

AMERICA COLLEGE STUDENT  
MATHEMATICS COMPETITION  
TESTS FROM THE FIRST TO THE  
LAST (VOLUME 1)



历届美国大学生  
数学竞赛试题集

1938~1949

第1卷

刘培杰数学工作室 组织编译  
冯双叶 许康 侯晋川 等 编译

$$x^n + y^n = z^n$$

$$\int_a^b d\omega = \int_a^b \omega$$

$$\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s}$$



哈尔滨工业大学出版社  
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

AMERICA COLLEGE STUDENT  
MATHEMATICS COMPETITION  
TESTS FROM THE FIRST TO THE  
LAST (VOLUME 1)

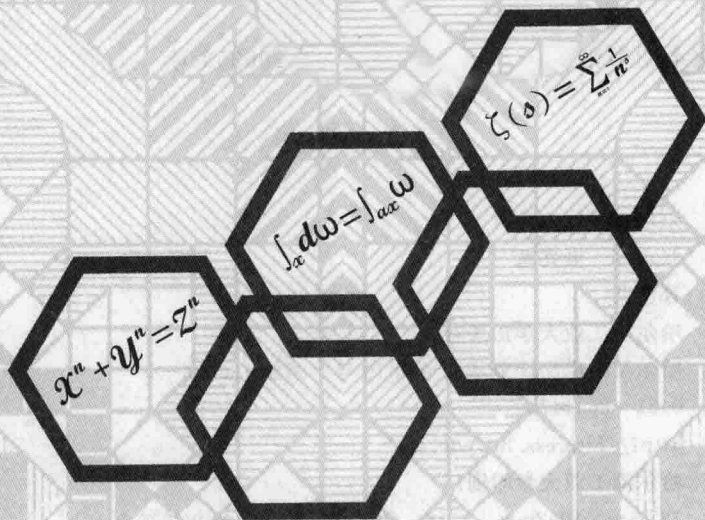


# 历届美国大学生 数学竞赛试题集

1938~1949

第1卷

刘培杰数学工作室 组织编译  
冯贝叶 许康 侯晋川 等 编译



哈尔滨工业大学出版社  
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

## 内 容 简 介

本书共分两编：第一编试题，共包括 1~10 届美国大学生数学竞赛试题及解答；第二编背景介绍，主要包括了素数模式以及 Vandermonde 行列式。

本书适合于数学奥林匹克竞赛选手和教练员、高等院校相关专业研究人员及数学爱好者使用。

### 图书在版编目(CIP)数据

历届美国大学生数学竞赛试题集. 第 1 卷, 1938~1949/刘培杰  
数学工作室等编译. —哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2015. 1

ISBN 978-7-5603-5081-3

I. ①历… II. ①刘… III. ①高等数学—高等学校—竞赛题  
IV. ①O13—44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 296353 号

策划编辑 刘培杰 张永芹  
责任编辑 张永芹 聂兆慈  
封面设计 孙茵艾  
出版发行 哈尔滨工业大学出版社  
社 址 哈尔滨市南岗区复华四道街 10 号 邮编 150006  
传 真 0451-86414749  
网 址 <http://hitpress.hit.edu.cn>  
印 刷 哈尔滨工业大学印刷厂  
开 本 787mm×1092mm 1/16 印张 12.25 字数 207 千字  
版 次 2015 年 1 月第 1 版 2015 年 1 月第 1 次印刷  
书 号 ISBN 978-7-5603-5081-3  
定 价 28.00 元

---

(如因印装质量问题影响阅读, 我社负责调换)



# 前言

美国大学生数学竞赛又名普特南竞赛,全称是威廉·洛厄尔·普特南数学竞赛,是美国及整个北美地区大学低年级学生参加的一项高水平赛事。

威廉·洛厄尔·普特南(William Lowell Putnam)曾任哈佛大学校长(自1640年以来,哈佛大学只有28位校长,而美国建国比哈佛建校大约晚了将近140年,却已经有了44位总统),1933年退休,1935年逝世。他留下了一笔基金,两个儿子就与全家的挚友美国著名数学家G·D·伯克霍夫<sup>①</sup>商量,举办一个数学竞赛,伯克霍夫强调说:“再没有一个学科能比数学更易于通过考试来测定能力了。”首届竞赛在1938年举行,以后除了1943~1945年因第二次世界大战停了两年,其余一般都在每年的十一、十二月份举行。

这个竞赛是美国数学会具体组织的,为了保证竞赛的质量,组委会特组成了一个三人委员会主持其事,三位委员是:波利亚<sup>②</sup>,著名数学家,数学教育家,数学解题方法论的开拓者,曾主办过延续多年的斯坦福大学数学竞赛(此项赛事中国有介绍,见科学出版社出版的由中国科学院陆柱家研究员翻译的《斯坦福大学数学天才测试》);拉多<sup>③</sup>,匈牙利数学竞赛

<sup>①</sup> 伯克霍夫(Birkhoff George David, 1884—1944),美国数学家,1884年3月21日生于密歇根,祖籍是荷兰。1912年起任哈佛大学教授,后来一直生活在坎布里奇(即哈佛大学所在地)。他是美国国家科学院院士,1944年11月12日逝世。

<sup>②</sup> 波利亚(Pólya George, 1887—1985),美籍匈牙利数学家,1887年12月13日出生于匈牙利的布达佩斯。在中学时代,波利亚就显示了突出的数学才能。他先后在布达佩斯、维也纳、哥廷根、巴黎等地学习数学、物理学、哲学等。1912年在布达佩斯的约特沃斯·洛伦得大学获哲学博士学位,1914年在瑞士苏黎世的联邦理工学院任教,1928年成为教授,1938年任院长。1940年移居美国,在布朗大学任教,1942年起在斯坦福大学任教。1985年9月7日在美国病逝,终年98岁。

<sup>③</sup> 拉多(Radó, Tibor, 1895—1965),匈牙利数学家。生于匈牙利的布达佩斯,卒于美国佛罗里达州的新士麦那比奇。

的早期优胜者,对单复变函数、测度论有重大贡献,曾与道格拉斯同时独立地解决了极小曲面的普拉托(Plateau)问题;卡普兰斯基<sup>①</sup>,著名的代数学家,第一届普特南竞赛的优胜者。

普特南竞赛的优胜者中日后成名者众多,其中有五人获得了菲尔兹奖:米尔诺<sup>②</sup>、曼福德<sup>③</sup>、奎伦<sup>④</sup>、科恩<sup>⑤</sup>、汤普森<sup>⑥</sup>。诺贝尔物理学奖得主中参加过普特南竞赛并获奖的有:Kenneth G. Wilso, Richard Feynman, Steven Weinberg, Murray Gell-Mann. 以奥斯卡获奖影片《美丽心灵》而被国人广为知晓的诺贝尔经济学奖得主约翰·纳什以极大的失望在1947年147位参赛者中名列前10名。难怪有人说:伯克霍夫父子(儿子B·伯克霍夫也是当代活跃的数学家)是普特南家族的密友,这一点是美国低年级大学数学事业的幸运。

这项赛事,题目多出自名家之手,难度很大,质量颇高,受全球数学界所瞩目,历年来仅有3位选手获得过满分(一个在1987年,两个在1988年,1987年的满分由David Moews得到),其中一位是台湾当年的留学生后成长为哈佛大学统计学教授的吴大峻先生,可见华人数学能力之强。

西风东渐,数学竞赛作为西方数学的一种形态也被引入中国,尽管我们有些数学史家喜欢将明代程大位之《算法统宗》中的一幅木刻插图《师生问难图》当作最早的数学竞赛在中国之证据(这幅图在世界上流传甚广,2008年法兰克福图书博览会会场外的旧书摊上笔者见到了一本讲数学计数及进位制历史的德文版图书,此图赫然纸上),但那只是雏形。但今天中国确实已经成为了一个中小学数学竞赛大国。从“华罗庚金杯”到“希望杯”,从初中联赛到高中联赛,从CMO到IMO层次众多,体系完备。全国大学生数学竞赛也曾经搞过十届(见许以超,陆柱家等编的《全国大学生数学夏令营数学竞赛试题及解答》)。

其实普特南竞赛可以看成是IMO的延伸,以第42届IMO

① 卡普兰斯基(Kaplanski Irving, 1917—),美国数学家,1917年3月22日出生于加拿大多伦多,祖籍波兰,父母于第一次世界大战前移居加拿大,1938年在多伦多大学获硕士学位,1941年获哈佛大学博士学位,并留校任教,1975年任美国数学会副主席,1985~1986年任主席,1966年被选为美国国家科学院院士。

② 米尔诺(Milnor John Willard, 1931—),美国著名数学家,1931年2月20日生于新泽西州奥伦治,他在中学时就是位数学奇才,1951年毕业于普林斯顿大学,1954年获博士学位,并留校任教,60年代末成为普林斯顿高等研究院教授,他是美国国家科学院院士,美国数学会副会长。

③ 曼福德(Mumford David Bryant, 1937—),美籍英国数学家,1937年6月11日生于撒塞克斯郡,16岁上哈佛大学,1961年获博士学位,1967年起任哈佛大学教授,1974年获菲尔兹奖。

④ 奎伦(Quillen Daniel, 1940—),美国数学家,1940年4月22日生于新泽西州奥林治,1969年起任麻省理工学院教授,他是美国国家科学院院士。

⑤ 科恩(Cohen Paul Joseph, 1934—),美国数学家,生于新泽西州,毕业于芝加哥大学,1954年获硕士学位,1958年获博士学位,1966年获菲尔兹奖。

⑥ 汤普森(Thompson John Griggs, 1932—),美国数学家,1955年获耶鲁大学学士学位,1959年获芝加哥大学博士学位,1970年获菲尔兹奖,1992年获沃尔夫奖,同年被法国科学院授予庞加莱金质奖章。此奖章只在特殊情况下才颁发,到目前为止只有3人获此殊荣,前两人是J·阿达马(1962年)和P·德利涅(1974年)。

美国队获奖者为例,其中IMO历史上唯一一位连续4年获得金牌且最后一年以满分获金牌的里德·巴顿在参加完IMO之后的秋天进入了麻省理工学院,那年12月(与42届IMO同年)他参加了普特南竞赛,在竞赛中,他获得前5名(前5名中个人的名次没有公开),而他所在的麻省理工学院代表队仅次于哈佛大学代表队,获得了第2名。

另外一位第42届IMO满分金牌得主(此次IMO共4名选手获满分,另两位是中国选手)加布里埃尔·卡罗尔也在同一年作为大一新生加入了哈佛大学普特南竞赛代表队,并且在竞赛中也获得了个人前5名。

这项赛事的成功是与哈佛大学的成功相伴的,普特南数学竞赛始于西点军校与美国哈佛大学的一场球赛,所以要真正了解此项赛事就必须对这两所名校有所认识,特别是哈佛大学。

17世纪初的英国,宗教斗争十分激烈,“清教徒”处境艰难,他们陷入两难境地,既不愿抛弃自己的信仰,又不愿拿起武器同当时的国王宣战,最后只能选择背井离乡,远涉重洋,去美洲开辟自己的理想之国。从1620年“五月花号”运载的200名“清教徒”到达美洲,到1630年在新英格兰的“新教徒”已多达2万之众。

当他们历尽艰辛建起了美国的教堂之后,一个问题随之出现,“当我们这一代传教士命归黄泉之后,我们的教堂会不会落入那些不学无术的牧师手里?”因为在这些清教徒中,有100多人是牛津、剑桥大学毕业的,他们一直在考虑怎样使“我们的后人也受到同样的教育?”于是他们决心在荒凉的新英格兰兴起一座剑桥式的高等学校,它的使命是“促进学术,留传后人”。

1636年10月28日马萨诸塞州议会作出决议:拨款400英镑兴办一所学校,后人便把此日定为这所学校的誕生日,次年11月5日,州议会命名学校的所在地为“坎布里奇”,校名为“坎布里奇学院”。

在这坎布里奇附近有个小镇,镇上有个牧师叫约翰·哈佛,他是1635年剑桥伊曼纽学院的文学硕士,他来到这镇上不过一两年,便因肺结核去世,临终遗嘱,把一半家产和400册藏书捐赠给坎布里奇学院,这一半遗产是779英镑17先令2便士,是州议会拨款的近2倍,而那400册藏书,在今天看来并不算什么,但以当时的出版之难,以新英格兰离欧洲文化中心之远,堪称可贵。因有这一慷慨遗赠,州议会遂于1639年

3月13日把学院改名为“哈佛学院”，这就是哈佛大学的肇始。

2万“清教徒”，在荒凉的北美洲东海岸，办起一座剑桥式的学院，兴起一座文化城，它至今仍叫“坎布里奇”，这地名，凝结着“清教徒”的去国怀乡之情；那校名，体现了“清教徒”的莫大雄心：“把古老大学的传统移植于荒莽的丛林。”

数学在早期“哈佛”中并非重点，在1640年亨利·邓斯特受命为“哈佛”第一任院长时，他遵照古老大学的模式，在设置希伯来、叙利亚、亚拉姆、希腊、拉丁等古代语和古典人文学科之外，还设置了逻辑、数学和自然科学课程，并在1727年设立了数学和自然哲学的教授席，在设立之时，它就宣称：“《圣经》在科学上并无权威，当事实被数学、观察和实验证明的时候，《圣经》不应与事实冲突。”可是宣言只是一种倾向，它在很长的一段时期里没有成为主流，“哈佛”仍旧沿着古老大学的传统生长，重点还在古典人文学科。

哈佛大学理科的振兴是从昆西开始的，昆西是1829年在浓厚的守旧气氛中上台的，为了名正言顺地实施振兴计划，他开始寻找根据，在1643年的档案中他找到了哈佛的印章设计图，那设计的印章上赫然有个拉丁词：Veritas(真理)。这是业经董事会通过的，但一直为什么没用，无从考查，但是它给昆西带来启示：追求真理，这不正是大学的最高目标吗？他把这一发现反映给董事会，要求把这个拉丁词铸到印章上去，恢复“清教徒”的理想，但在1836年，他的要求未获通过，直到1885年才正式成为哈佛印章的标记。

哈佛大学从20世纪初至今一直是世界数学的中心之一，也是美国数学的重镇。看一看曾经和现在数学系教授的明星阵容就可知其分量：阿尔福斯，1946~1977年任哈佛大学教授，菲尔兹奖和沃尔夫奖的双奖得主；伯格曼(Bergman, 1898—1977)1945~1951年在哈佛任讲师；伯克霍夫(Birkhoff Garrett, 1911—1996)1936~1981年在哈佛大学任教；G·D·伯克霍夫(Birkhoff George David, 1884—1944)1912年后在哈佛；博特(Bott Raoul, 1923— )1959年后在哈佛大学；布饶尔(Bruer Richard Dagobert, 1901—1977)1952年起在哈佛大学；希尔(Hille Carl Einar, 1894—1980)1921~1922年任教于哈佛大学；卡兹当(Kazdan Jerry Lawrence, 1937— )1963~1966年在哈佛大学任讲师；瑞卡特(Rickart, Charles Eurl, 1913— )1941~1943年在哈佛大学任助教；马库斯(Markus Lawrence J., 1922— )1951~1952年

在哈佛任讲师；莫尔斯(Morse Harold Marston, 1892—1977) 1926~1935年任教于哈佛大学；莫斯特勒(Mosteller Frederick, 1916— ) 1946年任教于哈佛大学；丘成桐(Yau Shing-Tung, 1949— ) 1983年起任教于哈佛大学；沃尔什(Walsh, Joseph Leonard, 1895—1973) 1921~1966年任教于哈佛大学。

在世界大学生数学竞赛中有两大强国：一是美国，二是前苏联，对于后者也已请湖南大学的许康教授为我们数学工作室编译一本《前苏联大学生数学竞赛试题及解答》，但我们首先要介绍的是美国，因为从20世纪开始，世界数学的中心就已经从德国移到了美国。1987年10月24日日本著名数学家志贺浩二在日本新潟市举行的北陆四县数学教育大会高中分会上以“最近的数学空气”为题发表了演讲，其中特别提到了美国数学的兴起，他说：

“与整个历史的潮流相同，在数学方面，美国的存在也值得大书特书，在第二次世界大战的风暴中，优秀的数学家接连不断地从欧洲移居到能够比较平静地继续进行研究的美国，特别是犹太人，他们擅长数学的创造性，人们以为，数学史上大部分实质性的进步是由犹太人取得的。由于纳粹的镇压，许多犹太血统的数学家逃到了美国。于是，美国社会就出现了现在这种数学的全新面貌，可以说浑然一体的数学社会诞生了。到20世纪前半叶为止的欧洲，权威思想常常有社会观念作背景，数学也在和哲学权威、大学权威、国家权威等错综复杂地互相作用的同时，来保持数学学科的权威，高木(贞治)赴德时，以希尔伯特为中心的哥廷根(Göttingen)大学的权威依然存在；1918年独立后的波兰，在独立的同时，新兴数学的气势好像象征国家希望似的日益高涨。

“然而，由于从欧洲各国来的数学家汇集美国社会，还由于美国社会心平气和地接受了他们。所以，一直支撑学术的大学或国家的权威至今已一并崩溃，整个数学恰与今天的美国社会一样成了浑然一体。美国社会可以说是某种混合体似的社会，具有使每个人利用各自的力量激烈竞争而生存下去的形态，从中也就产生了领导世界的巨大的数学社会，这当然是于20世纪后半叶在数学社会中发生的新现象。”



按照社会学的研究,任何社会都是分层的,而各层之间是需要流动的,流动通道是否畅通决定了一个国家的兴衰.青年阶段是人生上升的最重要阶段,社会留给他们怎样的上升通道决定于整个社会对人才的认识与需求,曹雪芹的时代就是科举,而于连的时代是选择红与黑(主教与军官),而当今社会大多数国家普遍选择教育,特别是高等教育来作为人生进阶的手段,这当然是世界各国的共识,也是大趋势.

英国小说家萨克雷(Thackeray, 1811—1863)曾写过多篇讽刺上层社会的作品,如长篇小说《名利场》、《潘登尼斯》,在其作品中描述了一种大学里的势利小人(University snobs),他们是这样的一种人:“他在估量事物的时候远离了事物的真实、内在价值,而是迷惑于外在的财富、权力或地位所带来的利益.当然存在这样的小人,他们会匍匐在那些财富、权力或地位占有者的脚下,而那些优越的人也会俯视着这些没有他们幸运的家伙,在美国东部的某些学院中,阿谀权贵家庭的情况的确存在,但并没有走到危险的地步.我们大学里那些豪华的学生宿舍和俱乐部表明铺张浪费、挥霍钱财的情况确实存在,但是就整体而言,美国大学中对财富的势利做法相对比较少;这一类的做法已经遍及全国,连低级杂志给富人揭短反而也助长了读者的势利心态,想到这一点,也许我们更该知足了罢.在我们的大学中还有一种愿望同样值得称赞,那就是让每个人都得到一次机会,事实上,大学院系中更具人道主义精神的成员们很乐于浪费他们的精力,力图根据学生的能力而不仅是他们的出身来提携学生,使他们超越自己原来所属的层次.”([美]欧文·白璧德著.文学与美国的大学.张沛,张源,译.北京:北京大学出版社,2004:51.)

解决这一弊端的一个好办法就是在大路上再修一条快速通过的小路,除正面楼梯外再给天才们留一个后楼梯,那就是竞赛.

那么为什么偏偏选择数学竞赛这种方式呢?

日裔美国物理学家加来道雄(Michio Kaku)在其科普新作《平行宇宙》(Parallel Worlds)中指出:“在历史上,宇宙学家因名声不是太好而感到痛苦.他们满怀激情所提出的有关宇宙的宏伟理论仅仅符合他们的一点可怜的数据,正如诺贝尔奖获得者列夫·兰道(Lev Landau)所讽刺的:‘宇宙学家常常是错误的,但从不被怀疑.’科学界有句格言:‘思索,更多的思索,这就是宇宙学.’”

在整个宇宙学的历史中,由于可靠数据太少,导致天文学

家的长期的不和和痛苦，他们常常几十年愤愤不平。例如，就在威尔逊山天文台的天文学家艾伦·桑德奇(Allan Sandage)打算做一篇有关宇宙年龄的讲演前，先前的发言者辛辣地说：“你们下一个要听到的全是错的。”当桑德奇听到反对他的人赢得了很多听众，他咆哮着说：“那是一派胡言乱语，它是战争——它是战争！”

想一想连素以自然科学自居的天文学的大家之间都很难达成共识，其他学科可想而知，所以要想客观，要想权威，要想公正，数学竞赛是一个不错的选择，当然围棋也可以，不过那种选拔只能是手工作坊式，无法大面积批量“生产人才”。历史总会选择能够大规模、低成本的生产方式，包括选拔人才。商务印书馆创始人张元济先生舍弃地位显赫的公学校长一职而转投当时尚为“街道小厂”的商务印书馆时，所有的人都不理解，后来他才告诉大家因为出版之影响远胜于教育，因为它可快速批量复制。以当时中国的人口规模而言，商务印书馆所发行的课本近一亿册，不能不令人惊叹。

数学竞赛无疑是为了选拔和发现精英的，我们不妨关注一下世界最顶尖的精英集合——诺贝尔自然科学奖获得者团体。2014年的诺贝尔自然科学奖评选已揭晓，领奖台上又多是欧美科学家，中国科学家再次沦为看客。曾有学者做过统计，一个具有一定的经济基础和科学实力的国家，自革命胜利或独立后30~40年内，一般会出现一名诺贝尔自然科学奖获得者，例如，巴基斯坦是29年，印度是30年，苏联是39年，捷克是41年，波兰是46年，而我们已经建国65年了，还没有实现零的突破，这已被人们称为当代的“李约瑟难题”，这种零诺贝尔自然科学奖现象的出现大学有不可推卸的责任。从外表上看，中外大学生都在忙着学知识，但实质上动机有所不同，就像围棋界中既有大竹英雄、武宫正树那样的“求道派”，也有坂田荣男、小林光一那样的“求胜派”一样。北京大学教授陈平原在《大学何为》中指出：“总的感觉是，目前中国的大学太实际了，没有超越职业训练的想象力。校长如此，教授如此，学生也不例外。”

以大学生数学竞赛为例，本来数学竞赛是用以发现具有数学天赋的数学拔尖人才的一种选拔方式，但在中国却早已蜕变为另一场研究生入学考试，试题极其相近，风格极其相似，一路对高深数学的探索之旅早已演变成追求职业功名的器物之用，而且现在出版的此类图书早已将两者合二为一了，比如笔者手边的一本《大学生数学竞赛试题研究生入学数学

考试难题解析选编》即是如此。于是，两类目的不同，风格应该迥异的考试就这样“融合了”，所以人们现在格外关注大学精神。

有人把大学的精神境界分为三类：第一类，追求永恒之物，如真理（西方文化里的上帝）；第二类，追求比较稳定的事物，如公平、正义、知识等；第三类，追求变化无常的事物，如有用、时尚等，美国一些重点大学一般追求的是第一、二类价值。以2007年美国大学排名的前4位的校训为佐证：普林斯顿大学 Under God's power she flourishes（拉丁语：Dei Subnumine viget），即借上帝之神力而盛；哈佛大学：Truth（拉丁语：Veritas），即真理；耶鲁大学：Light and truth（拉丁语：Lux et veritas），即光明与真理；加州理工学院：The truth shall make you free，即真理使人自由。

王国维的《人间词话》是这样开篇的：“词以境界为最上。有境界，则自成高格，自有名句。”

在2002年的 Newsweek International 上 Sarah Schafer 以 Solving for Creativity 为题发表文章说：“（中国大学教育的）这种平庸性可能会削弱中国的技术抱负，这个国家希望不只是一个世界工厂，北京希望自己的高技术中心能与硅谷相匹敌，但是许多最伟大的创新来自于在实验室中从事纯粹研究的学者，当然，一个到处都是中学数学精英的国家可以为世界提供数以百万计的合格的电脑程序员。但是如果中国真的想成为一个高科技的竞争者，那么中国学生就必须能够创造尖端技术，而不是简单地服务于它。”

有人提出现在在中国大学中数学建模大赛日盛，将来能否有一天纯数学竞赛被其取代。对于这种疑问我们可以肯定地说：“在可预见的将来不会，因为就像纯数学永远不可能被应用数学取代一样。”

陆启铿先生在庆祝中科院理论物理所建所30周年大会上的讲话中谈到了一个关于应用的例子。

1959年陆启铿先生受华罗庚先生委托，接受了程民德先生的邀请到北京大学数学系为五年级学生开设一个多复变函数课程的任务。“大跃进”运动一来，北大提出了“打倒欧家店，火烧柯西楼”的口号，多复变中也有柯西公式，因而也被波及，学生们质问陆先生：多复变是如何产生的？陆先生说：最初是由推广单复变数的一些结果产生的，学生们又问：多复变有什么实际应用，陆先生说：到目前为止还不知道，学生们说：毛主席教导我们说，真正的理论是从实际中来，又可以反过来指导

实际,多复变违反了毛主席对理论的论述,它不是科学的理论;换句话说,是伪科学。

陆先生为此受到很大的压力,后来直到参加了张宗燧先生的色散关系讨论班中才知道了多复变可用于色散关系的证明,就是 Bogo Luibov 的劈边定理(edge of wedge theorem),也知道未来光锥的管域,就是华罗庚的第四类典型域. 纯数学是应用数学的上游,是本与末的关系. 美国高等研究院(Institute of Advanced Study, 简记为 IAS)的 Armand Borel 教授将数学比作冰山,他说:

“露在水面以上的冰峰,即可以看到的部分,就是我们称为应用数学的部分,在那里仆人在勤勉、辛苦地履行自身的职责,隐藏在水下的部分是主体数学或纯粹数学,它并不在大众的接触范围之内,大多数人只能看到冰峰,但他们并没有意识到,如果没有如此巨大的部分奠基于水下,冰峰又怎能存在呢?”

其实数学在整个社会文化知识体系中也是大多处于水下部分,但这一点已被更多的人发觉. 江苏教育出版社的胡晋宾和南京师范大学附中的刘洪璐注意过一个有趣的现象,那就是国内许多大学的校长(包括现任的、离任的,以及正职、副职)都是数学专业出身,具体见下表。

数学家	所在大学
熊庆来	云南大学
何 鲁	重庆大学(安徽大学)
华罗庚	中国科技大学
苏步青	复旦大学
柯 召	四川大学
吴大任	南开大学
钱伟长	上海大学
丁石孙	北京大学
齐民友	武汉大学
胡国定	南开大学
谷超豪	复旦大学(中国科技大学)
伍卓群	吉林大学
龚 升	中国科技大学

续表

数学家	所在大学
潘承洞	山东大学
王梓坤	北京师范大学
黄启昌	东北师范大学
李岳生	中山大学
梅向明	首都师范大学
陈重穆	西南师范大学
王国俊	陕西师范大学
管梅谷	山东师范大学
李大潜	复旦大学
刘应明	四川大学
张楚廷	湖南师范大学
陆善镇	北京师范大学
陈述涛	哈尔滨师范大学
侯自新	南开大学
王建磐	华东师范大学
程崇庆	南京大学
宋永忠	南京师范大学
黄达人	中山大学
程 艺	中国科技大学
叶向东	中国科技大学
史宁中	东北师范大学
展 涛	山东大学
竺苗龙	青岛大学
庾建设	广州大学
陈叔平	贵州大学
吴传喜	湖北大学

据不完全统计共 39 位,正如胡、刘两位所分析:这个现象与数学学科的育人价值有关系.苏联数学家 A·D·亚历山大洛夫认为,数学具有抽象性、严谨性和广泛应用性,以此推断,数学的抽象性能够使得数学家在校长的岗位上容易抓住纷繁芜杂事务背后的本质,并对之进行宏观调控,实现抓大放小和有的放矢.数学学习讲究原则,数学推理遵循公理,数学思维严谨缜密,这些使得人们对数学家的为人处世的客观性和公正性有较好的口碑,因而更加具有社会基础.学习数学的人具有较强的逻辑思维能力,务实能力强,因而做行政工作时执行力强,更加有条不紊.数学的应用广泛性,也功不可没.数学学习中经历的思想、精神和方法具有较强的迁移作用,能够为担任校长职务锦上添花;现在的许多大学规模宏大,人员众



多,校长面临的许多问题或许会用到数学的思想、方法和技术,因为数学已经从幕后走到台前,渗透到社会生活的方方面面,正因如此,数学家相对而言更加胜任大学校长的角色。

本书的编写也体现了我们对美国高等数学教育的欣赏。

美国人对数学的热情与重视可从下面的两件小事中得以反映。

1963年9月6日晚上8点,当第23个梅森素数 $M_{11\ 213}$ 通过大型计算机被找到时,美国广播公司(ABC)中断了正常的节目播放,以第一时间发布了这一重要消息.发现这一素数的美国伊利诺伊大学数学系全体师生感到无比骄傲,为了让全世界都分享这一成果,以至于把所有从系里发出的信件都盖上了“ $2^{11\ 213} - 1$  is prime”(“ $2^{11\ 213} - 1$ 是个素数”)的邮戳。

第二件事是1933年的大学生数学竞赛中西点军校的代表队打败了哈佛大学代表队,一位军校生获得了个人最高分,报纸报道了军队的胜利,并且西点军校队收到了陆军参谋长道格拉斯·麦克阿瑟(Douglas MacArthur,曾以94.18的平均成绩获西点军校自他以前25年来的最高分,此人在抗美援朝战争中被国人知晓)将军的一封特殊的贺信。

有一份报告(National Research Council (NRC), *Educating mathematical Scientists: Doctoral Study and the post-doctoral experience in the United States*, National Academy Press, 1992)指出:

“美国教育制度的主要长处之一就是其多样性.在任何水平——博士(博士后),大学、中学和小学——都不能强加单一的教育范例,不同的教学计划都可能达到同样的目标,这种教育制度鼓励创新以及满足专业和国家需要的当地解决办法的研究,然后这种当地解决办法就会传播开,从而改进所有地方的教育。”

这些正是我们要思考、研究和借鉴的!

刘培杰

2014年10月1日于哈工大

# 目录 \_\_\_\_\_

## 第一编 试题 // 1

### 美国大学生数学竞赛简介 // 3

1. 引言 // 3

2. 代表队的表现 // 4

3. 参赛者的成绩 // 6

4. 普特南名人录 // 7

5. 结论 // 8

第 1 届美国大学生数学竞赛 // 9

第 2 届美国大学生数学竞赛 // 18

第 3 届美国大学生数学竞赛 // 31

第 4 届美国大学生数学竞赛 // 44

第 5 届美国大学生数学竞赛 // 56

第 6 届美国大学生数学竞赛 // 69

第 7 届美国大学生数学竞赛 // 77

第 8 届美国大学生数学竞赛 // 87

第 9 届美国大学生数学竞赛 // 99

第 10 届美国大学生数学竞赛 // 111

## 第二编 背景介绍 // 125

### 素数模式 // 127

#### 1. 引言 // 127

#### 2. 素数模式:结果,例子和语言 // 128

#### 3. 在什么情形我们可期盼有素数模式? 素数 $k$ 元组猜想 及其他 // 136

#### 4. 这些素数模式和最小模式的个数 // 139

#### 5. 结束语 // 143

### Vandermonde 行列式 // 145

#### 1. Vandermonde 行列式 // 145

#### 2. Vandermonde 行列式与竞赛试题 // 145

#### 3. 切伯塔廖夫定理 // 146

#### 4. 重积分的计算 // 146

#### 5. Vandermonde 行列式的推广 // 148

#### 6. 在控制论中的应用 // 149

#### 7. 在 Putnam 竞赛中的一个应用 // 150

#### 8. 在递推数列求通项中的应用 // 150

#### 9. 一个组合恒等式的推广及应用 // 152

#### 10. 一类无穷级数的求和 // 156

#### 11. 第三类广义 Vandermonde 行列式的

#### 计算 // 159

#### 12. 三阶增次的范德蒙行列式的分解 // 161

### 后记 // 164

第一编

# 试题

