

经典数学系列

破解烦恼的 公式

齐浩然 编著

$$a = b + c = b + c - c$$
$$= b - c$$
$$S = -a^2 + (4/2) \times a \dots$$

$$S = \pi r^2$$

金盾出版社

经典数学系列

破解烦恼的 公式

齐浩然 编著

 金盾出版社

内 容 提 要

本书以优美的文字、广博的信息和精美的插图，为大家呈现出一个奇妙的数学世界，这本书中主要为青少年们介绍在学习经常用到的数学公式，帮助你从根本上解决对于数学公式的理解。

图书在版编目(CIP)数据

破解烦恼的公式 / 齐浩然编著. —北京: 金盾出版社, 2015. 5

(经典数学系列)

ISBN 978-7-5186-0017-5

I. ①破… II. ①齐… III. ①数学公式—青少年读物 IV. ①01-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2015) 第 021762 号

金盾出版社出版、总发行

北京市太平路 5 号 (地铁万寿路站往南)

邮政编码: 100036 电话: 68214039 83219215

传真: 68276683 网址: www.jdcbs.cn

北京市业和印务有限公司印刷、装订

各地新华书店经销

开本: 700 × 1000 1/16 印张: 13 字数: 215 千字

2015 年 5 月第 1 版第 1 次印刷

印数: 1 ~ 10 000 册 定价: 32.50 元

(凡购买金盾出版社的图书, 如有缺页、
倒页、脱页者, 本社发行部负责调换)

目
录
contents

有理数·····	1
整式的运算·····	8
相交线与平行线·····	12
平行线的性质·····	16
平面直角坐标系·····	19
一元一次方程·····	25
二元一次方程组·····	29
不等式与不等式组·····	33
数据的收集、整理与描述·····	39
图形认识初步·····	51
三角形·····	60
全等三角形·····	80
轴对称·····	82
实数·····	92
一次函数·····	103

整式的乘除与因式分解·····	122
圆周率·····	135
微积分·····	148
复变函数·····	158
数 列·····	163
三角函数·····	170
勾股定理·····	190
韦达公式·····	201

有理数

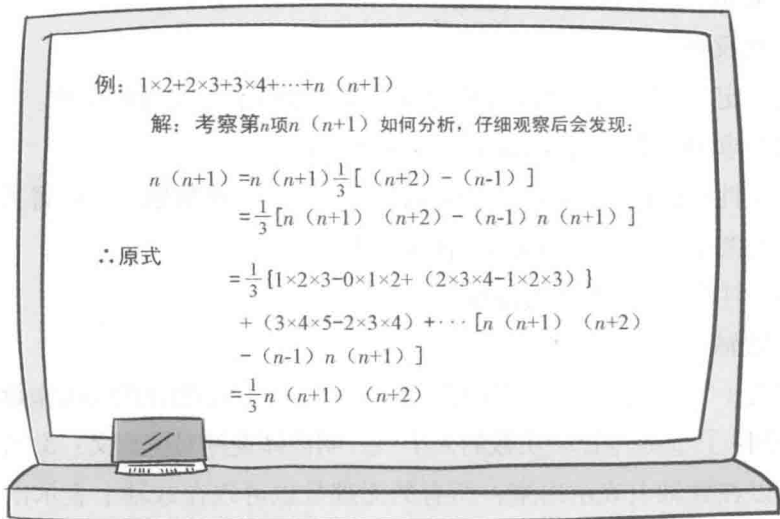
有理数是整数和分数的统称，一切有理数都可以化成分数的形式。

有理数的运算

有理数加减混合运算

1. 有理数加减统一成加法的意义：

对于加减混合运算中的减法，我们可以根据有理数减法法则将减法转化为加法，这样就可将混合运算统一为加法运算，统一后的算式是几个正数或负数的和的形式，我们把这样的式子叫作代数和。



2. 有理数加减混合运算的方法和步骤:

(1) 运用减法法则将有理数混合运算中的减法转化为加法。

(2) 运用加法法则, 加法交换律, 加法结合律简便运算。

一般情况下, 有理数是这样分类的:

整数、分数; 正数、负数和零; 负有理数、正有理数和零。整数和分数统称有理数, 有理数可以用 $\frac{a}{b}$ 的形式表达, 其中 a 、 b 都是整数, 且互质。我们在日常生活中是经常使用有理数的。比如, 多少钱, 多少千克等。

凡是不能用 $\frac{a}{b}$ 形式表达的实数就是无理数, 又叫无限不循环小数。

在实数中, 不是无限不循环小数的小数就是分数。

有理数的有关概念

有理数的概念的内容包含有理数分类的原则和方法, 相反数、数轴、绝对值的概念和特点。

1. 有理数的分类: 有理数包括整数和分数, 整数又包括正整数、0 和负整数, 分数包括正分数和负分数。“分类”的原则:(1) 相称(不重、不漏); (2) 有标准。

2. 非负数: 正数与零的统称。

3. 相反数:

(1) 定义: 如果两个数的和为 0, 那么这两个数互为相反数。

(2) 求相反数的公式: a 的相反数为 $-a$ 。

(3) 性质: ① $a \neq 0$ 时, $a \neq -a$; ② a 与 $-a$ 在数轴上的位置关于原点对称; ③ 两个相反数的和为 0, 商为 -1 。

(4) 注意: 0 的相反数是 0。

4. 数轴:

定义(“三要素”): 具有原点、正方向、单位长度的直线叫作数轴。

作用: ① 直观地比较实数的大小; ② 明确体现绝对值意义; ③ 所有的有理数可以在数轴上表示出来, 所有的无理数也可以在数轴上表示出来, 故数轴上的点有的表示有理数, 有的表示无理数, 数轴上的点与实数是一一

有理数的概念

有理数概念的内容包含有理数分类的原则和方法，相反数、数轴、绝对值的概念和特点。

1. 有理数的分类：有理数包括整数和分数，整数又包括正整数、0和负整数，分数包括正分数和负分数。

“分类”的原则：（1）相称（不重、不漏）；

（2）有标准。

对应关系。

5. 绝对值：

（1）代数定义：正数的绝对值是它的本身，0的绝对值是它的本身，负数的绝对值是它的相反数。

（2）几何定义：数 a 的绝对值的几何意义是实数 a 在数轴上所对应的点到原点的距离。

① 符号“ $||$ ”是“非负数”的标志；

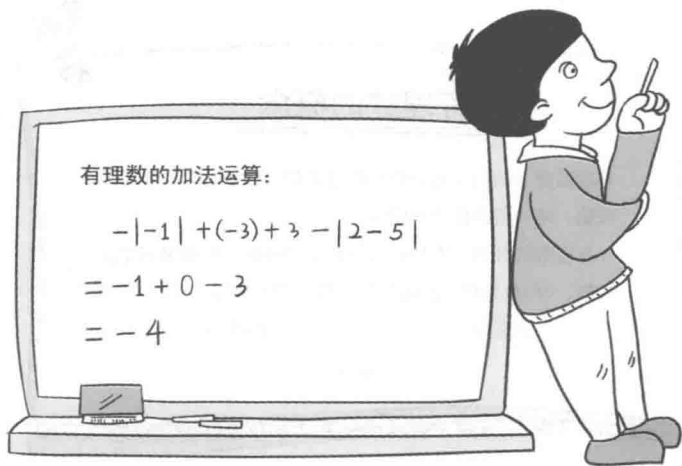
② 数 a 的绝对值只有一个；

③ 处理任何类型的题目，只要其中有“ $||$ ”出现，其关键一步是去掉“ $||$ ”符号，如果有“-”要继续计算。

有理数的加减法

加法

有理数的加法与小学的加法大有不同，小学的加法不涉及符号的问题，而有理数的加法运算总是涉及两个问题：一是确定结果的符号；二是求结果的绝对值。在进行有理数加法运算时，首先判断两个加数的符号：是同号还是异号，是否有0。从而确定用哪一条法则。在应用过程中，一定要牢记“先符号，后绝对值”，熟练以后就不会出错了。多个有理数的加法，



可以从左向右计算，也可以用加法的运算定律计算，但是在下笔前一定要思考好，哪一个要用定律，哪一个要从左往右计算。

法则

1. 同号相加，取相同符号，并把绝对值相加。
2. 绝对值不等的异号相加，取绝对值较大的加数符号，并用较大的绝对值减去较小的绝对值。互为相反数的两个数相加得 0。



3. 一个数同 0 相加，仍得这个数。
4. 相反数相加结果一定得 0。

交换律和结合律

有理数的加法同样拥有交换律和结合律（和整数的交换律和结合律一样），用字母表示为：

交换律： $a+b=b+a$ ，两个数相加，交换加数的位置，和不变。

结合律： $a+b+c=(a+b)+c=a+(b+c)$ ，三个数相加，先把前两个数

相加，或者先把后两个数相加，和不变。

减法

有理数减法法则：减去一个数，等于加上这个数的相反数。其中，两变：减法运算变加法运算，减数变成它的相反数做加数；一不变：被减数不变。可以表示成： $a - b = a + (-b)$ 。

有理数的乘除法

乘法

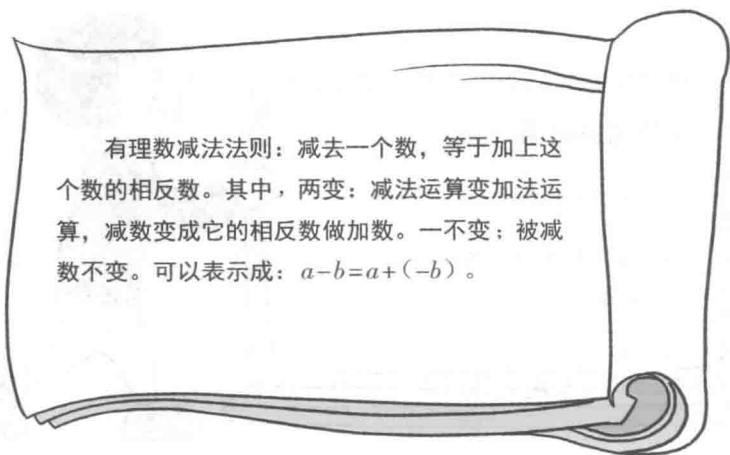
(1) 两数相乘，同号为正，异号为负，并把绝对值相乘。例如， $(-5) \times (-3) = 15$ ， $(-6) \times 4 = -24$ 。

(2) 任何数同 0 相乘，都得 0。例如， $0 \times 1 = 0$ 。

(3) 几个不等于 0 的数字相乘，积的符号由负因数的个数决定。当负因数有奇数个数时，积为负；当负因数有偶数个数时，积为正。并把其绝对值相乘。例如， $(-10) \times (-5) \times (-0.1) \times (-6)$ 积为正数，而 $(-4) \times (-7) \times (-25)$ 积为负数。

(4) 几个数相乘，有一个因数为 0 时，积为 0。例如， $3 \times (-2) \times 0 = 0$ 。

(5) 乘积为 1 的两个有理数互为倒数。例如， -3 与 $-\frac{1}{3}$ ， $-\frac{3}{8}$ 与 $-\frac{8}{3}$ 。



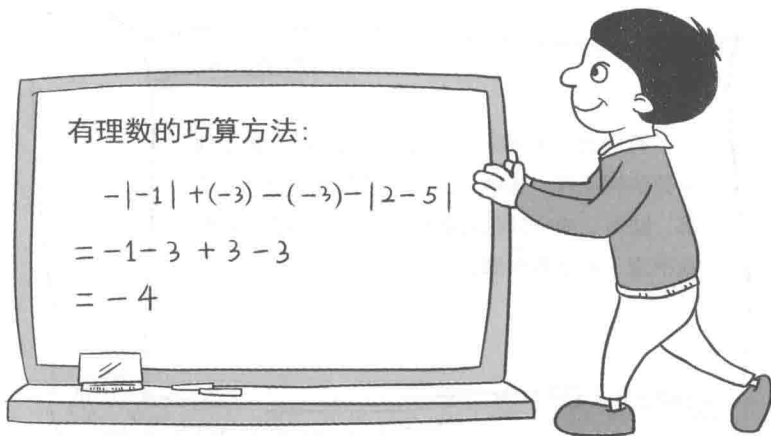
有理数减法法则：减去一个数，等于加上这个数的相反数。其中，两变：减法运算变加法运算，减数变成它的相反数做加数。一不变：被减数不变。可以表示成： $a - b = a + (-b)$ 。



除法:

- (1) 除以一个数等于乘上这个数的倒数。(注意: 0 没有倒数)
- (2) 两数相除, 同号为正, 异号为负, 并把绝对值相除。
- (3) 0 除以任何一个不等于 0 的数, 都等于 0。

注意: 0 在任何条件下都不能做除数。



近似数和有效数字

与实际数字比较接近，但不完全符合的数称之为近似数。

对近似数，人们常需知道它的精确度。一个近似数的精确度通常有以下两种表述方式。

用四舍五入法表述。一个近似数四舍五入到哪一位，就说这个近似数精确到哪一位。

用有效数字的个数表述。由四舍五入得到的近似数，从左边第一个不是零的数字起，到末位数字为止的所有数字，都叫作这个数的有效数字。（例如，通常可进一也可去尾）



整式的运算

整式是有理式的一部分，在有理式中可以包含加、减、乘、除四种运算，但在整式中除数不能含有字母。单项式和多项式统称为整式。

整式

代数式中的一种有理式，不含除法运算或分数，以及虽有除法运算和分数，但除式或分母中不含变数者，则称为整式。

整式不包括开方，分母含有字母的数。

整式加减包括合并同类项；乘除包括基本运算、法则和公式；基本运算又可以分为幂的运算性质；法则可以分为乘法、除法；公式可以分为乘法公式、零指数幂和负整数指数幂。

单项式与多项式统称为整式。例如： $\frac{2x}{3}$ 是单项式。 $0.4x + 3$ 是多项式。 $\frac{x}{y}$ 不是整式，它是分式。

单高项的次数叫作多项式的次数。多项式可以进行降幂排列和升幂排列。



单项式的指数：指在一个单项式中各个未知数的次数和。如 ab^3c^2 的指数是 a 有 1 次， b 有 3 次， c 有 2 次，就是 $1+3+2=6$ （次），指数就是 6。



整式的加减

所含字母相同，并且相同字母的次数也相同的项叫作同类项。

掌握同类项的概念时注意：

1. 判断几个单项式或项是否是同类项，要掌握两个条件：

- ① 所含字母相同。
- ② 相同字母的次数也相同。

2. 同类项与系数无关，与字母排列的顺序也无关。

3. 所有常数项都是同类项。

1. 合并同类项的概念：

把多项式中的同类项合并成一项叫作合并同类项。

2. 合并同类项的法则：

同类项的系数相加，所得结果作为系数，字母和字母的指数不变。

3. 合并同类项步骤：

(1) 准确地找出同类项。

(2) 逆用分配律，把同类项的系数加在一起（用小括号），字母和字母的指数不变。

(3) 写出合并后的结果。

在掌握合并同类项时需注意：

1. 如果两个同类项的系数互为相反数，合并同类项后，结果为 0。

2. 不要漏掉不能合并的项。

3. 只要不再有同类项，就是结果（可能是单项式，也可能是多项式）。
4. 几个多项式间的合并不算做合并同类项，如 $[-3(a+b)c]+7(a+b)c=(7-3)(a+b)c$ ，这不叫合并同类项，只是用了合并同类项的方法。
5. 合并同类项的关键：正确判断同类项。

例：计算 $8a+2b+5a-b$ 。

解：原式 $= (8+5)a + (2-1)b$
 $= 13a + b$ 。

这个“b”表示 $1b$ ，通常 1 和 -1 是省略不写的，如： $-1a = -a$ 。

整式和整式的乘法

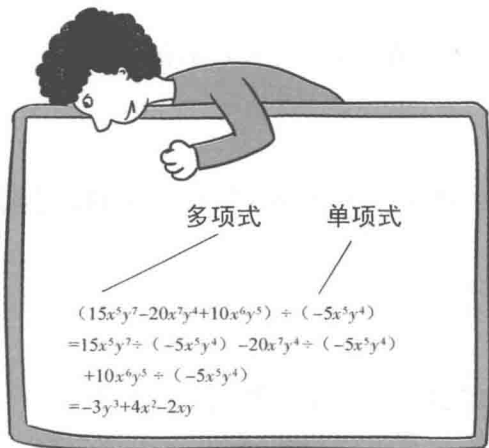
整式可以分为定义和运算，定义又可以分为单项式和多项式，运算又可以分为加减和乘除。

同底数幂的乘法法则：同底数幂相乘，底数不变指数相加。 $a^m \times a^n = a^{m+n}$ 。

幂的乘方法则：幂的乘方，底数不变，指数相乘。 $(a^m)^n = a^{mn}$ 。

积的乘方法则：积的乘方等于把积的每一个因式分别乘方，再把所得的幂相乘。 $(ab)^n = a^n \times b^n$ 。

单项式与单项式相乘有以下法则：单项式与单项式相乘，把它们的系数、同底数幂分别相乘，其余字母连同它的指数不变，作为积的因式。



单项式与多项式相乘有以下法则：单项式与多项式相乘，就是用单项式去乘多项式的每一项，再把所得的积相加。 $a(m+n) = am + an$ 。

多项式与多项式相乘有下面的法则：多项式与多项式相乘，先用一个多项式的每一项乘另一个多项式的每一项，再把所得的积相加。 $(a+b)(m+n) = am + an +$

$bm + bn$ 。

多项式除以单项式运算的实质是把多项式除以单项式的运算转化为单项式的除法运算，因此建议在学习本课知识之前对单项式的除法运算进行复习巩固。

多项式除以单项式所得商的项数与这个多项式的项数相同，不要漏项。要熟练地进行多项式除以单项式的运算，必须掌握它的基本运算，幂的运算性质是整式乘除法的基础，只有抓住这关键的一步，才能准确地进行多项式除以单项式的运算。符号仍是运算中的重要问题，用多项式的每一项除以单项式时，要注意每一项的符号和单项式的符号。

平方差公式：两数和与这两数差的积等于这两数的平方差。

完全平方公式：两数和的平方，等于这两数的平方和，加上这两数积的2倍。两数差的平方，等于这两数的平方和，减去这两数积的2倍
 $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ 。

同底数幂相除，底数不变，指数相减。 $a^m \div a^n = a^{m-n}$ 。

任何不等于零的数的零次幂都等于1。 $a^0 = 1 (a \neq 0)$ 。

任何不等于零的数的 $-p$ (p 是正整数)次幂，等于这个数的 p 次幂的倒数。 $a^{-p} = \frac{1}{a^p} (a \neq 0, p \text{是正整数})$ 。



相交线与平行线

相交线

简介

两条直线交于一点，我们称这两条直线相交。相对地，我们称这两条直线为相交线。

如图， $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 有一条公共边 OC ，它们的另一边互为反向延长线（ $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 互补），具有这种关系的两个角，叫互为邻补角。

$\angle 1$ 和 $\angle 3$ 有一个公共顶点 O ，并且 $\angle 1$ 的两边分别是 $\angle 3$ 的两边的反向延长线，具有这种位置关系的两个角，互为对顶角。

