

測量學講義

武漢水利學院

測量教研組

1958年2月

目 錄

第一章 緒 論

1-1	測量学的分類和任务以及它对祖國建設的意义	1
1-2	測量学課程在有關專業中的地位及其和其他科学的關係	2
1-3	測量学發展簡史	2
1-4	苏联測量学的發展	3
1-5	我國古代人民对測繪学朮的貢獻及近代我國測量学的情況	3
1-6	地球的形狀及大小	4
1-7	地面點投影在大地水准面的位置，地理坐标	6
1-8	水准面当作平面的限度	7
1-9	高程及地球曲率对高程的影响	8
1-10	比例尺	9
1-11	平面圖，地圖及断面圖	11
1-12	測量工作的概念	12

第二章 誤差的概念

2-1	序述	13
2-2	量度	13
2-3	誤差的種類和來源	13
2-4	偶然誤差的特性	14
2-5	算朮平均值	14
2-6	平均誤差和均方誤差（中誤差）	15
2-7	算朮平均值的均方誤差	16
2-8	用最或然誤差表示的均方誤差	17
2-9	相对誤差	18
2-10	容許誤差	19

第三章 直綫定綫及直綫丈量

3-1	地面上點，綫的標誌及直綫定綫	20
3-2	長度的單位	22
3-3	丈量距离的工具	23

3-4	鋼尺的檢驗	23
3-5	直綫的丈量	23
3-6	鋼尺丈量距離所應加的改正數量	24
3-7	直接量水平距離的方法	26
3-8	鋼尺丈量距離精度	27
3-9	測斜器	28

第四章 直綫定向

4-1	定向概念	30
4-2	真方位角與磁方位角之間的關係	31
4-3	方位角與象限角的相互換算	32
4-4	根據兩個方向的方位角或象限角求它們之間的夾角	33
4-5	正, 反方位角和正, 反象限角	35
4-6	方向角	36

第五章 羅盤儀定向及羅盤儀測量

5-1	羅盤儀的構造和使用方法	38
-----	-------------	----

第六章 水平角測量

6-1	量水平角的原理	43
6-2	經緯儀的構造	43
6-3	望遠鏡的構造及成像	45
6-4	十字絲、望遠鏡的对光、視差	47
6-5	望遠鏡的光學性能	48
6-6	內对光望遠鏡	50
6-7	量角讀數設備	51
6-8	水准器	54
6-9	經緯儀的檢驗和校正	55
6-10	儀器誤差對水平角觀測的影響	58
6-11	經緯儀的保養	60
6-12	光學經緯儀	60
6-13	經緯儀的安置	62
6-14	量水平角的方法	63
6-15	量角的精度	66
6-16	設角器	67

第七章 經緯儀測量的外業

7-1 經緯儀測量的概念	69
7-2 導綫的種類和經緯儀導綫測量外業	69
7-3 導綫和高級控制點的連結	71
7-4 測定碎部的方法	72
7-5 經緯儀導綫的手簿和草圖	74

第八章 經緯儀測量的內業

8-1 經緯儀測量內業概念	75
8-2 閉合導綫角度閉合差的計算和調整	75
8-3 閉合導綫各邊方向角和象限角的計算	76
8-4 附合導綫的角度閉合差和方向角的計算	78
8-5 坐标增量的計算	79
8-6 閉合導綫坐标增量閉合差的計算和調整	81
8-7 坐标的計算	82
8-8 附合導綫坐标增量閉合差的計算和調整	84
8-9 結點導綫的計算	84
8-10 導綫錯誤的發現	86
8-11 根据導綫點的坐标画導綫	86
8-12 將地物画在平面圖上	88
8-13 平面圖的整飾和保管	89
8-14 平面圖的縮放和描繪	90

第九章 面積計算

9-1 一般概念	91
9-2 圖解法求面積	91
9-3 定極求積儀	92
9-4 定極求積儀的使用	92
9-5 定極求積儀常數的鑑定	93
9-6 使用定極求積儀時應注意的事項	94

第十章 水准測量

10-1 高程測量概念	95
10-2 水准測量原理	95
10-3 高程控制網	96

10-4	水准儀構造和類型	97
10-5	水准尺及尺墊	99
10-6	水准測量方法	99
10-7	水准測量的誤差及其消除法	102
10-8	水准測量的校核及精度	106
10-9	水准測量的平差(成果調整)	107
10-10	水准儀的檢驗與校正	109
10-11	山谷及過河的水准測量	111

第十一章 視距測量

11-1	一般概念	112
11-2	豎直角視測	112
11-3	視距原理	116
11-4	視距計算表的应用	120
11-5	視距測量外業	131
11-6	視距測量內業	133

第十二章 平板儀測量

12-1	概說	136
12-2	平板儀構造及附件	136
12-3	平板儀望遠鏡照准儀的檢驗和校正	137
12-4	平板儀的安置	138
12-5	平板儀測量方法	139
12-6	平板儀控制測量	141
12-7	平板儀碎部測量	144
12-8	平板儀和經緯儀配合施測地形	145

第十三章 地形表示法

13-1	地形概念	146
13-2	在圖上表示地形的的方法	148
13-3	等高綫的性質和特點	149
13-4	等高綫的施測	149
13-5	等高綫的描繪	150
13-6	借地形圖等高綫解決的一些問題	151

第十四章 气压高程測量及草測

(甲) 气压高程測量

14-1	概念.....	155
14-2	高差計算公式.....	155
14-3	气压高程測量的方法.....	158
14-4	气压高程測量注意事項.....	160
14-5	气压高程測量精度.....	160

(乙) 草 測

14-6	草測的意义和应用.....	160
14-7	距离的測定.....	161
14-8	直綫定向和角度的測定.....	161
14-9	草測的作業.....	162

第十五章 渠綫測量

15-1	渠綫測量概述.....	163
15-2	里程樁的釘定.....	163
15-3	曲綫的測設.....	164
15-4	渠綫水准測量.....	172
15-5	土方計算.....	179
15-6	边坡樁設置.....	181

第十六章 樁定工作測量

16-1	概念.....	183
16-2	根据地面上已有的地物樁定新建築物.....	183
16-3	樁定高程等于一定数值的點子.....	184
16-4	設出已給坡度的直綫.....	185
16-5	用捲尺設置直角.....	185
16-6	用捲尺从直綫外面一點作垂直綫.....	186
16-7	用捲尺求出角度.....	187
16-8	測定建築物的高度.....	187
16-9	高程的傳遞.....	187
16-10	將一塊地面割为水平面.....	188
16-11	把一塊地面割除成傾斜的平面.....	189

第十七章 小三角測量及真子午綫測定

(一)小三角測量

17-1	大面積測量控制機構.....	190
17-2	三角測量的概念.....	190
17-3	三角測量的圖形.....	191
17-4	三角測量的等級.....	192
17-5	三角測量工作.....	192

(二)真子綫的測定

17-6	观测北極星法.....	198
17-7	观测太陽于等高仰角法.....	201
附	地形圖例.....	204

第一章 緒 論

1-1 測量學的分類和任務，以及它對祖國建設的意義

測量學分為高等測量學和普通測量學兩類。高等測量學亦名大地測量學是研究整個地球的形狀和大小的科學。它考慮地球的曲率。普通測量學亦名平面測量學，一般都把它簡稱為測量學，以後我們所提及的測量學系指普通測量學而言。普通測量學是就幾何方面，對地球局部的自然表面進行研究的一門科學，它所研究的對象僅是地球的某一小部分，這一小部分的區域，不考慮地球的曲率把它當作平面看待。

測量學是量地的技術科學，它的任務主要包括下列兩方面：

1. 測定一塊或整個地球表面的形狀和大小，並按縮小的比例尺繪製成圖。這一方面的任務常常還包括面積和體積的測定；

2. 確定建築物或機器的設計位置，也就是把設計所決定的位置在地面上（空中或地下）定出來。

在祖國偉大的社會主義建設初期，全國正進行着大規模的地下資源的勘探和調查工作。某一種地下資源一定蘊藏在與它有關的地質的地層里，而地形又與地質發生密切關係，這就說明了了解地形對勘探地下資源的重要性。已經發現的地下資源的地位和蘊藏量也必須測量出來，並表示在地形圖上。

任何一個建築物是先後經過勘探、設計、施工三個階段建成的。測量是勘探工作中不可缺少的部分。只有根據精確的地形圖和其他必要的勘探資料才有可能設計出完善、經濟的建築物。在施工之前和施工過程中要用測量方法把設計所確定的位置定出來。就是在施工之後還要測出建築物的變形和變位。

例如，鐵路、公路、運河、灌溉系統、油管、上下水道等路線的設計必須以詳細精確的地形圖為依據才能使建築費用最小，而同時建築物的效用又最高。

進行河流規劃以及確定水工結構的位置和類型也需要地形圖。

在修建工業和民用建築時，我們要根據地形圖選擇最合适的位置，使給水、排水、燃料、運輸等問題得到最合理的解決。

城市規劃、綠化計劃，住宅區的改善等工作都需要利用地形圖和空中照片。此外，土地整理和林業管理方面也需要做測量工作。

設計雖好，如果確定工作做得不精確甚至有錯誤，就會造成很大的浪費。隨着社會主義建設事業的不斷發展，對確定測量工作的要求也愈來愈高。在工業建築中車間牆壁的鋼架的平面位置要准到 2 公分，高程要准到 0.4 公分。有些灌溉干渠的落差、每公里是幾公分，所定出的坡度綫的落差、誤差每公里不得超過 0.5 公分。至於測定建築物的變形和變位就需要更精確的測量的工作，有時要測出

不到0.1公分的變位。

在國防建設方面，工事修建同樣用到測量。作戰時地圖就成為軍隊的“眼睛”。指揮員要根據地形圖研究戰區的地形，然後擬訂作戰計劃，並布置行軍路線和軍隊駐紮地點。射擊目標的精確位置要在地形圖上求出，有時還要在作戰過程中用測量方法測出。

1-2 測量學課程在有關專業中的地位及其和其他科學的關係

測量工作的應用既然很廣，因此，除了測繪學院的學生專門學測量外，其他如地質學院、礦業學院、石油學院、土木、建築及水利類的工程學院、農業學院、林業學院及軍事學院的很多專業的學生都要學測量學。不同專業對測量的要求儘管有所不同，學時也有多有少，但教給學生的應該是一門科學，而不只是一些零星的知識和技術。

對於土木、建築及水利的同學來講，他們主要是學會用圖，同時要掌握測量中的基本工作，以便能在小區域內測繪大比例尺圖，此外還必須學會做簡單的樁定工作。

水利專業同學所做的測量工作，一般是水庫庫址及其灌區的地形圖測量，渠綫測量，修建壩堤的施工測量以及在江、河、湖、泊所進行的有關水文方面的測量。

測量學像其他科學一樣是由于實際需要而產生的。測量學和其他科學有着緊密的聯繫。測量學用到數學、物理、天文、地質、地貌等方面的知識。數學是做測量計算工作和成果整理工作所不可缺少的工具。測量儀器必須應用光學原理來設計。有些測量工作必須以天文觀測的結果作為依據。一個測量工作者如果掌握足夠的地質、地貌知識就能更準確地，更迅速地測出地形來。顯然，這些科學的發展一定會推動測量學的發展。相反地，其他科學也常常要用測量所得到的成果。測量學在它的發展過程中曾向其他科學提出了很多特殊要求，這就推動了這些科學的發展。總之，各門科學之間有着密切的聯繫，而科學愈發展，這種聯繫將更密切。

1-3 測量學發展簡史

由於人們在經濟上、政治上和文化上的需要，測量學很早就建立起來，並不斷向前發展。古代埃及的尼羅河每年洪水氾濫，消滅了土地的邊界，每年就要進行土地測量，劃分土地的邊界。古代希臘人也很早就掌握土地測量的方法，測量學按希臘文的意義就是土地劃分。中國也很早就進行土地測量。

在十一世紀中，俄國人沿水面跨過克爾欽海峽量出塔曼尼城和克爾奇城之間的距離。

中國人發明的磁針解決了測量工作的定向問題，在十字軍東征期間（1099～1294）傳到歐洲。在1616年左右發明了望遠鏡，為測量工作帶來了極有用的工具。此後人們不斷創造和改進測量儀器，提高了測量工作的效率，但總是停留在手工業式的階段。在第一次世界大戰期間，由於軍事上的需要，航空攝影測量得到應用。戰後應用於普通的測量工作，這就開始了測量工作的機械化時代。航空攝影

測量在蘇聯有了空前的發展，很多學者改進和發明了很多航測儀器，使航空攝影測量成為測圖的主要方法之一。

最近對於利用無線電和光來量距離所進行的研究工作收到很好的效果。用無線電量幾百公里的長度可以准到幾公尺。有一種利用光的儀器量40公里長度的誤差不超過1公分。還有利用電子和光量5公里左右的距離時，誤差不超過2公尺，也有 $\frac{1}{2500}$ 的精度。這一方向的進一步發展將改變測量工作的面貌，同時需要研究相適應的計算方法。

由於各種原因，測量的觀測結果中總包含誤差。在19世紀初，勒戎德爾和高斯先後發表了處理誤差的方法，稱為最小二乘法。

地球的形狀和大小在測量學上一直占着很重要的地位。最初人們認為地面是平的。大約在紀元前540年比達哥拉斯提出地球是球形的說法。埃拉托芬（紀元前276~195）用正確的方法測定地球的大小。他用天文法測定同一子午線上兩點在球心的夾角，再根據這兩點之間的距離推算出地球的半徑。這一方法迄今還是測定地球大小的標準方法之一。以後，各種觀測結果證明，地球更接近一個橢圓球，但到底是長橢圓體（兩極較長）還是扁圓體（兩極較短）的問題爭執很久。為了解答這個疑問，法國皇家科學院派人到比魯進行弧度測量（1735~1743），結果證明地球是扁橢圓體。最近150年來很多測量學者對地球的形狀和大小進行研究和推算，以蘇聯科學家克拉索夫斯基所得的結果最為精確。地球的形狀和大小還要繼續研究，在這方面我國廣大國土的測量成果對推算更精確的結果將起重要的作用。

1-4 蘇聯測量學的發展

蘇聯的測繪事業，在十月革命以後得到蓬勃發展。鑒於測繪事業對於發展國家生產力的重要性，列寧在1919年3月15日簽署了成立國家測繪總局的命令。30餘年來，蘇聯的大地測量工作滿足了科學研究和測圖工作的需要。到1950年為止蘇聯已測一、二等三角鎖150,000公里以上，重力點一萬個以上。在蘇聯大地測量學家克拉索夫斯基教授的領導下，根據極豐富而廣泛的大地測量資料，採用了先進而嚴密的計算方法，推算出最精確的地球形狀和大小。從1930年起，蘇聯採用了航空攝影測量方法，並在方法上和儀器上，有很多創造。

在1928年建立中央天文、大地測量、航空測量及制圖研究所。該所的科學家曾對測繪理論、測繪方法及測繪儀器方面做出了不少貢獻。

蘇聯培養測繪干部的学校有高等学校和中等技术学校。高等学校有專門學院，某些學院的系以及物理系和地理系中的有關專業。

不論是測繪事業和測繪科學方面，還是培養測繪干部方面，蘇聯今天已超過資本主義國家，從而，我們測繪工作者，對社會主義制度的優越性，得到了具體的體會。

1-5 我國古代人民對測繪學說的貢獻及近代我國測量學的情況

中國的測繪學說發展得很早。在公元前約1000年的著作《周髀算經》中已記載測定不可到達一點距離

和高度的方法，称为重差法。公元前200年至公元600年之间的书籍里载有计算各种平面图形的面积公式和各种立体形的体积公式。

西晋裴秀（公元224—271）订出制图的准则，称为制图六体，就是分率、准望、道里、高下、方邪、迂直。分率是按比例尺分成方格，例如，每寸代表一百里。准望是指以一定方向为根据的方位。道里是指距离。高下是指地面的高低。方邪是指地物形状的方斜。迂直是指道路或河流的曲直。这些准则规定了绘图的比例尺，点子的距离和方向，地物的形状和地形的情况，这完全合乎科学原则的。裴秀是世界上最早奠定了制图工作的科学基础的人。

公元727年唐朝南宮說在河南用繩墨放在水平位置量从滑洲經汴州，許州到豫州的距离，并量出滑州、開封、扶溝、上蔡四个地方的緯度，这样就可算出子午綫 1° 的弧長。虽然精度不高，但他是世界上第一个实测子午綫 1° 的長度的人。

公元前3世紀就有司南的記載。司南是磨成勺形的天然磁石，勺底是球形。公元11世紀有指南魚的記載，这是由天然磁石的司南改進为人工磁石的指魚。中國人發明的磁針直到現在还是測定方向的重要工具。磁針用在航海上也是中國最早是在12世紀初期。在16世紀末就有人用水平，度杆和照板來測兩點的高差，这个方法的原理和現在的几何水准測量一样。水平是支在水桿上的木槽，在槽的兩端和中央有比槽稍寬的方形小木池，彼此貫通，池中放木浮子。池中貯水后，木浮子就浮在水面上，這時眼睛沿着三个木浮子表面諦視出去的視線就在水平位置了。

早在公元前3世紀就有地圖，但12世紀初的圖是最早保存下來的圖。大禹時代已用輿圖徵收田賦。明太祖派員丈量土地，整理地籍，制成有名的魚鱗圖冊。

清朝末年 and 國民政府時期，虽都設有國家測量局，但所做的工作很少，合乎精度要求的工作更少。

1949年新中國成立后，我國的測繪事業完全改变了舊有的面貌。在短短的几年內，由于社会主义建設的需要，以及党和政府对測繪事業的重視，我國測繪事業有了迅速的發展，各項測繪工作都大大超过了國民黨時期的工作。現在已確定了，以北京原點和黃海平均海面作为全國測量工作的依据。

在1956年成立了國家測繪總局和武漢測量制圖學院，同時科學院的測繪研究機構也相应地擴大。这些都為我國測繪科學在12年內赶上國際水平，創造了有利的条件。

这几年來我們已施測了總長達到 88800 公里的一等三角鎖，并已計劃建立若干世紀水准點以提供研究地壳变化的科学資料，此外我們亦已着手進行了重力測量以研究整个地球的形狀和大小。

这些成就是由于中國共產黨的領導，苏联大公无私的援助以及測量工作者的積極努力所得來的，随着我國社会主义建設大量的開展，我國的測量工程將以更驚人的速度向前發展，在世界測量史上，將寫下光輝的一頁。

1-6 地球的形狀和大小

地球表面是高低不平的，但和它的半徑比起來，这种局部的高低变化还是很小的。我們所說的地球形狀是指它的總的形狀，而不是指地球表面的实际形狀。

想像一个靜止的水面延續成一个閉合曲面。既然这个水面是处在平衡状态，那末在面上任何一

點，通過該點的鉛垂綫（和重力方向一致的綫）是和水面彼此垂直。凡是滿足這樣一個條件的面積稱為水準面。和水準面相切的平面稱為水平面，水平面內的任何一直綫稱為水平綫。

很多水準面中包括平均海面的一個，稱為大地水準面。我們把這個與地球有密切關係的大地水準面的形狀認為是地球的總的形狀。大地水準面是比地球表面光滑得多的面，但還是一個很複雜的面，不能用一個簡單的數學式子來表示。在測量上我們要用一個和大地水準面很接近的數學面來代表地球的總的形狀，以便簡化測量上的計算工作。目前我們採取一個扁形旋轉橢圓體（圖1~1）（一個橢圓繞它的短半徑旋轉而形成的球體）來代表地球，這樣一個球體稱為地球橢圓體。圖1~2是表示地球實際表面，大地水準面和地球橢圓面的相互位置的示意圖。

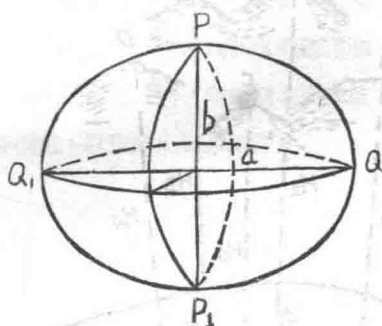


圖1—1

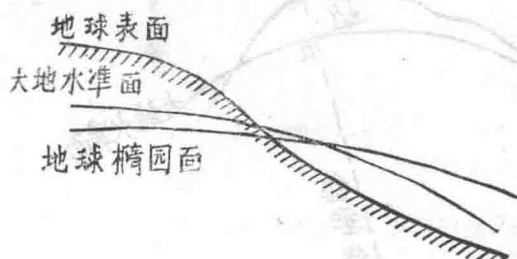


圖1—2

關於地球橢圓體的大小，歷來有很多學者曾對它進行研究和推算。在下表中我們列出五種較精確的地球橢圓體的大小，其中以克拉索夫斯基橢圓體為最精確。斯大林獎金獲得者，Ф·Н·克拉索夫斯基教授廣泛採用了全世界的測量資料，在他的領導下，推算工作差不多進行了十年，才得出最精確的結果。蘇聯從1946年起就採用了這個橢圓體。人民民主國家和中國也採用了這個橢圓體。

推 算 者	年 代	長半徑 a (m)	短半徑 b (m)	扁率 $\alpha = \frac{a-b}{a}$
法國得隆布爾 (Delambre)	1800	6375653	6356564	1:334.0
德國白塞爾 (Bessel)	1841	6377397	6356079	1:299.2
英國克拉克 (Clarke)	1880	6378249	6356515	1:293.5
美國海福特 (Hayford)	1909	6378388	6356912	1:207.0
蘇聯克拉索夫斯基 (Красовский)	1940	6378245	6356863	1:298.3

1-7 地面點投影在大地水准面的位置，地理坐標

以大地水准面为根据來标明地面各點的位置的意义，就是以大地水准面当作我們的坐标面，这和直角坐标系中用三个坐标來标明空間一點的位置類似，只是前者利用一个曲面当做坐标面，而后者用一个平面。首先我們把地面點沿着鉛垂綫方向投影到大地水准面上得一投影點，这个投影點在这个面內的位置一般用两个坐标，称为經度和緯度來確定。还有一个坐标是沿着鉛垂綫方向从水准面到地面點的距离，这个问题，將在下面詳細談。

圖1~3表示地面一點A在大地水准面內的投影位置a和它的另一个坐标H。圖1~4表示地面點A、B、C、D、E在大地水准面的投影位置a、b、c、d、e。

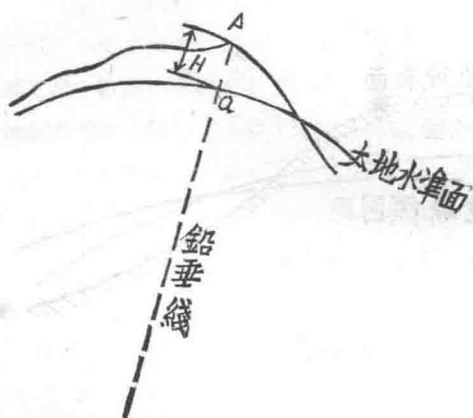


圖1-3

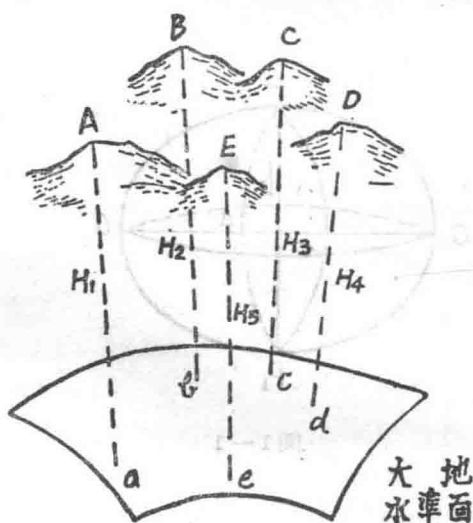


圖1-4

地理坐标 相当平面上的縱横坐标軸，在橢圓面上我們采取通过格林尼治的子午綫（橢圓），称为起始子午綫和赤道（圓）。橢圓面上任何一點A的坐标是經度 λ 和緯度 φ ，前者是通过A點的子午面和起始子午面之間的夾角，后者是OA和赤道面所成的角。經度是由格林尼治向东或向西計算，各由 0° 到 180° ；向东計算的称为东經，向西計算的称为西經。緯度是由赤道向北或向南計算，各由 0° 到 90° ；向北計算的称为北緯，向南計算的称为南緯。在中國領土內各點的經度是东經，緯度是北緯。

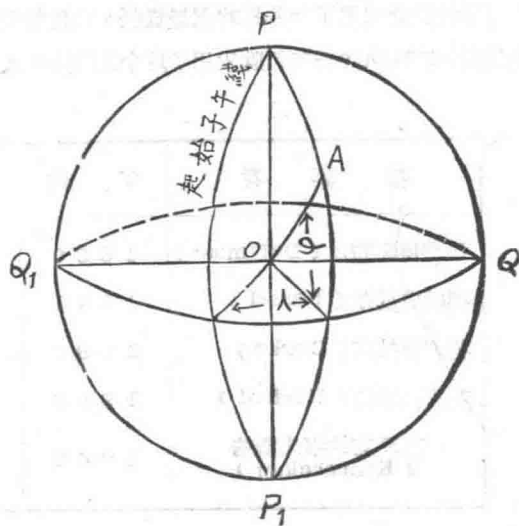


圖1-5

1-8 水准面當作平面的限度

为了說明這個問題方便起見，我們把水准面当作一个球面。在任意一點 A 作一切面代表水平面。原來地面點 B 应投影到实际水准面上 C 點（圖 1-6）。如果把水准面当作平面，B 點就投到水平面上 D 點了。只要这样假定所引起的相对誤差很小，也就是切綫之長 t 与弧長 d 之差數和弧長之比很小，比测量的誤差和画圖的誤差还小时，我們就有理由这样假定，以便簡化測量工作。

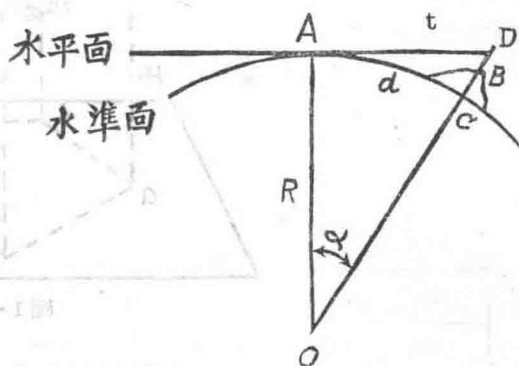


圖 1-6

$$\begin{aligned}\Delta d &= t - d = R \operatorname{tg} \alpha - R \alpha \\ &= R (\operatorname{tg} \alpha - \alpha)\end{aligned}$$

式中 α 是相當弧長 d 的圓心角，以弧度表示。为了把上式变成可以計算的式子，我們把 $\operatorname{tg} \alpha$ 的級數式子代入。

$$\Delta d = R \left(\alpha + \frac{1}{3} \alpha^3 + \frac{2}{15} \alpha^5 + \dots \alpha \right)$$

$$= R \frac{\alpha^3}{3} = R \frac{d^3}{3 R^3} = \frac{d^3}{3 R^2}。$$

采用 $R=6371\text{km}$ ，我們得下表：

$d (\text{ km })$	$\Delta d (\text{ cm })$	$\frac{\Delta d}{d}$
10	1	1:1000000
25	1.3	1:190000
50	10.2	1:49000
100	81.4	1:12000

从上表可以得出結論：

做精度很高的平面位置測量時，在直徑等于25公里的範圍內可以不考慮地球的曲率，而把球面上的距離和切面上的距離看成沒有差別，做精度較差的測量時，直徑还可放寬到50公里。

圖 1—7 表示地面點 A, B, C, D, E 在水面的投影位置 a, b, c, d, e。

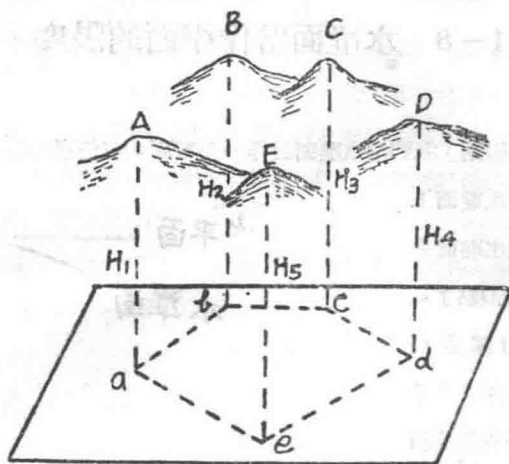


圖 1—7

1-9 高程及地球曲率對高程的影響

前面已經提到要完全決定地面點子的位置，除了要知道它在大地水准面內的投影位置的經緯度外，還要知道從大地水准面沿着鉛垂線方向到地面點的距离，這段距离称为絕對高程。高于大地水准面的點子具有正數的高程，低于大地水准面的點子具有負數的高程。有時在測量工作中也以其他水准面为根据來計算高程，也就是把這一個採用的水准面內各點的高程看做是零，這樣假定所得的地面點的高程称为相對高程或假定高程。

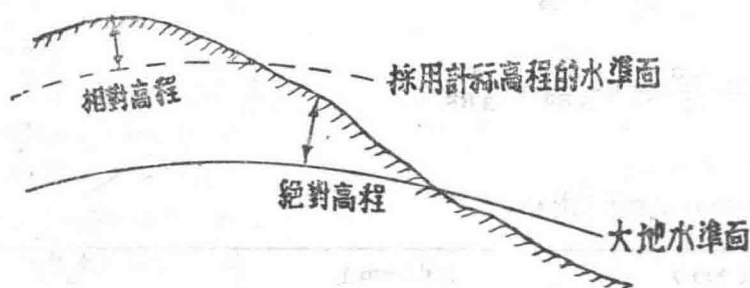


圖 1—8

如果不考慮地球的曲率，也就是把大地水准面看成一个平面，那末，高程就要从这个平面算起，因此在实际水准面內的一點 B (圖 1—9)，原來应有的高程是零，而現在具有高程 Δh ，此地的 Δh 是从平面 AC 沿着鉛垂線方向，量到 B 點的距离，并且是負數。 Δh 就是把大地水准面看成是一个平面所引起的高程誤差。

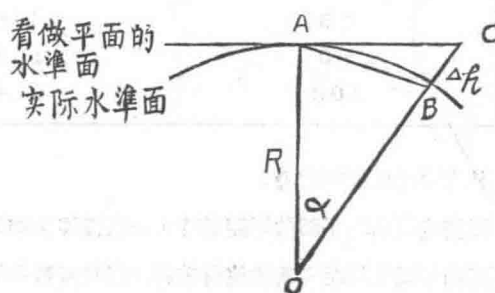


圖 1—9

$$\Delta h = -(OC - OB) = -(R \sec \alpha - R),$$

式中 α 是 AB 弧所对的圆心角，R 是半徑。

把 $\sec \alpha$ 的級數式子 $1 + \frac{\alpha^2}{2} + \frac{5}{24}\alpha^4 + \dots$ 代入

上式（請注意級數中的 α 是以弧度表示），得

$$\begin{aligned} \Delta h &= -R \left(1 + \frac{\alpha^2}{2} + \frac{5}{24}\alpha^4 + \dots \right) + R \\ &= -\frac{R\alpha^2}{2} = -\frac{R}{2} \left(\frac{d}{R} \right)^2 = -\frac{d^2}{2R}, \end{aligned}$$

式中 d 是 A、B 間的水平距離。

採用 $R = 6371 \text{ km}$ 得

d (km)	0.5	1	2	3	4	5
Δh (cm)	-2	-8	-31	-71	-125	196

這些數據告訴我們，做高程測量時，儘管範圍很小，我們一定要考慮地球的曲率。

我們還可以把 BC 看成是半徑等於 d，圆心角等於 $\angle CAB$ 的一段弧長。這樣，我們有：

$$\Delta h = -d \times \frac{\alpha}{2} = -d \left(\frac{d}{2R} \right) = -\frac{d^2}{2R}。$$

1-10 比例尺

比例尺 我們總是按縮小比例畫圖的，否則圖就會太大。圖里一小段直線的長度和它所代表的地面實際水平長度之比稱為比例尺。比例尺分為數字比例尺和圖示比例尺兩種。

1. 數字比例尺 用 e 代表圖里一小段距離的長度，L 代表相應的地面長度，那末，

$$\text{數字比例尺 } M = \frac{e}{L} = \frac{1}{\frac{L}{e}} = \frac{1}{n}$$

式中 n 代表 $\frac{L}{e}$ 。

常用的平面圖比例尺是 $\frac{1}{500}$ ， $\frac{1}{1000}$ ， $\frac{1}{2000}$ ， $\frac{1}{5000}$

$$\frac{1}{10000}, \frac{1}{25000}, \frac{1}{50000}, \frac{1}{100000}, \frac{1}{200000}$$

$$\frac{1}{500000}, \frac{1}{1000000}, \frac{1}{2000000}, \frac{1}{5000000}, \frac{1}{10000000}$$

根據數字比例尺我們可以解答下列兩個問題：

(1) 已知地面上的水平距離，求圖上應有的距離。設在地面上量出兩點間的水平距離是 5.12m。

試求在 1:1000 圖上，應畫出的長度 e。

$$\frac{e}{51.24} = \frac{1}{1000}$$

$$e = 0.0512 \text{ m} = 5.12 \text{ cm}$$

(1) 已知圖上的距離，求地面上的相應水平距離 L 。設在 1:1000 圖上量出兩點間的距離是 2.45 公分。試求這兩點間的实际水平距離 L 。

$$\frac{2.45}{L} = \frac{1}{1000},$$

$$L = 2450 \text{ cm} = 24.5 \text{ m}$$

2. 圖示比例尺

I. 圖示直線比例尺

為了應用上的方便并且避免由於圖紙伸縮而引起的誤差，我們總在圖上畫一直線，把它分成若干 1 或 2 cm 的小段，亦稱為比例尺的基本單位。最左面的一個基本單位又分為十等份，從右向左註明所代表的实际水平距離。在其他基本單位的末端，從零向右註明不同綫段所代表的地面水平距離。

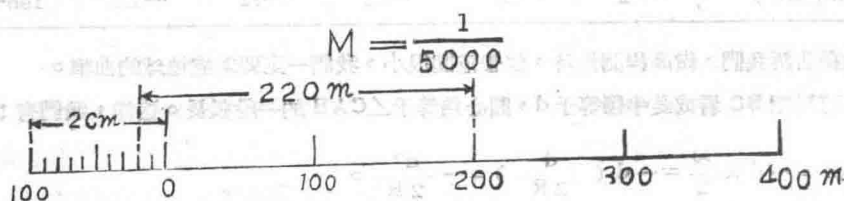


圖 1—10

用肉眼估計最左基本單位內小分劃的余數時，能有誤差 0.2 公厘，這相當地面水平距離

$$\frac{1}{10} \left(0.2 \times \frac{1}{M} \right) = \frac{0.02}{M} \text{ cm}, \text{ 此地 } M \text{ 是數字比例尺。}$$

II. 圖示斜綫比例尺

為了更準確地得到圖示比例尺上最小分劃的余數，我們採用下圖所示的圖示斜綫比例尺。在這個斜綫比例尺上，可以不用眼睛估計而直接讀到最小分劃的十分之一。

在圖 1—11 中， ab 所代表的地面水平距離 = $30 + 4 + 200 = 234$ 公尺。

$$M = \frac{1}{5000}$$

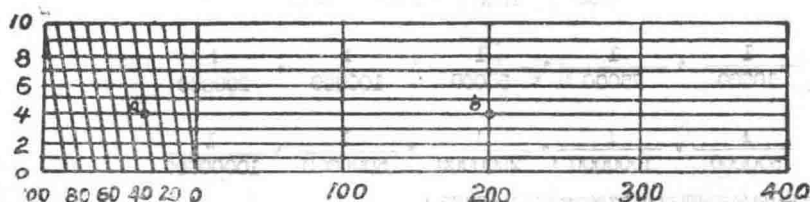


圖 1—11

4. 比例尺的最大精度 考慮到肉眼的分辨能力和張開兩腳規的準確程度，一般認為即使用了