平直度误差数据处理技术

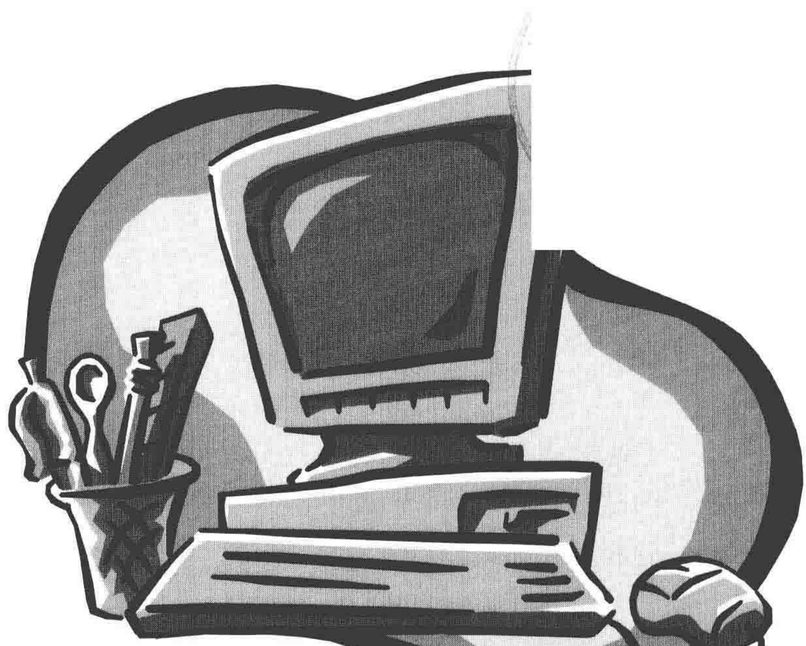
Pingzhidu Wucha Shuju Chuli Jishu

陆晓珩 ◎ 著

中国质检出版社
中国标准出版社

平直度误差数据处理技术

陆晓珩　著



中国质检出版社
中国标准出版社
北京

图书在版编目(CIP)数据

平直度误差数据处理技术/陆晓珩著. —北京:中国质检出版社, 2015.9
ISBN 978-7-5026-4195-5

Ⅰ.①平… Ⅱ.①陆… Ⅲ.①平面度误差—测量 ②直线度量具—测量误差
Ⅳ.①P207

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 163051 号

中国质检出版社
中国标准出版社 出版发行
北京市朝阳区和平里西街甲 2 号(100029)
北京市西城区三里河北街 16 号(100045)
网址:www. spc. net. cn
总编室:(010)68533533 发行中心:(010)51780238
读者服务部:(010)68523946
中国标准出版社秦皇岛印刷厂印刷
各地新华书店经销
*
开本 787×1092 1/16 印张 13.5 字数 280 千字
2015 年 9 月第一版 2015 年 9 月第一次印刷
*
定价: 49.00 元

前　言

直线度误差与平面度误差是14个形位公差中的其中两项，其举足轻重的成分自然毋庸置疑。对此貌似成熟、简单的或相对复杂的数据处理，经作者研究其实还是有些许鲜为人知的奥秘。自2013年的3月退休以后，才得以“赋闲”作深入的研究和系统的总结，经不断的修改和慎密的校核后才逐渐形成此拙作。

之所以要完成此“处女作”，并不完全出于某些不言而喻的个人狭隘夙愿。其实从大专院校的教材，相应的专业丛书、参考资料、直至计量检定规程，对此都不尽详然、浅尝辄止。作者虽“一介布衣”一普通工程师，自1985年大专毕业于陕西机械学院后从事计量工作，始终不辍地致力于长度计量中的平直度误差测量与数据处理，经不懈学习与研究，兴致所致终于琢磨出一些行之有效的简单数据处理方法和创新型的较为重大发现。此拙作正是在此基础上日积月累的经验之谈。

如果本行业的同仁或有志于本专业技术的各界技术人士从中能够得益一二，百尺竿头、再进一步地发扬光大，则我甘为人梯的行为和初衷已然实现，也算是我对毕生热衷的计量事业的一丁点菲薄贡献吧，吾愿足矣！

由于作者才疏学浅、孤陋寡闻，纯属经验之谈，匮乏理论的深度，故大量的繁冗数据处理过程中难免有失察之处，尤其是在最后附录中，纯专业技术和学术性的独家之言，或许难免偏颇亦未可知，在此一并恭请批评、斧正！

拙作得以顺利付梓，承蒙上海市嘉定区原质量技术监督局、现嘉定区计量质量检测所的时任领导、亲朋好友的鼎力支持、热忱关心和无私惠助，借此机会一并表示由衷的感谢，同时也感谢家人的鼓励。

陆晓珩

2015年6月10日于上海嘉定

目　录

第 1 章　直线度误差与数据处理技术

1.1　直线度误差和最小条件的定义

直线度误差被定义为："包容实际线且距离为最小的两平行直线之间的距离 Δ。"[1]

直线度误差定义中的"距离"两字，经作者研究发现是与实际真实情况不符，可被多种各不相同的解题方法求得的完全一致结果，证实是错误的、容易发生混淆的原则性问题。对此不够严谨或想当然的措辞，作者将在 1.4 节中借助于图 1－2 陈述自己的观点。

上述直线度误差的定义引自 1979 年由科学出版社出版，黑龙江省标准计量管理局和哈尔滨工业大学编写的《长度计量手册》[1] 第 445 页。现在的"直线度误差"原称为"不直度误差"。

在以"节距法"检定/校准平尺后的直线度误差数据处理时，为求得符合定义的直线度误差值，就必须按以下的"最小条件定义"和"最小条件判定准则"求解。以节距法测量时可以选择以下三种计量标准器之一，分别为：自准直仪、平行光管和电子水平仪。另有一辅助测量设备——可调式桥板。节距法测量的共同特点为：可调式桥板必须以一直线移动，并且要求首尾衔接，获得的测量值反映的是后一点对前一点的高低程度。所不同的是：前两种测量仪器还得借助一个直接置于可调式桥板之上的反光镜，操作相对困难、效率低下，缺点很多；而后者是直接将测量仪器电子水平仪置于可调式桥板之上，易操作、效率甚高。

直线度误差的最小条件定义为："在确定理想形状的位置时，应使它与实际形状相接触，并使二者之间的最大距离为最小。"[引自[1]第 445 页]

以最小条件求得的直线度误差值不仅最小，而且是唯一的。而如果用其他方法，比如"对角线法"求得的值就必定大于或等于之。因为只有当被测直线的表面几何图形呈纯凸或纯凹时，用最小条件或用对角线法求得的直线度误差才是一致的；而当被测直线的表面几何图形呈波浪形或较复杂形时（各种图形见图 1－1），以对角线法求得的直线度误差值必定大于以最小条件求得的直线度误差值（该理论有待完善）。所以最小条件能更准确地反映出实际被测直线之误差的真实情况，并且亦是发生纠纷或争议时所推崇使用的方法，仲裁检定时必定使用之。

上面的叙述可概括为：对角线法仅仅适用于直线的表面几何形状呈纯凸或纯凹形的

场合。这是历来较为经典的习惯性说法,被一直沿用至今。然而经作者研究发现:这是有缺陷的,实际真实情况并非如此简单和狭隘,而应有所拓展。下面的“例 2.2 对角线法”就是一个最为典型的例子。此例题虽为作者拟制的个例,但足可将此习惯性说法否定之。关于对角线法的实际适用范围,请参阅“例 4.2 对角线法”之后的“关于‘对角线法’的重要总结”。

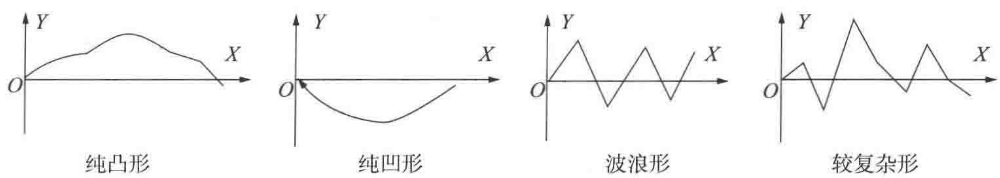


图 1－1

直线度误差的定义和最小条件的定义是对直线度误差形象化的简要说明。由于没有具体细化,所以在实际工作的数据处理时,可能会因为比较抽象和错误而因人而异地产生理解上的分歧。为了有一个明确的可操作性的统一标准,所以又有“最小条件判定准则”,加以具体化的详尽的指导性说明。

1.2 直线度误差的最小条件判定准则

直线度误差的最小条件判定准则为:“实际线上的最高(或最低)点和较高(或较低)点应位于最低(或最高)点的两侧,而且此最高(或最低)和较高(或较低)点的连线(基线)的斜率为最小。同时满足此二充分必要条件所做的基线和通过最低(或最高)点做平行于它的直线所包容实际线间的距离必符合最小条件的不直度值。”“所谓斜率最小是指实际线上作为基线的两点的纵坐标差值最小,而横坐标差距最大。按此判定准则在同时满足‘两侧’和‘最小’二充分必要的条件下,就可以此包容线间的距离作为符合最小条件的不直度值。”[引自[1]第 461 页]

在前面的直线度误差最小条件定义和此直线度误差最小条件判定准则中,又反复提到的“距离”,自然都是直线度误差定义“衍生”出来的,当然也就存在相同的问题。

直线度误差的这一最小条件判定准则,历来被通俗、大众化地形象简称为:“两峰夹一谷”准则和“两谷夹一峰”准则,以便于记忆。

在上面的最小条件判定准则中有关“斜率”的论述,经作者研究发现:当以最小条件判定准则求解直线度误差时,实际与包容直线(基线)的“斜率为最小”这一“充分必要条件”并无必然关系。实际真实的情况应是:任何被测平尺的直线表面几何图形的两条互相平行包容直线之斜率,在数据处理的初始阶段,完全可以人为操纵设定为不同的旋转量、等比例地改变各点数据的大小,从而控制为任意常数。而各种各样、大小不一任意包

容直线斜率状态下符合最小条件判定准则的直线度误差，都只可能解得唯一的正解结果（特指符合最小条件判定准则的直线度误差），根本没有必要拘泥于包容直线的斜率大小——非达到最小不可。下面的图 1－3 及相关内容就是足可将其否定之典型例子。

上述符合最小条件判定准则都只能够解得唯一的直线度误差值，称之为“直线度误差的唯一性”。据此定论和作者较为系统的研究结果，可总结出以下可靠的结论。

在非作图性方法的数据处理过程中，原则上只要是选错了最小条件判定准则，基本不可能有正解，偶有例外。比如某题材的正解结果符合两峰夹一谷准则，那么如果在数据处理过程中选择了与之截然相反的两谷夹一峰准则，绝大多数情况下是无解的，反之亦然。同理，原则上只要选错了该两峰或两谷点中的任意一个点，亦基本不可能有正解，偶有例外。

所谓的“非作图性方法”，是指本书 1.5 节的“旋转计算法”、1.6 节的“最小二乘法”和 1.7 节的“回归分析法”。这三种方法都可以在避免颇为累赘的作图过程、对被测直线的表面几何图形亦可以无须了解的前提下，殊途同归地解得符合最小条件判定准则的直线度误差。而作图性数据处理则可直观、无争议地避免该两个“选错了”的问题。

事物总是辩证的，有利必有弊。这两种“基本不可能有正解”的情况，恰恰是非作图性数据处理方法（对被测直线的表面几何形状不可能有直观的感知）不可避免的弊端和缺陷；而累赘的精确作图性数据处理方法的最大优点就是：正确的最小条件判定准则和峰、谷值，具有不言自明、显而易见的直观特征，完全不足为虑。具体的优缺点见下述。

如果遇到这样两种情况，所作的数据处理只能是前功尽弃，还得重新考虑另外选择判定准则或两个峰/谷点，从头做起。由于是基于“原则上”的“基本不可能”，所以上述两种情况都偶有例外，分别参阅下面例 4 的表 1－14 和例 3 的表 1－12。至于在最小条件判定准则和两峰或两谷选择正确的前提下，而必须是夹在两峰中的谷点，或者是夹在两谷中的峰点的具体位置，却意外地无关紧要，可以是该两峰或两谷中的任意位置，而丝毫不影响直线度误差的判定准则和唯一性结果，详见表 1－15 的有关内容。

直线度误差的这一最小条件判定准则是对执行以上两定义的具体化的详尽描述。

1.3　直线度误差数据处理的方法与简介

直线度误差数据处理的方法有多种，具有代表性的有：作图计算法、对角线法、解析几何法、旋转计算法、最小二乘法和回归分析法等等不一而足。下面分别叙述其利弊。

1. 作图计算法

请参阅[1]中的 462 页。顾名思义，自然少不了颇为累赘的精确作图。当被测直线的表面几何图形比例得当时，能够非常容易、毫无争议地识别应该运用仅有的两种最小条件判定准则中的哪一种，和选择哪两个峰（谷）点，及另外一个谷（峰）点。这是所有作

图性解题方法的一个共同特点：累赘、耗时，但却很直观，且不太可能出现差错。使用该方法解得的直线度误差值虽然符合最小条件判定准则，但遗憾的是该参考书中所介绍的公式不仅相对复杂，而且没有交待理论依据，这对于习惯以理解性记忆的成年人来说显然是不利的，非得背诵、熟记比较拗口的公式不可。再者，由于公式所涉及的众多代数符号没有逐一交待清楚它们各自所代表的具体含义，故使得在利用该公式代入数据时着实令人费解。其例举的例子最终解得的结果尚有微量误差，不够精确，至于其效率也就可想而知了，显然该数据处理方法已时过境迁、落伍了。作者历来主张将复杂问题简单化，故宜作出舍弃的首选。

2. 对角线法

或称"两端点连线法"。经典的习惯性说法认为，对角线法仅仅适用于某些被测直线的表面几何图形呈纯凸或纯凹形的场合；对于波浪形或较复杂的几何图形，因为对角线法肯定不符合最小条件判定准则，故以对角线法解得的直线度误差必定大于以最小条件判定准则解得的直线度误差。一言以蔽之，对角线法解得的直线度误差必大于等于符合最小条件判定准则的直线度误差，适用性受到一定的限制。然而，经作者研究的结果表明，此种"习惯性说法"有疏漏、失实之处，事实并非如此的简单和狭隘。关于此问题，请参阅例1.2之后的问题三和例2的比较结果。不仅如此，对角线法也必须比例适当、较为精确地作图，甚是累赘，并且在实施具体的计算直线度误差值时，还得借助于解析几何法或其他方法，显然整个数据处理过程亦未必简单、效率低下。但作为一种技术方法，或者作为"检定"[注1]还是有其存在的意义的。比如在检定平尺后，如以对角线法数据处理的结果，该平尺已经符合"00级"（现行有效的平尺检定规程中的最高级别），则无论该平尺的实际几何图形为何种形状，亦无须再以符合最小条件判定准则的其他方法去解了（要获得正解结果的具体数值除外）。具体的数据处理方法请详见下述。

[注1]检定与校准的区别之一：检定只需对被检定计量器具作符合某级别，或合格与否的结论性判断，而可以不告知具体的误差值；校准则只需告知该被校准计量器具的实际误差值和测量不确定度的具体数值，而可以不作符合某级别，或合格与否的结论性判断。

3. 解析几何法

顾名思义利用的是初等数学解析几何中的知识和原理，自然也是只有在作图的基础上，才能解得符合最小条件定义的直线度误差值[注2]。其优点：是一种通俗易懂、且无高深学问、相对比较容易掌握、适合大众化普及的基础性知识。在理解和掌握了该简单明了的原理和方法后，根本没有必要死记硬背特定公式，数据处理也就变得相当简单、顺理成章，尤其适合于文化程度不高的普通成年人和初学者。其缺点是还得较为精确地累赘作图，工作效率不甚高。具体的数据处理方法请详见下述。

[注2]《长度计量手册》中关于直线度误差数据处理目标——"距离"的描述，实际与本书所欲求解的相同目标——"铅垂线长度"（详见下述）是完全一致的，只是有悖"距

离”两字。以后将反复提到的“定义”权且以目标——铅垂线长度为标准。

4. 旋转计算法

也称“基面旋转法”，是作者习惯性经常使用和极为推崇的一种数据处理方法，解得的直线度误差值自然符合最小条件定义。其特点：整个数据处理过程并无高深的学问，初中文化程度足以应付自如，是一种最为通俗易懂、万能的最高效率方法。旋转计算法最为突出的优点：不仅可省略繁琐的精确作图之累赘，而且在整个数据处理过程中根本无须理会被测直线的实际表面是何种几何形状。只要掌握了该数据处理中的三种具体方法（该三种方法均可单独应用于任意题材，只是简繁程度各有千秋），灵活应用之，熟能生巧，计算相当简单，有时可不假思索、援笔立就，例如表 1 - 11 和表 1 - 13，一切数据处理问题均迎刃而解，具有普遍的通用性和实用性。当然，其免不了的缺点就是：正确的最小条件判定准则和峰、谷值，不能像作图性数据处理那样，具有人人皆知的明确特征，还得靠分析、揣摩和实践经验，间或还存在运气。具体数据处理方法请详见 1.5 节。

5. 最小二乘法

原理和方法涉及《误差理论与数据处理》[2]，亦无须作图。其原理是：测量结果的最可信赖值，应在使剩余误差平方和为最小的条件下求出（最小二乘法名称之由来）。最小二乘法数学模型的推导过程理论是较为复杂、深奥的，整个拟合直线方程的求解过程也是相对较为繁琐和复杂的，比较而言要求有较高的学识，数据处理的初始阶段借助于某些有相应计算功能的计算器则不复存在。根据作者的体会，其实这只是一个让测量数据变换的中间过程，最终还得以符合最小条件判定准则要求的其他方法，比如旋转计算法数据处理后，方可求得正解结果。其缺点：将简单问题复杂化、舍近而求远。但事物总是一分为二的，由于其最大的优点：通过一系列数据处理，让测量数据经过变换的中间过程后，使得原本不具有明显特征点的“两峰夹一谷”或“两谷夹一峰”中的峰（谷）值的大小次序排列，能够极为有效、明显地转变为所有测量数据的两极端——最大或最小，故可使得非常容易识别峰（谷）值，有利于优先选择正确的判定准则方案。似此具有独特效果的方法，将此作为编制计算机数据处理程序的依据，无疑可省略大量的比较、选择、计算和判断过程，不失为是一种极其有效的数学模型。作者力求以大众能接受的简单、实用形式介绍之，具体数据处理方法请详见 1.6 节。

6. 回归分析法

数据处理过程似与最小二乘法为“孪生”，亦无须作图。该两种数据处理方法虽然解题的过程不尽相同，但各自求得的拟合直线方程却是一模一样的。之后的求解过程也得借助于符合最小条件判定准则要求的其他方法进行数据处理，典型的殊途同归。回归分析法较最小二乘法在求解拟合直线方程的过程中，虽然计算程度略微繁琐和复杂一些，但却有其更为独到的优点：可采用两种不同的检验方法，以数字的形式形象化地表达出该求得的回归直线的可靠性程度，从而可定量、直观地感知直线度误差测量的准确性。这是区别于以上诸多方法独一无二的优点，自然也是一种异曲同工的更妙数学模型。作

者亦力求以大众能接受的简单、实用形式介绍之,具体解题方法请详见1.7节。

下面以作者拟制的四个比较典型的直线度误差例题为例,分别以解析几何法(辅以对角线法作比较)和旋转计算法,着重叙述以最小条件判定准则求解直线度误差的全过程,同时兼作对以上诸多质疑和问题的论述。续后再分别介绍最小二乘法和回归分析法,以各种不同解题方法的完全一致的相同结果,论证各种方法的可行性、正确性和直线度误差的唯一性。最后再介绍现在较为流行、热门的直线度误差的测量不确定度评定方法。

原以为直线度误差的数据处理是早就被大众接受、一致公认为再简单不过的事情,并无“文章”可作,其实不然。经作者研究后却出乎意料地发现,直线度误差数据处理其实还是有鲜为人知的“秘密”,恰如尚未被开垦的“处女地”。愚以为,之所以直至目前尚未发现这些“新大陆”,或许与那些所谓的经典学说不无关系——根深蒂固的影响,紧锢了我们的正常思维、蒙蔽了我们的应有视野,以至于我们固步自封,甚至于在实际工作中视而不见,与之失之交臂。作者在1.8节的“直线度误差数据处理技术总结”,是对此基础知识的研究结果,但愿能为广大读者接受和认可,并且再接再厉、更上一层楼!

1.4 解析几何法
(辅以对角线法作比较)求解直线度误差的方法

例1 以分度值 $\tau=0.01\text{mm/m}$ 的电子水平仪,检定一支长为1m略有余的平尺,可调式桥板跨距 $L=100\text{mm}$,仪器在平尺工作面各点的测量数据如表1-1序1行所示,求该被测量平尺符合最小条件判定准则的直线度误差,并比较与直线度误差定义中的“距离”和以对角线法求得的直线度误差值的区别。

表1-1

序	测量点 i	起点	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	测量数据	—	3	6	5	9	1	4	9	7	1	7
2	求和	0	3	9	14	23	24	28	37	44	45	52
3	旋转量 -5	0	-5	-10	-15	-20	-25	-30	-35	-40	-45	-50
4	序2+序3	0	-2	-1	-1	$\boxed{3}$	-1	$\underline{-2}$	2	$\boxed{4}$	0	2

例1.1 解析几何法

如表1-1所示,序1行为测量数据,序2行是对上一行中所有测量数据的求和,这是直线度误差数据处理时,首先都必须完成的固定模式(以下例题的雷同之处,亦不赘述)。序3行是各测量点 i 的初次旋转量。取决于该初次旋转量的大小并无定规,为了便于精确作图和计算方便,以整数为宜(不一定拘泥于该不成文的约定,特殊情况下亦可以小数

甚至分数的形式出现）。原则上最好能够使得序 4 行中产生的各测量点数值均接近零左右，以有利于作图。作图时要求比例得当，使得图形比较适中，被测直线的表面几何图形曲折比较明显。由图 1 –2 可见，本例的旋转量选择“ –5”（等于末点数值除以总间距数取整后的相反数）是较为恰当的状态。各测量点 i 应以起点的 0 为始，以 –5 作步长依次递减，然后根据序 4 行中的数据作图，如图 1 –2 所示。

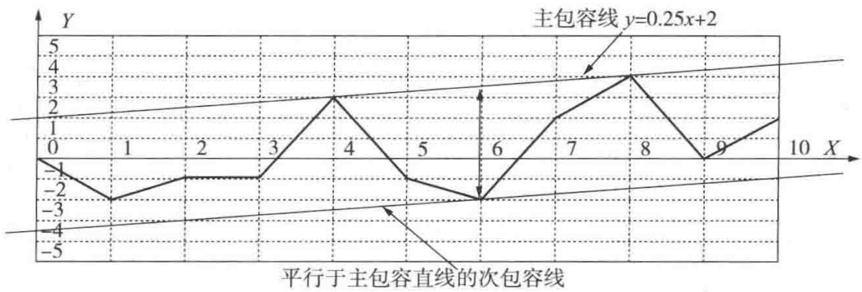


图 1 –2　（较复杂形）

由图 1 –2 显而易见，本例只能是应用最小条件中的“两峰夹一谷”准则，即过两峰点（8,4）和（4,3）作一条直线，可称其为“主包容线”。然而借助于两直角尺，于必然的谷点（6, –2）处作一条平行于主包容线的直线，可称其为“次包容线”。于是所有各测量点均被包容在此两条平行线之间，这是满足直线度误差定义、最小条件定义和判定准则的必然前提。由此直线度几何图形可以证实作图计算法的最大优点：可以不出差错、非常容易、直观地识别应该使用最小条件中的哪一种判定准则，和选择哪两个峰/谷点和另外一个谷/峰点。

该两条平行线之间的“铅垂线长度”，如图所示的与 X 轴垂直的双箭头线，在直线度误差定义中被误称其为“距离”的，即为本例所要求解的目标——直线度误差值。其实[1]的解题目标亦是相同的，只是将其称之为“距离”殊为意外。

作图性解析几何法求解直线度误差的数据处理有以下 4 个步骤。

第 1 步骤：根据测量数据第一次旋转后的数据作图。然后按最小条件判定准则，由不言自明的两峰（或两谷）点作一条主包容直线，并根据该直线由两峰所夹的谷，或两谷所夹的峰点作一条次包容平行线，要求必须将所有测量点均被包容在此两平行线之间。然后利用解析几何中的“两点式”公式求解该主包容直线的直线方程（解析几何法之名称的由来）。

第 2 步骤：将次包容平行线上的谷（或峰）点所处的 X 轴坐标值代入上述主包容直线方程，即可求得主包容直线方程上该谷（或峰）点对应的 y 值。

第 3 步骤：将求得的该 y 值减去其谷（或峰）值（由次包容直线的几何图形或相应表格的序 4 行中均可查得），并取其绝对值，即为所要求解的直线度误差（格）值。

第 4 步骤：最终符合最小条件定义和最小条件判定准则的直线度误差值，套用公式：f = 仪器的分度值 τ（mm/m）× 桥板跨距 L（mm）× 直线度误差（格），单位 μm，求得结果。

例如，本例题符合最小条件判定准则的直线度误差数据处理具体过程如下。

(1)因两峰值点的坐标分别为(8,4)和(4,3)，故由该两峰值点所组成的主包容直线方程，根据解析几何中的两点式公式，有：$\frac{y-4}{x-8}=\frac{4-3}{8-4}$。整理之，主包容直线方程为：$y=0.25x+2$；

(2)将谷点所处的 X 轴坐标 $x=6$ 代入主包容直线方程，可求得当 $x=6$ 时该主包容直线方程上对应的 y 值，即 $y=0.25\times6+2=3.5$；

(3)于是直线度误差值(铅垂线长度)为：$3.5-(-2)=5.5$(格)[注]；

(4)最终符合最小条件判定准则的直线度误差值：

$f=$仪器分度值 τ(mm/m) × 桥板跨距 L(mm) × 直线度误差(格) $=\frac{0.01}{1000}\times100\times5.5=5.5(\mu m)$。

正常的直线度误差数据处理结果的正确与否，具有心知肚明、无师自通的特性。

[注]式中的“-2”是 X 轴坐标第 6 点时的谷值，亦是由第 2 步骤中刚求得的 $y=3.5$ 的对应值，由图 1－2 或表 1－1 第 6 个测量点的序 4 行中都可以查得(比较以下“点到直线之间的距离公式”分子部分)。以下例题中所涉及此相同内容，均为相同原理，不赘述。

问题一：直线度误差究竟是两平行直线之间的“距离”，还是铅垂线长度？

在直线度误差定义中的“……两平行直线之间的距离”，最小条件的定义和判定准则中亦提到的“距离”，作者以为有失偏颇。因为从“距离”的定义来说：距离应该是两平行线之间的垂直长度。这也是“形位公差”中对同名的“直线度误差”的定义，恰如图 1－3 中的 d 值。当包容直线的斜率等于零(水平线)时，距离与铅垂线长度重合在一起，两者相等；当包容直线的斜率不等于零时，距离小于铅垂线长度，就会有质的区别，并不能相提并论。通过下面诸多不同解题方法解得的一致结果，足以证实：长度计量中的直线度误差确实应该是两平行线之间的铅垂线长度。形位公差和长度计量中虽然有同名的“直线度误差”，但它们的定义却是不同的。敬请读者就该问题跟踪之，作者将在下面继续论证之。

关于直线度误差定义中的“距离”，这里所说的“距离”特指真正的距离，其实可以用解析几何中的“点到直线之间的距离公式”：$d=\frac{|ax+by+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$求解，试作比较和甄别。

比如该例题就可以谷点(6，－2)至上包容直线方程 $0.25x-y+2=0$ 的距离公式来解决之。于是两平行直线之间的真正距离 $d=\frac{|0.25\times6-(-2)+2|}{\sqrt{0.25^2+(-1)^2}}=\frac{5.5}{\sqrt{1.0625}}\approx5.34\approx5.3$(格)。

上面公式中的 a、b、c 分别为包容直线方程中 X、Y 的系数 0.25、－1 和常数项 2，可见距离 < 铅垂线长度。由公式中的分子部分：$|ax+by+c|$求得的数值就是欲求解的直线度误差——铅垂线长度。比较该两种方法求得的一致结果，可以发现后者更方便。在

以下的另外三例解析几何法中将继续使用之，以证实距离与铅垂线长度的区别。下面的计算同样说明问题。

至此，作者必须声明一点：其实 1.2 节中有关“直线度误差的最小条件判定准则”中的“斜率为最小”其实还是有参考价值的，只是又衍生出以下两个疑问需要补充说明。

疑问一：“斜率为最小”只是一个定性的概念，而没有定量、明确地表达何为最小？

众所周知，被测量包容直线的斜率是随机的，总会有正或有负（比如图 1－5），究竟何为最小？数据处理可以证明：“斜率为最小”严格的意义应为：斜率等于零。下面论证之。

由点到直线之间的距离公式可知：真正的距离与公式中的“法化因子” $\sqrt{a^2+b^2}$ 有着密切的关系。比如本例题，作者同时例举了三种图形，按斜率的大小排列依次为：

第 1：$y=5.25x+2$，即 $5.25x-y+2=0$，$d_{(5.25)}=\dfrac{|5.25\times6-28+2|}{\sqrt{5.25^2+(-1)^2}}=\dfrac{5.5}{\sqrt{28.5625}}\approx$ $1.03\approx1.0$

第 2：$y=0.25x+2$，即 $0.25x-y+2=0$，$d_{(0.25)}=\dfrac{|0.25\times6-(-2)+2|}{\sqrt{0.25^2+(-1)^2}}=\dfrac{5.5}{\sqrt{1.0625}}\approx$ $5.34\approx5.3$

第 3：$y=0.05x+2$，即 $0.05x-y+2=0$，$d_{(0.05)}=\dfrac{|0.05\times6+3.2+2|}{\sqrt{0.05^2+(-1)^2}}=\dfrac{5.5}{\sqrt{1.0025}}\approx$ $5.49\approx5.5$

上面的第 1 和第 3 的两几何图形分别见图 1－3 的上、下方。

由此可见：随着主包容直线斜率的大幅度减小，距离却随之同幅度增大。从数值的迥异程度，可以证实直线度误差中的真正的距离确实与斜率的大小有必然的反比关系。当包容直线的斜率等于零时，直线度误差即真正的距离达到最大值[注]。犹如表 1－8 序 6 行的数据所示，如以该行的数据作图，显然上包容直线的斜率等于零，直线方程为：$-y+2.3=0$，自然直线度误差中的距离就是铅垂线长度：$d_{(0)}=\dfrac{|0\times6+(-1)(-3,2)+2.3|}{\sqrt{0^2+(-1)^2}}=\dfrac{5.5}{\sqrt{1}}=5.5$。

[注]或许这就是直线度误差最小条件定义中的“……并使两者之间的最大距离为最小”的出处，所谓“最小”想必是“最小条件”下的最小吧。再次证明：铅垂线长度是广义的，可适用于任意包容直线斜率下求解直线度误差；而诸定义中的“距离”却是狭义的，唯有在包容直线的斜率为零时才适用，否则真正的距离必小于铅垂线长度（直线度误差值）。

疑问二：如何在作图性解析几何法的初始阶段，即作出斜率为零（最小）的主包容直线？

作者以为，若要作出斜率为零的主包容直线，势必就得像表 1－8 一样地作旋转性数据处理，否则就几乎没有可能（除非由表 1－1 的序 2“求和”行，自然而然地直接得出两