填$\subset$.而当$a\in Z$、$b\in Z$时,$m=(a+1)\cdot(a+2)$、$n=(b-1)\cdot(b-2)$均表示相邻二整数乘积,所以两集合相等.

例 2. 数集 $X=\{(2n+1)\pi, n\in Z\}$与数集 $Y=\{(4k\pm1)\pi, k\in Z\}$之间的关系是(　　).

(A)$X\subset Y$　(B)$X\supset Y$　(C)$X=Y$　(D)$X\neq Y$.

解法(1)抽象$\Rightarrow$具体.代值验证归纳选C.

解法(2)数形结合.看作角集合画出终边.

解法(3)推理运算.由复杂一方下手化简归纳

$\because 4k+1=2\times 2k+1$

$4k-1=2\times(2k-1)+1$

当$k\in Z$时,$2k$是偶数,$2k-1$是奇数,而$\{$偶数$\}\cup\{$奇数$\}=Z$,则两集合相等.

解后思考:讨论集合间的关系,必须对所讨论的集合中元素的本质属性进行提炼、归纳、变形化归、抽象概括才能逐步认清本质属性,做出正确判断.

例 3. 全集 $I=R$、$A=\{x \mid x^2>4\}$、$B=\{x \mid x>3\}$,求 $A\cap B$、$A\cup B$、$\overline{A}\cap B$、$A\cup\overline{B}$

解:$A=\{x \mid x<-2$ 或 $x>2\}$,

$\therefore A\cap B=\{x \mid x>3\}$、$A\cup B=A$,

$\because \overline{A}=\{x \mid x^2\leqslant 4\}=\{x \mid -2\leqslant x\leqslant 2\}$,

$\overline{B}=\{x \mid x\leqslant 3\}$,

$\therefore \overline{A}\cap B=\varnothing$、$A\cup\overline{B}=R=I$.

练习 1-3

1. 填空题

(1)用列举法写出集合 $M=\{x \mid x^3-1=0, x\in C\}=$ ________

(2)方程$(x-2)(x^2-2x+1)=0$的解集 ________

(3)若 $b\in R$,i 是虚数单位,集合 $M=\{bi\}$,集合 $N=\{$纯虚数$\}$,则集合 M 与 N 的关系是____________

(4)$\{x|x^2-2x-8\geqslant 0\}=$____________

(5)$A=\{(x,y)|2x-y+3=0\}$、$B=\{(x,y)|3x+y+2=0\}$、$A\cap B=$____________

(6)$A=\{x|x^2-ax-2=0\}$,$B=\{x|2x^2-3x+b=0\}$,若 $A\cap B=\{-1\}$,则 $a+b=$____________

(7)平面 $\alpha\cap$平面 $\beta=a$,直线 $b\subset\alpha$ 且 $b\cap\beta=A$,则 $a\cap b=$____________

(8)"如果平面 α 与平面 β 有一个公共点 A,那么它们就有且只有一条经过点 A 的公共直线".用符号表示这个命题:____________.

2.选择题

(1)$M=\{$正方形$\}$、$N=\{$长方形$\}$、$P=\{$平行四边形$\}$、$Q=\{$四边形$\}$,则此四个集合的关系是(　　).

(A)$M\subset N\subset P\subset Q$　(B)$M\subset N\subset Q\subset P$

(C)$N\subset M\subset P\subset Q$　(D)$Q\subset P\subset N\subset M$

(2)$M=\{x|x^2-2ax+1=0\}$,若 $M\cap R=\varnothing$则实数 a 的取值范围是(　　).

(A)$(-1,+\infty)$　(B)$[-1,+\infty)$　(C)$(-1,+1)$　(D)$(-\infty,-1]$

(3)集合 $M=\{x|(x-2)(x-3)>0\}$,$N=\{x|\dfrac{x-2}{x-3}>0\}$,$P=\{x|\dfrac{x-3}{x-2}>0\}$,则此三个集合的关系是(　　).

(A)$M\supset N=P$　(B)$M\subset N=P$

(C)$M=N=P$　(D)$M=N\subset P$

(4)集合 $M=\{\dfrac{n\pi}{2},n\in Z\}$,$N=\{n\pi,n\in Z\}$,$P=\{2n\pi,n\in Z\}$,则三者关系是(　　).

(A)$M\supset N\supset P$　(B)$M\subset N\subset P$　(C)$M\subset N=P$　(D)$M=N\cup P$

(5)集合 $M=\{x|y=x^2-2x-1\}$、$N=\{y|y=x^2-2x-1\}$,则 $M\cap N=$(　　).

(A)M　(B)N　(C)R　(D)$\varnothing$