



面向21世纪课程教材  
Textbook Series for 21st Century

# 大学文科数学

第三版

张国楚 王向华 武女则 李 祎 主编

高等教育出版社

面向 21 世纪课程教  
Textbook Series for 21st Century

# 大学文科数学

D A X U E W E N K E S H U X U E

## 第三版

张国楚 王向华 武女则 李 祎 主编

高等教育出版社·北京

## 内容简介

本书在“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材《大学文科数学（第二版）》基础上，征询多所高校反馈意见后重新修订而成。

全书内容分两部分，其中必修内容包括实数、函数、极限、导数、不定积分、定积分、概率统计初步；选修内容包括线性代数、微分方程、二元微积分。教师可根据教学需要灵活选择教学内容。

本书从各个角度自然地引入数学的基本概念，既展现了数学知识的来龙去脉，又示范性地保持了数学所特有的形式化本质特征；列举了不少有应用价值的实例，也扼要地阐明了具有启发意义的数学思想方法；通过对数学内容的辩证分析、典型数学史料的穿插融合，以及章末附设的数学思想方法简介和数学家简介两个阅读材料，介绍了数学与逻辑、数学与哲学、数学与教育、数学与文化、数学家品质与业绩等内容，渗透了数学的人文精神。本书在教学内容的选择与组织上，考虑到文科数学学时限制，在必须精简的条件下，注意了学科的系统性。

本次修订除改写某些章节和纠正一些错讹外，主要是增设了习题（B），从而扩大了习题量和习题难度，可供需要数学知识较多的专业和数学基础较好的学生选用。

本书可作为高等学校文科各专业教材。与此第三版教材配套的《大学文科数学（第三版）学习辅导》及电子教案将同步出版发行，这些资源均可作为教与学的有益助手。

## 图书在版编目（CIP）数据

大学文科数学 / 张国楚等主编. -- 3 版. -- 北京 :  
高等教育出版社, 2015. 6  
ISBN 978-7-04-042465-2

I. ①大… II. ①张… III. ①高等数学 - 高等学校 -  
教材 IV. ①O13

中国版本图书馆CIP数据核字(2015)第075025号

策划编辑 贾翠萍 责任编辑 高丛 封面设计 张楠 版式设计 张楠  
插图绘制 尹文军 责任校对 杨凤玲 责任印制 毛斯璐

出版发行 高等教育出版社  
社 址 北京市西城区德外大街4号  
邮政编码 100120  
印 刷 国防工业出版社印刷厂  
开 本 787 mm × 960 mm 1/16  
印 张 22.25  
字 数 390千字  
插 页 1  
购书热线 010-58581118

咨询电话 400-810-0598  
网 址 <http://www.hep.edu.cn>  
<http://www.hep.com.cn>  
网上订购 <http://www.landaco.com>  
<http://www.landaco.com.cn>  
版 次 2002年5月第1版  
2015年6月第3版  
印 次 2015年6月第1次印刷  
定 价 35.00元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换  
版权所有 侵权必究  
物 料 号 42465-00

文理交辉  
响应无穷

王梓坤教授书

2006.10.

中国科学院院士王梓坤教授题词



面向21世纪课程教材



“十二五”普通高等教育  
本科国家级规划教材



普通高等教育“十一五”  
国家级规划教材

# 编著者

主 编 张国楚 王向华 武女则 李 祎

副主编 史建红 王 莘 刘 岗

编 委 (以姓氏笔画为序)

于义良 王立冬 王向华 王 莘 史建红

朱友红 刘 岗 刘新平 李 祎 李三平

张国楚 张小红 张召生 武女则 徐本顺

鲁正火 蔡秉衡 魏启恩

## 第三版前言

本书第二版自2007年出版发行以来,因其保持了内容理而兼文、形式新颖独特的鲜明特色,较好地满足了高校文科专业对学生进行知识技能和文化素质教育的教学需要,故而被众多高校连年选用,并入选教育部“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材。

在多年教学使用中,一些师生提出了有益的修改建议,同时结合自身多年的教学实践,遂作了新的修订:调整了与中学某些知识对接的问题;改正了一些疏漏;改写了某些章节的内容;将原习题设为(A),增设了习题(B),从而适当扩大了习题量和习题难度,增加了少量实际应用题和较简单的考研题。如此处理,可进一步满足更多高校文科专业的教学需要。

本次修订分工为:王向华负责第1、2、3章,武女则负责第4、5、6、8、10章,史建红负责第7章,王莘负责第9章,张国楚负责修订的总体设计、统稿和终审。

此次修订作者们均尽心尽力,也经过了互审,但不当甚或讹脱之处亦恐难免,恳望使用本教材的师生坦诚指正。

张国楚

2014年11月

谨识于山西师范大学

## 第二版前言

面向 21 世纪课程教材——《大学文科数学》自 2001 年出版以来,因其新颖独特、适用性强,被众多各类高校连年选用,堪称幸事。期间,部分教师也提出了一些有益的修改建议,倍生感激。经多年应用实践,作者将原教材重新进行修订,其第二版已列入普通高等教育“十一五”国家级规划教材。

为顺应我国高等院校文科专业培养高素质创新型人才的发展趋势,本教材进一步突出了文而兼理、选材适当、形式新颖、伸缩性强的特色,既可进行知识技能教育,又可进行文化素质教育,从而更适合于各类高校文科专业教学需要。作者主要在如下几个方面作了修订:

各章适当增加了一些习题;简化了推断统计中较繁难的陈述;调整了第一、二章中极限与函数的讲述顺序;删去了线性规划和数学方法论简介两章内容;在各章末附设了两个阅读材料,一是数学思想方法简介,二是数学家简介。其中数学思想方法简介是新增内容,叙述简明扼要、通俗易懂,并且联系各章数学内容作了例释,从而有助于文科学生在学习数学知识的同时,理解、掌握基本的数学思想方法。从素质教育的宗旨来考虑,这与学习数学知识同样重要。本教材分为必修和选修两篇内容,保持了教材的伸缩性,有利于不同学校、不同专业依据学时多少灵活选用。

本次修订工作由张国楚负责。其中,第 1、2、3、8 章由张国楚完成,第 4、5、6 章由刘岗完成,第 7 章由于义良完成,第 9、10 章由王立冬完成;张国楚、徐本顺撰写了各章的数学思想方法简介。

本书承蒙王梓坤院士热情指导,欣然题词,在此谨致以最诚挚的谢意。同时,感谢高等教育出版社马丽、于丽娜、崔梅萍编辑为本书付出辛勤工作。

编写一本受历届师生欢迎的好教材实属不易,我们当尽绵薄之力。然而,



由于水平所限,本次修订不可避免地会存在不当之处,诚望使用本教材的师生坦诚指正。

# 张园芝

2007年1月

谨识于山西师范大学鸣香寓

# 第一版序

近年来,大学正在兴起文科(包括文史哲方面的专业)开设数学课的潮流,这是为中华民族振兴、进行现代化的一件重要事业,值得庆贺,应该坚持和发扬。

以往文科大学生一般是不学数学的,为什么现在要学习它而且如此的重视呢?总的说来,我国伟大的现代化进程对数学的需求与以往有本质的不同。数学及其应用和数学教育的正确发展将使我国的综合国力强盛,人民素质普遍达到高水平;我国现代化的目标将更快达到。具体点说,我以为大致有以下两方面的理由:

首先是 20 世纪的数学及其应用的发展,使得文科大学生学习数学显得特别需要。由于以集合论和公理法为基础,数学在进入 20 世纪以后,向更加抽象的方向发展,各个学科更加系统和结构化。人们对各个分支之间复杂的相互影响及作用有了日益增长的理解,从而导致许多重大而长期没有解决的问题(例如费马大定理、四色问题)终于得到了解决。那些相互关联不断扩大和深化,使得数学开始跨越自我来探索与其他科学领域之间的相互作用。这些涉及数学各种领域之间的以及数学与其他科学领域之间的相互作用,既使数学领域在广度和深度上进一步扩大,又导致了一些伟大深刻见解的产生,并且产生了众多新的学科,其中包括一些新的独立的应用数学学科,例如计算科学、数理统计、运筹学、信息论、控制论等。数学的应用几乎无处不在。在 20 世纪的后期,数学与计算机技术的结合,产生了数学技术,使得数学从幕后走到台前,可以直接形成高技术或核心技术,而且迅速向一般技术拓展,对于社会的现代化起着极大的推动作用。但是数学的这种新特点,人们还普遍地缺乏认识。作为未来从事意识形态、文化、文秘、管理以至领导等工作的大学文科学生应该对此有所了解。这对于贯彻科教兴国的战略,加速我国的现代化无疑将起重大的作用。

这是大学文科应该开设数学课程的理由之一。

另外一个理由是数学能够培养人的正确思维,我们的文科教育需要在这方面加强。数学是按照逻辑演绎严格表述的,所以以往人们经常说数学是思维的体操,通过学习它能够发展学习者的逻辑思维。这无疑是正确的和重要的,但是不仅如此。数学还有一个特点是按公理体系建立,即追求从不证自明的少数几个前提(公理)出发,逻辑地演绎出整个系统,在陈述上更具有理性的说服力。西方的思想家常常以这种思维方式来思考和研究社会、经济以至政治问题,很多著名的社会科学著作中都体现了这种研究路线。还有数学内容(概念、定理和公式)的发现通常是由一些直观的想法(例子或以往更具体的内容)开始的,然后通过证明完成。所以实际上运用了归纳法,但是归纳出结论的正确与否是以能否证明为标准。所以数学中的归纳要求严密地分析,这种严密能够培养人们更好地运用归纳法去研究各种社会问题,这对于纠正近年来常常出现的过早地归纳出结论或过高地提升结论的现象也许有所裨益。所以数学在发展人们的逻辑思维的同时,还使人们在制订计划、草拟文件、建立社会学科以及处理各种问题时,能够清晰、严密和系统,能够做出正确的归纳和判断。总之,数学在形成人类的理性思维方面起着核心的作用,而我国文化传统在这方面是不足的。有一位西方数学史专家对于数学在这方面的重要性曾经说:“我们讲授数学不只是一要教涉及量的推理,不只是把它作为科学的语言来讲授——虽然这些都很重要——而是让人们知道,如果不从数学在西方思想史上所起的重要作用方面理解它,就不可能完全理解人文科学、自然科学、人的所有创造和人类世界。”历来重视数学的西方尚且如此,我们更应该重视数学在促进我国的思维水平方面的作用,这是文科应该开设数学课的理由之一。

我以为编写成熟的优秀的文科数学教材,恐怕需要一批有教学经验和学术造诣的教师长期探索、交流与实践。因为文科学生的兴趣取向和专业内容与理、工科有本质的不同,所以大学文科数学教材应该不同于理、工科。例如不能过多地讲授论证、推理和计算等技巧性的内容。但是,思维训练和对数学应用的较深入理解必须以必要的数学内容和训练为载体,完全故事式地或理念式地教授恐怕不会达到要求。近几年已经出版了一些各有特色的大学文科数学教

材,还有一些可以出版的讲义。大部分是在原来理、工科非数学类专业的高等数学教材的框架下,或精简、压缩、加细和补充;或再讲解数学的一些思想和方法;或再讲解一些应用的案例。也有少数是独辟蹊径的。经过一段探索,会出现一批优秀的文科数学教材。

以上是我个人对大学文科教材的一些看法,借本书出版的机会,作为参加讨论的意见提出来。

本书是教育部“高等师范教育面向 21 世纪教学内容和课程体系改革计划”的研究成果之一,主编中的张国楚、徐本顺教授前些年曾经主编过《文科高等数学教程》,本书是在他们和一批高师数学系教师的进一步努力探索和实践的基础上编著而成,具有不少的特点,例如:

1. 努力从各个角度比较自然地引入数学的基本概念。如从历史的发展引入实数和极限的概念;又如,用心理学中儿童的接受能力随时间变化的规律引进函数的概念,在讲过函数的表示法以后,用恩格尔系数——饮食消费占日常支出的比——与富裕程度的关系作为阶梯函数的例子;再如,用切线和速度引入导数,用曲边梯形面积、变力做功引入定积分的概念。这样可以帮助学生一方面了解那些抽象的数学概念的来龙去脉,又了解数学与其他学科及实际的关系。

2. 本书在数学内容的选择与组织上,由于文科数学学时的限制,在必须精简的条件下,注意了学科的系统性。在表述上,基本概念和结论的陈述是确切的,对一些基本结论进行了论证,体现了数学的严格性和抽象性。在行文中,注意用一些简练的语句,揭示数学术语的特点,阐明一些数学的思想方法。在选修课的最后一章,还简单地介绍了数学方法论。这些有助于文科学生体会数学的逻辑思维以至数学思维方式,有助于学生将数学思维方式应用于有关人文问题的思考。

3. 在必修课程中,介绍了数学建模方法,概率统计初步以及一些古典的数学应用例子;在选修课程中,介绍了线性规划、信息论、控制论以及系统论。这些可以帮助文科学生了解数学的应用,从而有助于文科学生更全面地了解数学对社会的推动作用。

正如前面所说,对于文科学生来说,数学的学习对于他们的成长有着重要的作用。一方面是由于逻辑思维以至于一般的数学思维方式对他们思考和研究问题有着不可替代的作用。另一方面,在现代化的社会中,数学及其应用对社会的推动作用不同于以往,有了巨大的进展。如果文科学生对此没有基本的了解,他们在工作中就有可能产生片面。本书的上述一些特点,有可能帮助提高文科学生在这些方面的认识。因此我不揣冒昧地提出来,恳切希望文科大学生学好必要的数学,为成为国家栋梁之才加上一块不可缺少的基石。

严士健<sup>①</sup>

2001 国庆于北京师范大学

<sup>①</sup> 严士健,北京师范大学数学系教授,博士生导师。原中国数学会副理事长,概率统计学会理事长,国务院学位委员会数学评议组成员,原国家教委普通高校理科数学与力学教学指导委员会副主任委员,原任天元基金学术领导小组成员。

# 第一版前言

本书是教育部“高等师范教育面向 21 世纪教学内容和课程体系改革计划”的研究成果,是面向 21 世纪课程教材。全书分必修课程、限修课程和选修课程三个单元,可根据不同专业、不同学时的教学需要灵活选用。

数学与古代文明和现代文明息息相关。数学作为“研究现实世界的数量关系和空间形式的一门科学”,它一方面是科学乃至艺术的工具,一方面蕴含着看不见的数学精神。“数学是科学的皇后”,“数学是科学的语言”,“数学是思维的体操”,“数学是研究量化模式的科学”,“数学是一门技术”,“数学是现代高科技的基础和先导”,“数学是艺术”,“数学是用特殊符号写成的诗歌”,“数学是无声的音乐”,“数学是无跳动的舞蹈”,“数学是真、善、美的体现”,“数学是看不见的文化”……这些来自不同视角的对数学的各种评述,足以说明,数学无疑是对大学文科学生进行素质教育的必修科目。而教材是教师对学生实施素质教育的载体,这样的载体,应具有素质教育的功能。

本书力图从数学的实际背景出发,采取形式化与非形式化相结合的方式,简明扼要地介绍大学文科专业所需的基本数学知识;围绕主要数学概念、理论和方法,采取夹叙夹议的表述形式,一方面展现数学发生发展的来龙去脉,一方面有选择地保持数学作为强有力的科学语言所特有的形式化本质特征;在标题和行文中,言简意赅地或揭示数学的本质属性,或阐明具有启发意义的数学思想方法;列举了不少有趣的应用实例,其中包括在中小学教育中有应用价值的范例,相信将有助于激发学生的学习兴趣,强化学生的应用意识;通过对数学内容的辩证分析、典型数学史料的穿插融会、章末附设“数学家启示录”和专列“数学方法论简介”一章等形式,介绍数学与思维、数学与美学、数学与哲学、数学与文化、数学家品质与业绩等内容,渗透了数学的人文精神。

本书也希望追求以下特色:语言流畅,深入浅出,具有思想性、科学性、趣味

性和内容伸缩性,以有利于教与学,也有利于对学生科学素质教育、文化素质教育和唯物辩证观的培养。

必修课程适合于3学时/周,一学期讲授,约54学时;必修课程和部分限修课程适合于4学时/周,一学期讲授,约72学时;全书大字部分适合于5学时/周,一学期讲授,约90学时(也可先后分别按3学时/周和2学时/周安排一学年);全书习题之外的小字部分和习题中加星号的部分供作教与学的参考,教师可根据教学需要灵活处置。其中“数学方法论简介”一章可由学生自学,但教师应将其思想方法贯穿于数学内容的讲授之中。

本教材是为高师院校的文科专业编写的,但也适用于非师范院校的文科专业使用。

本书的编写分工是:山西师范大学张国楚第1、2章,朱友红第3章,李祎第4章,鲁正火第5章;汉中师范学院魏启恩第6章,张小红第8章,蔡秉衡第9章;陕西师范大学刘新平第7章,李三平第10章;四平师范学院刘银萍第11章;曲阜师范大学张召生、徐本顺第12章。

严士健教授、张奠宙教授和王昆扬教授参加了教材的组稿工作,又仔细审阅了教材样稿,提出了不少宝贵意见,最后由严士健教授主审并作序;高等教育出版社张忠月认真审校,积极组织出版;教育部师范司有关领导,山西省教育厅和山西师大的有关领导都给予了大力支持和帮助。在此对以上各位专家和有识之士表示真诚的谢意。

编写面向21世纪课程教材实非易事,我们虽然作了一些有益的尝试,也几经切磋和修改,但囿于作者的水平,不妥甚或错误之处也必定难免,希望专家与教师力斧匡正。

编者

2001年2月

# 目录

## 第一篇 必修内容

第一章 微积分的基础和研究对象 .....	3
§ 1 微积分的基础——集合、实数和极限 .....	3
1.1 从牛顿的流数法和第二次数学危机谈起 .....	3
1.2 极限、实数、集合在微积分中的作用 .....	5
1.3 实数系的建立及邻域概念 .....	6
§ 2 微积分的研究对象——函数 .....	8
2.1 变量相依关系的数学模型——函数 .....	9
2.2 逆向思维一例——反函数 .....	11
2.3 基本初等函数 .....	13
2.4 复合函数 .....	15
2.5 初等函数的含义 .....	16
*2.6 MM 能力培养 .....	18
阅读材料(1) 数学思想方法简介 .....	21
悖论浅谈 .....	21
阅读材料(2) 数学家简介 .....	23
(一) 数学之神——阿基米德 .....	23
(二) 双目失明的数学家——欧拉 .....	25
习题一 .....	26
第二章 微积分的直接基础——极限 .....	30
§ 1 从阿基里斯追赶乌龟谈起——数列极限 .....	31
1.1 数列的概念 .....	31
1.2 数列极限的定性描述 .....	32



1.3	数列极限的定量描述 .....	34
*1.4	数列极限中蕴含的辩证思想 .....	38
§2	函数极限 .....	38
2.1	自变量 $x$ 无限趋近于有限数 $x_0$ 时的情形 .....	39
*2.2	左极限和右极限 .....	41
2.3	自变量 $x$ 的绝对值无限增大时的情形 .....	42
2.4	函数极限的性质 .....	43
2.5	无穷大量与无穷小量 .....	44
2.6	极限的四则运算 .....	46
2.7	两个重要的极限公式 .....	48
§3	极限应用的一个例子——连续函数 .....	49
3.1	连续函数的概念 .....	50
3.2	连续函数求极限的法则 .....	52
3.3	初等函数的连续性 .....	53
3.4	闭区间上连续函数的性质 .....	56
	阅读材料(1) 数学思想方法简介 .....	59
	数学思维 .....	59
	阅读材料(2) 数学家简介 .....	61
	我国古代伟大数学家——祖冲之 .....	61
	习题二 .....	62
第三章	变量变化速度与局部改变量估值问题——导数与微分 .....	67
§1	函数的局部变化率——导数 .....	68
1.1	抽象导数概念的两个现实原型 .....	68
1.2	导数概念 .....	71
*1.3	求导过程的哲学分析 .....	75
*1.4	左导数和右导数 .....	75
1.5	函数的连续性与可导性之间的关系 .....	77
1.6	高阶导数的概念 .....	77
§2	求导数的方法——法则与公式 .....	78
2.1	求导法则 .....	78
2.2	基本初等函数的求导公式 .....	84