



让每一位学生分享高品质教育

曲一线科学备考



5年[®]高考 3年模拟

WUNIAN GAOKAO SANNIAN MONI

高考文数

浙江省专用



首都师范大学出版社
CAPITAL NORMAL UNIVERSITY PRESS



教育科学出版社
ESPH Educational Science Publishing House



5年高考 3年模拟



WUNIAN GAOKAO SANNIAN MONI



高考文数

浙江省专用

丛书主编：曲一

本册主编：桑永

副主编：黄黎 蒲丰奇 韩瑞珍 刘利娜

编委：邵君敏 何改凤 李加强 张红涛 岳献平

李新艳 李晓娟 韩子登 王月英 陈亚男

谷 洞



首都师范大学出版社
CAPITAL NORMAL UNIVERSITY PRESS



教育科学出版社
Educational Science Publishing House

图书在版编目(CIP)数据

5 年高考 3 年模拟: A 版. 文数/曲一线主编.

—北京:首都师范大学出版社,2011.1

学生用书

ISBN 978-7-5656-0288-7

I. ①5… II. ①曲… III. ①数学课—高中—习题—升学参考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 015288 号

5 年高考 3 年模拟

A BAN WENSHU

A 版文数

丛书主编 曲一线

责任编辑 王 岩

责任录排 梁玉佳

出版发行 首都师范大学出版社

北京西三环北路 105 号 100048

教育科学出版社

北京·朝阳区安慧北里安园甲 9 号 100101

电 话 68418523(总编室) 68982468(发行部)

网 址 www.cnupn.com.cn

沈阳美程在线印刷有限公司印刷

全国新华书店发行

版 次 2012 年 2 月第 2 版

印 次 2012 年 2 月第 1 次印刷

开 本 890 毫米×1240 毫米 1/16

印 张 23

字 数 920 千

定 价 53.00 元

版权所有 违者必究

如有质量问题 请与 010-63735353 联系退换

五年高考命题规律探究

三年模拟题组阶梯演练

本书特点



① 题题经典，答案全解全析；

② 题组训练，能力高效提升；

③ 讲练分册，随堂使用方便；

④ 注重基础，关注每位学生。

● 答案 C

● 解析

a, b, c 互不相等，不妨设 $a < b < c$ ，

$\therefore f(a) = f(b) = f(c)$ ，

由图象可知 $0 < a < 1, 1 < b < 10, 10 < c < 12$ 。

● B组

2010—2012年模拟探究专项提升测试

(满分 43分 30分钟)

一、选择题(每小题5分，共20分)

1. (2011浙江宁波期末统考，15) 设函数 $f(x) = \begin{cases} cx+1, & 0 < x < c, \\ 3x^4+x^2, & c \leq x < 1 \end{cases}$



学生用书



题组训练册

● 考点一 集合的含义与表示

1. 元素的性质：确定性；无序性；①_____。

2. 集合的表示方法：列举法；②_____；图象法。

3. 空集的性质：空集是任何集合的子集；空集是任何非

使用说明

① 解读高考大纲，明确高考方向，做到有的放矢；

② 洞悉五年高考，熟知命题规律，做到知己知彼；

③ 突破重点难点，掌握方法技巧，做到事半功倍；

④ 演练经典模拟，能力分层提升，做到自我超越；

⑤ 分享智力背景，拓宽知识视野，做到快乐学习。

【考纲解读】

考点	内容	要求	高考示例	常考题型	预测热度
1. 集合的含义与表示	(1) 了解集合的含义、元素与集合的属于关系 (2) 能用自然语言、图形语言、集合语言(列举法或描述法)描述不同的集合	了解	2011福建，11； 2011浙江，10；	选择题、 填空题	★☆☆

分析解读

掌握集合的表示法，能判断元素与集合的属于关系、集合与集合之间的包含关系，能判断集合是否相等，熟练掌握集合的交、并、补的运算和性质，会用分类讨论和数形结合的思想研究集合的运算问题。

【五年高考】

● 考点一 集合的含义与表示

则阴影部分所示的集合的元素共有 ()

1. (2009广东，1，5分) 已知全集 $U = \mathbb{R}$ ，集合 $M = \{x | -2 \leq x \leq 2\}$ 和 $N = \{x | 2k-1, k=1, 2, \dots\}$ 的关系的韦恩(Venn)图如图所示。



突破方法

方法1 函数的概念的解题策略

函数的概念主要考查分段函数的变换问题，需要结合定义域作数值代换，考查函数的三要素，判断两函数是否是同一函数，关键是定义域和对应关系是否相同。

方法2 求函数的解析式的解题策略

此类题型，可采用配凑法、换元法、待定系数法、解方程组法等，注意求解解析式过程中，函数定义域的变化。

例1 (1) 已知 $f(x)$ 是一次函数，且满足 $3f(x+1) - 2f(x-1) = 2x+17$ ，求 $f(x)$ 。

A组 2010—2012年模拟探究专项基础测试

(满分 58分 30分钟)

一、选择题(每小题5分，共30分)

1. (2012浙江台州) 已知集合 $M = \{m | m = a^2, a \in \mathbb{N}\}$ ，其中 $i^2 = -1$ ，则下面属于 M 的元素是 ()
A. $(1+i) + (1-i)$ B. $(1+i) - (1-i)$
C. $(1+i)(1-i)$ D. $\frac{1-i}{1+i}$



“神舟七号”创中国航天四个第一——“神舟七号”圆满完成中国航天员出舱等四大科学试验，创下了中国航天领域的四个第一。伴随小卫星拍摄了大量珍贵的图像，这是中国第一次航天员出舱，舱外空间材料研究和中微子卫星——天链一号的应用也都是中国航天领域的首次突破。翟志刚从飞船舱外拿回来的固体润滑材料和太阳能电池片，现在科学家们已经对它们在进行研究了，而首次应用的天链一号卫星，不仅让“神舟七号”测控覆盖率从14%提到了50%，而且这时提高中国航天测控能力具有重要意义。

智力背景

(截图仅供参考)

目录 contents

第一章 集合与常用逻辑用语	1
§ 1.1 集合的概念及运算	1
§ 1.2 命题及其关系、简单的逻辑联结词	4
§ 1.3 充分条件与必要条件	7
第二章 函数	9
§ 2.1 函数及其表示	9
§ 2.2 函数的基本性质	13
§ 2.3 二次函数与幂函数	16
§ 2.4 指数与指数函数	20
§ 2.5 对数与对数函数	23
§ 2.6 函数的图象	26
§ 2.7 函数的值域与最值	29
§ 2.8 函数与方程	31
§ 2.9 函数模型及其综合应用	33
第三章 导数的应用	37
§ 3.1 导数的概念及运算	37
§ 3.2 导数的应用	40
第四章 三角函数	45
§ 4.1 三角函数的概念、同角三角函数的关系式及诱导公式	45
§ 4.2 三角恒等变换	49
§ 4.3 三角函数的图象与性质	53
§ 4.4 解三角形	58
§ 4.5 三角函数的最值与综合应用	62
第五章 平面向量	67
§ 5.1 平面向量的概念及运算、平面向量的基本定理	67
§ 5.2 向量的数量积和运算律、向量的应用	70
第六章 数列	74
§ 6.1 数列的概念及其表示	74
§ 6.2 等差数列	77
§ 6.3 等比数列	80
§ 6.4 数列求和、数列的综合应用	83
第七章 不等式	88
§ 7.1 不等式的概念和性质	88
§ 7.2 一元二次不等式及其解法	90

contents

§ 7.3 简单的线性规划	93
§ 7.4 基本不等式	96
§ 7.5 不等式的综合应用	98
第八章 立体几何	101
§ 8.1 空间几何体的结构、三视图和直观图	101
§ 8.2 空间几何体的表面积和体积	105
§ 8.3 空间点、直线、平面的位置关系	110
§ 8.4 直线、平面平行的判定和性质	113
§ 8.5 直线、平面垂直的判定和性质	117
第九章 直线和圆的方程	124
§ 9.1 直线方程和两条直线的位置关系	124
§ 9.2 圆的方程	128
§ 9.3 点、线、圆的位置关系	130
第十章 圆锥曲线	134
§ 10.1 椭圆及其性质	134
§ 10.2 双曲线及其性质	138
§ 10.3 抛物线及其性质	142
§ 10.4 直线与圆锥曲线的位置关系	146
§ 10.5 圆锥曲线的综合问题	149
第十一章 概率与统计	153
§ 11.1 随机事件及其概率	153
§ 11.2 古典概型	155
§ 11.3 统计	158
第十二章 算法初步与框图	165
第十三章 推理与证明	169
第十四章 数系的扩充与复数的引入	173
第十五章 坐标系与参数方程(自选模块)	176
第十六章 不等式选讲(自选模块)	180
题组训练	185
答案全解全析	263

高考数学智力背景 contents

科恩	1	类比与猜想	56
你知道数字黑洞吗	2	最早的生命	57
蝴蝶效应	3	古诗中的数学问题	58
爱因斯坦与相对论	5	数学与墓碑	59
一百个核桃	6	老寿星	61
你了解梅森素数吗	7	习惯路线	62
你了解数论吗	9	圆的面积公式	63
费马大定理	10	伽利略实验的收获——摆线的发现	64
拉普拉斯	11	颜色与情绪	65
麦比乌斯带	12	机器人经历了三个发展阶段	66
整数多还是偶数多	13	东方第一几何学家——苏步青	67
控制论的诞生	14	数理统计学学科的奠基者——费歇尔	68
有限与无限的思想	16	李群和李代数	70
钱学森	18	“六一七四”问题	71
爱因斯坦告诉你:学习其实很简单	20	喜欢数学的康熙	72
放弃就意味着死亡	21	数学史上的一场论战	73
数学家逐渐开始统治 IT	22	检票问题	74
自恋性数字	23	珠算与算盘	76
《测圆海镜》——开元术	24	机械计算机	78
华罗庚的读书法——“厚薄”法	25	破译希特勒密码	80
从一系列数中获得的天文发现	26	电脑游戏解难题	81
黄金角 137.5°	28	中国现代第一位数学博士——胡明复	83
牛郎和织女	29	计算数学	85
高明的蜂王	31	强盗的难题	86
运筹学	32	韩信点兵	88
金字塔高度的古代测量人	35	自行车头盔与节能汽车	90
逻辑学的用处	36	小数点与大悲剧	91
计算发现了海王星	37	“0”的故事	93
美丽的数学 奇妙的图像	40	神奇的功勋	94
最早的希腊数学记载	41	欧拉失明之后	95
英国数学家康威	42	米的诞生	98
中国古代数学的特点	43	为什么放大镜不能把角放大	99
有关人体的一些有趣数字	46	耐普尔灌醉鸽子	100
“九九表”	47	长江三峡枢纽工程	101
千年数学难题	48	流星数学家	102
纳卫尔-斯托可方程	49	小洪的实用数学	103
三维空间气泡的变化规律	50	爱迪生巧算灯泡容积	104
不是洗澡堂	52	神奇的古建筑 完美的几何体	105
千千万、万万千	53	增强记忆的五步法	106
高考解答题评分方法	54	学数学就像学骑自行车	108
解答题中什么是“分段得分”	55	数学知识在中国古代工程中闪闪发光	109

contents

东方“诺贝尔奖”	110	被墨水盖住的算式	149
对联中数字的绝妙使用	111	莱氏数学游戏	150
素数的魅力	112	古埃及纸草书	151
上帝之数——神秘的完美数	113	千岛碧水画中游 动人数字显神奇	152
钟摆	114	《九章算术》简介	153
地震记录仪	115	破译密码的解剖刀	154
不可能的三接棍	116	大潮也“懂”数学——垂直潮	155
笔尖上的星球	117	我可以创造一个宇宙	156
懂得数学,一辈子受用不尽	118	随机成群效应	157
用数字解释一切	119	什么是数学模型	158
世界是数学的	120	吴文俊——在风雨石缝里崛起的数学家	159
“纳什平衡”理论	122	石钟慈与中国计算数学的发展	160
何谓“对称”	123	刘应明——中国的查德	161
隐藏于大自然中的“对称”	124	电脑算命	162
网球选手的动作暗含数学原理	125	大海里的船	163
隐藏在日常生活中的数学	126	印度数学家拉玛奴江	164
周春荔先生	127	瑞士巴塞尔城的伯努利家族	165
奥林匹克五环图案的数学美	128	田中角荣的“撕书”读书法	166
陶哲轩——数学界的莫扎特	129	陈景润——从“丑小鸭”到数学大师	167
职业特点	131	《孙子算经》	168
数学学好了,可以给你带来的发展空间	132	香农和信息论	169
蜗牛爬井问题	133	药剂师的砝码	170
神奇的数学比喻	134	陈建功	171
生日的奇迹	135	数学家达朗贝尔的故事	172
为生命画一片树叶	137	近代科学的始祖	173
莱布尼兹的最大功绩	138	华罗庚的退步解题方法	174
三十六军官问题	139	湘江	176
华罗庚数学奖	141	“勒布朗先生”	177
徐光启	142	百鸡问题	178
《数书九章》	143	假币谜题	179
刘徽	144	集合论悖论	180
伯克霍夫	145	虎狐争胜	181
克莱罗方程	146	“河妇荡杯”	183
梵·高的画中暗藏数学公式	147	成功学生每天必做	184
你知道数学物理学吗?	148		



第一章 集合与常用逻辑用语

§ 1.1 集合的概念及运算

【考纲解读】

考点	内容	高考示例	常考题型
1. 集合的含义与表示	①了解集合的含义、元素与集合的“属于”关系 ②能用自然语言、图形语言、集合语言(列举法或描述法)描述不同的具体问题	①2011 湖北,1 ②2011 福建,12 ③2009 广东,1	选择题 填空题
2. 集合间的基本关系	①理解集合之间包含与相等的含义,能识别给定集合的子集 ②在具体情境中,了解全集与空集的含义	①2011 浙江,1 ②2011 上海,17 ③2010 天津,7	选择题 填空题
3. 集合的基本运算	①理解两个集合的并集与交集的含义,会求两个简单集合的并集与交集 ②理解在给定集合中一个子集的补集的含义,会求给定子集的补集 ③能使用韦恩(Venn)图表示集合的关系及运算	①2011 全国,1 ②2011 陕西,8 ③2009 天津,13	选择题 填空题

分析解读

本节内容在高考中常以选择题、填空题的形式出现,有时也会出现与其他知识(如函数、不等式)综合的解答题,从高考题中可以看出,集合中的知识往往作为工具,来考查函数、立体几何、解析几何、不等式等知识,对集合的考查主要是集合之间的基本运算.

【五年高考】

答案
P263

考点一 集合的含义与表示

1. (2011 湖北,1,5分) 已知 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{2, 4, 5\}$, 则 $\complement_U(A \cup B) =$ ()

A. $\{6, 8\}$ B. $\{5, 7\}$
C. $\{4, 6, 7\}$ D. $\{1, 3, 5, 6, 8\}$

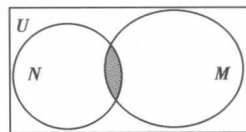
2. (2011 福建,12,5分) 在整数集 $\mathbf{Z}$ 中, 被 5 除所得余数为 k 的所有整数组成一个“类”, 记为 $[k]$, 即 $[k] = \{5n + k | n \in \mathbf{Z}\}$, $k = 0, 1, 2, 3, 4$. 给出如下四个结论:

- ① $2011 \in [1]$;
② $-3 \in [3]$;
③ $\mathbf{Z} = [0] \cup [1] \cup [2] \cup [3] \cup [4]$;
④ “整数 a, b 属于同一‘类’”的充要条件是“ $a - b \in [0]$ ”.

其中, 正确结论的个数是

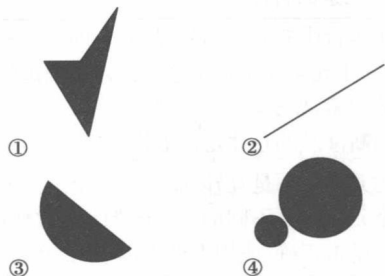
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

3. (2009 广东,1) 已知全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $M = \{x | -2 \leq x - 1 \leq 2\}$ 和 $N = \{x | x = 2k - 1, k = 1, 2, \dots\}$ 的关系的韦恩(Venn)图如图所示, 则阴影部分所示的集合的元素共有 ()



- A. 2 个 B. 3 个
C. 1 个 D. 无穷多个

4. (2010 福建,15) 对于平面上的点集 Ω , 如果连结 Ω 中任意两点的线段必定包含于 Ω , 则称 Ω 为平面上的凸集. 给出平面上 4 个点集的图形如图(阴影区域及其边界):



其中为凸集的是 (写出所有凸集相应图形的序号).

5. (2010 江苏,1) 设集合 $A = \{-1, 1, 3\}$, $B = \{a + 2, a^2 + 4\}$,

科恩 科恩, 美国数学家, 国家科学院院士. 他在数学的研究兴趣十分广泛, 最大的贡献是在数学基础方面, 在分析学和群论方面也都取得突出的研究成果. 获 1966 年的菲尔兹奖, 他在证明中创造的新方法——力迫法, 在集合论中得到广泛应用, 科恩的工作使希尔伯特 23 个问题的第一个(即连续统假设), 成为一种既不能被证明, 又不能被推翻的现代逻辑工具, 主要著作是 1966 年出版的《集合论与连续统假设》.



$A \cap B = \{3\}$, 则实数 a 的值为_____.

6. (2009 北京, 14, 5 分) 设 A 是整数集的一个非空子集. 对于 $k \in A$, 如果 $k-1 \notin A$, 且 $k+1 \notin A$, 那么称 k 是 A 的一个“孤立元”. 给定 $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, 由 S 的 3 个元素构成的所有集合中, 不含“孤立元”的集合共有_____个.

考点二 集合间的基本关系

1. (2011 浙江, 1, 5 分) 若 $P = \{x | x < 1\}$, $Q = \{x | x > -1\}$, 则 ()
- A. $P \subseteq Q$ B. $Q \subseteq P$
C. $\complement_{\mathbb{R}} P \subseteq Q$ D. $Q \subseteq \complement_{\mathbb{R}} P$
2. (2011 上海, 17, 5 分) 若三角方程 $\sin x = 0$ 与 $\sin 2x = 0$ 的解集分别为 E, F , 则 ()
- A. $E \subsetneq F$ B. $E \supsetneq F$ C. $E = F$ D. $E \cap F = \emptyset$
3. (2011 课标, 1, 5 分) 已知集合 $M = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, $N = \{1, 3, 5\}$, $P = M \cap N$, 则 P 的子集共有 ()
- A. 2 个 B. 4 个 C. 6 个 D. 8 个
4. (2010 天津, 7) 设集合 $A = \{x | |x-a| < 1, x \in \mathbb{R}\}$, $B = \{x | 1 < x < 5, x \in \mathbb{R}\}$. 若 $A \cap B = \emptyset$, 则实数 a 的取值范围是 ()
- A. $\{a | 0 \leq a \leq 6\}$ B. $\{a | a \leq 2 \text{ 或 } a \geq 4\}$
C. $\{a | a \leq 0 \text{ 或 } a \geq 6\}$ D. $\{a | 2 \leq a \leq 4\}$
5. (2008 山东, 1) 满足 $M \subseteq \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$, 且 $M \cap \{a_1, a_2, a_3\} = \{a_1, a_2\}$ 的集合 M 的个数是 ()
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
6. (2009 江苏, 11) 已知集合 $A = \{x | \log_2 x \leq 2\}$, $B = (-\infty, a)$, 若 $A \subseteq B$, 则实数 a 的取值范围是 $(c, +\infty)$, 其中 $c =$ _____.
2. (2011 广东, 2, 5 分) 已知集合 $A = \{(x, y) | x, y \text{ 为实数, 且 } x^2 + y^2 = 1\}$, $B = \{(x, y) | x, y \text{ 为实数, 且 } x + y = 1\}$, 则 $A \cap B$ 的元素个数为 ()
- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1
3. (2011 重庆, 2, 5 分) 设 $U = \mathbb{R}$, $M = \{x | x^2 - 2x > 0\}$, 则 $\complement_U M =$ ()
- A. $[0, 2]$ B. $(0, 2)$
C. $(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$ D. $(-\infty, 0] \cup [2, +\infty)$
4. (2011 陕西, 8, 5 分) 设集合 $M = \{y | y = |\cos^2 x - \sin^2 x|, x \in \mathbb{R}\}$, $N = \left\{x \mid \left|\frac{x}{i}\right| < 1, i \text{ 为虚数单位}, x \in \mathbb{R}\right\}$, 则 $M \cap N$ 为 ()
- A. $(0, 1)$ B. $(0, 1]$ C. $[0, 1)$ D. $[0, 1]$
5. (2010 全国 II, 1) 设全集 $U = \{x \in \mathbb{N}^* | x < 6\}$, 集合 $A = \{1, 3\}$, $B = \{3, 5\}$, 则 $\complement_U (A \cup B) =$ ()
- A. $\{1, 4\}$ B. $\{1, 5\}$ C. $\{2, 4\}$ D. $\{2, 5\}$
6. (2010 课标全国, 1) 已知集合 $A = \{x | |x| \leq 2, x \in \mathbb{R}\}$, $B = \{x | \sqrt{x} \leq 4, x \in \mathbb{Z}\}$, 则 $A \cap B =$ ()
- A. $(0, 2)$ B. $[0, 2]$ C. $\{0, 2\}$ D. $\{0, 1, 2\}$
7. (2009 山东, 1) 集合 $A = \{0, 2, a\}$, $B = \{1, a^2\}$, 若 $A \cup B = \{0, 1, 2, 4, 16\}$, 则 a 的值为 ()
- A. 0 B. 1 C. 2 D. 4
8. (2011 天津, 9, 5 分) 已知集合 $A = \{x \in \mathbb{R} | |x-1| < 2\}$, $\mathbb{Z}$ 为整数集, 则集合 $A \cap \mathbb{Z}$ 中所有元素的和等于_____.
9. (2009 天津, 13) 设全集 $U = A \cup B = \{x \in \mathbb{N}^* | \lg x < 1\}$. 若 $A \cap (\complement_U B) = \{m | m = 2n + 1, n = 0, 1, 2, 3, 4\}$, 则集合 $B =$ _____.
10. (2009 重庆, 11) 设 $U = \{n | n \text{ 是小于 9 的正整数}\}$, $A = \{n \in U | n \text{ 是奇数}\}$, $B = \{n \in U | n \text{ 是 3 的倍数}\}$, 则 $\complement_U (A \cup B) =$ _____.

考点三 集合的基本运算

1. (2011 江西, 2, 5 分) 若全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $M = \{2, 3\}$, $N = \{1, 4\}$, 则集合 $\{5, 6\}$ 等于 ()
- A. $M \cup N$ B. $M \cap N$
C. $(\complement_U M) \cup (\complement_U N)$ D. $(\complement_U M) \cap (\complement_U N)$

【知识方法】



知识清单

考点一 集合的含义与表示

- (1) 元素与集合的关系有且仅有两种: ①_____ (用符号“ $\in$ ”表示) 和 ②_____ (用符号“ $\notin$ ”表示). 如 $a \in A, a \notin B$ 等.
- (2) 集合中元素的特征

确定性	作为一个集合中的元素, 必须是确定的. 即一个集合一旦确定, 某一个元素属于不属于这个集合是确定的. 要么是集合中的元素, 要么不是, 二者必居其一, 这个特性通常被用来判断涉及的总体是否能构成集合
互异性	集合中的元素必须是互异的. 对于一个给定的集合, 它的任何两个元素都是不同的. 这个特性通常被用来判断集合的表示是否正确, 或用来求集合中的未知元素.

无序性	集合与其中元素的排列顺序无关, 如 a, b, c 组成的集合与 b, c, a 组成的集合是相同的集合. 这个特性通常被用来判断两个集合的关系
-----	--

- (3) 集合的分类: ③_____; ④_____. 特别地, 我们把不含有任何元素的集合叫做⑤_____, 记作 $\emptyset$.

- (4) 常用数集及其表示符号

名称	非负整数集 (自然数集)	正整数集	整数集	有理数集	实数集
符号	⑥_____	⑦_____	⑧_____	⑨_____	⑩_____

- (5) 集合的表示方法: ⑪_____; ⑫_____; ⑬_____.



你知道数字黑洞吗 任取一个数, 如 35 962, 数出这个数中的偶数个数、奇数个数及所有数字的个数, 就可得到 2 (2 个偶数)、3 (3 个奇数)、5 (总共五位数), 用这 3 个数组成下一个数字串 235. 对 235 重复上述程序, 就会得到 1, 2, 3, 将数串 123 再重复进行, 仍得 123. 又如: 88 883 337 777 444 992 222, 在这个数中偶数、奇数及全部数字的个数分别为 11、9、20, 将这 3 个数合起来得到 11 920, 对 11 920 这个数串重复这个程序得到 235, 再重复这个程序得到 123, 于是便进入“黑洞”了.

考点二 集合间的基本关系

名称	自然语言描述	符号语言表示	Venn 图表示
子集	如果集合 A 中所有元素都是集合 B 中的元素,则称集合 A 为集合 B 的子集	$A \subseteq B$ (或 $B \supseteq A$)	
真子集	如果集合 $A \subseteq B$, 但存在元素 $a \in B$, 且 $a \notin A$, 则称集合 A 是集合 B 的真子集	⑭ _____	
集合相等	集合 A 与集合 B 中元素相同,那么就说集合 A 与集合 B 相等	$A = B$	

考点三 集合的基本运算

并集	对于两个给定集合 A, B , 由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素组成的集合	$A \cup B = \{x x \in A, \text{ 或 } x \in B\}$	
交集	对于两个给定集合 A, B , 由所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素组成的集合	⑮ _____	
补集	对于一个集合 A , 由全集 U 中不属于集合 A 的所有元素组成的集合称为集合 A 在全集 U 中的补集, 记作 $\complement_U A$	$\complement_U A = \{x x \in U, \text{ 且 } x \notin A\}$	

交集: $A \cap B \subseteq A; A \cap B \subseteq B; A \cap B \subseteq U; A \cap A = A; A \cap \emptyset = \emptyset$.

并集: $A \cup B \supseteq A; A \cup B \supseteq B; A \cup U = U; A \cup A = A; A \cup \emptyset = A$.

补集: $\complement_U (\complement_U A) = A; \complement_U U = \emptyset; \complement_U \emptyset = U; A \cap (\complement_U A) = \emptyset$;

$A \cup (\complement_U A) = U$.

设有限集合 $A, \text{Card}(A) = n (n \in \mathbf{N}^*)$, 则

A 的子集个数是⑯ _____;

A 的真子集个数是⑰ _____;

A 的非空子集个数是⑱ _____;

A 的非空真子集个数是㉑ _____.

●答案 ①属于 ②不属于 ③无限集 ④有限集 ⑤空集 ⑥ $\mathbf{N}$ ⑦ $\mathbf{N}^*$ 或 $\mathbf{N}_+$ ⑧ $\mathbf{Z}$ ⑨ $\mathbf{Q}$ ⑩ $\mathbf{R}$ ⑪列举法 ⑫描述法 ⑬图象法 ⑭ $A \not\subseteq B$ (或 $B \not\supseteq A$) ⑮ $A \cap B = \{x | x \in A, \text{ 且 } x \in B\}$ ⑯ 2^n ⑰ $2^n - 1$ ⑱ $2^n - 1$ ⑲ $2^n - 2$



突破方法

方法1 集合的含义与表示

研究集合问题,一定要理解集合的意义——抓住集合的代表元素.要看代表元素是数还是数对,代表元素是数时,是函数关系中自变量的取值,还是因变量的取值,可与方程、不等式的解集,函数的定义域、值域联系;代表元素是数对时,可联系点的坐标,与平面中的点集联系.如: $\{x | y = \lg x\}$ ——函数的定义域; $\{y | y = \lg x\}$ ——函数的值域; $\{(x, y) | y = \lg x\}$ ——函数图象上的点集.

例1 已知 $M = \{y | y = x + 1\}, N = \{(x, y) | x^2 + y^2 = 1\}$, 则集合 $M \cap N$ 中元素的个数是 ()

A. 0 B. 1 C. 2 D. 无穷多个

●答案 A

●解析 集合 M 表示函数 $y = x + 1$ 的值域,是数集,且 $M = \mathbf{R}$; 集合 N 表示满足方程 $x^2 + y^2 = 1$ 的有序实数对,也可以说是表示圆 $x^2 + y^2 = 1$ 上所有的点,是点集, $\therefore M \cap N = \emptyset$, 故选 A.

方法2 空集的理解及应用

注意空集($\emptyset$)的特殊性,在解题中,若未指明集合非空时,要考虑空集的可能性,如 $A \subseteq B$, 则有 $A = \emptyset$ 和 $A \neq \emptyset$ 两种可能,此时应分类讨论.

例2 若集合 $A = \{x | x^2 + x - 6 = 0\}, B = \{x | mx + 1 = 0\}, B \not\subseteq A$, 求 m 的值.

●解析 (1) 当 $B = \emptyset$, 即 $mx + 1 = 0$ 无解时, $m = 0$.

(2) 当 $B \neq \emptyset$ 时, $\because A = \{x | x^2 + x - 6 = 0\} = \{-3, 2\}, B \not\subseteq A, \therefore mx + 1 = 0$ 的解为 -3 或 2 .

当 $mx + 1 = 0$ 的解为 -3 时, 由 $m \cdot (-3) + 1 = 0$, 得 $m = \frac{1}{3}$; 当 $mx + 1 = 0$ 的解为 2 时, 由 $m \cdot 2 + 1 = 0$, 得 $m = -\frac{1}{2}$. 综上所述,

$m = 0$ 或 $m = \frac{1}{3}$ 或 $m = -\frac{1}{2}$.

方法3 数轴与韦恩(Venn)图在解题中的应用

(1) 集合间的运算可以借助 Venn 图或数轴进行, 将抽象的问题直观化、具体化.

(2) 为使补集参与的交、并、补运算更加简化、直观, 一般要用到如下两种等价变形: ① $\complement_I (A \cap B) = (\complement_I A) \cup (\complement_I B)$; ② $\complement_I (A \cup B) = (\complement_I A) \cap (\complement_I B)$.

例3 设 I 为全集, S_1, S_2, S_3 是 I 的三个非空子集, 且 $S_1 \cup S_2 \cup S_3 = I$, 则下面论断正确的是 ()

A. $(\complement_I S_1) \cap (S_2 \cup S_3) = \emptyset$

B. $S_1 \subseteq [(\complement_I S_2) \cap (\complement_I S_3)]$

C. $(\complement_I S_1) \cap (\complement_I S_2) \cap (\complement_I S_3) = \emptyset$

D. $S_1 \subseteq [(\complement_I S_2) \cap (\complement_I S_3) \cup (\complement_I S_3)]$

●答案 C

智力背景

蝴蝶效应(一) 气象学家 Lorenz 提出一篇论文, 名叫《一只蝴蝶拍一下翅膀会不会在 Texas 州引起龙卷风?》, 论述某系统如果初期条件差一点点, 结果会很不稳定, 他把这种现象戏称作“蝴蝶效应”. Lorenz 为何要写这篇论文呢? 1961 年的某个冬天, 他如往常一般在办公室操作气象电脑. 平时, 他只需要将温度、湿度、压力等气象数据输入, 电脑就会依据三个内建的微分方程式, 计算出下一刻可能的气象数据, 因此模拟出气象变化图. (图为 Lorenz)



●解析 $\because S_1 \cup S_2 \cup S_3 = I$,
 $\therefore \complement_I(S_1 \cup S_2 \cup S_3) = \emptyset$,
 $\therefore \complement_I(S_1 \cup S_2) \cap (\complement_I S_3) = \emptyset$,
 $\therefore (\complement_I S_1) \cap (\complement_I S_2) \cap (\complement_I S_3) = \emptyset$.

方法4 与集合有关的新概念的问题

与集合有关的新概念问题属于信息迁移类问题,它是化归思想的具体运用,是近几年高考的热点问题.在新给出的运算法则的前提下,将题目中的条件转化成符合新的运算法则的形式,是解答此类问题的关键.

例4 (2010 四川,16,4分) 设 S 为实数集 $\mathbf{R}$ 的非空子集,若对任意 $x, y \in S$, 都有 $x+y, x-y, xy \in S$, 则称 S 为封闭集. 下列命题:

- ①集合 $S = \{a+b\sqrt{3} \mid a, b \text{ 为整数}\}$ 为封闭集;
 ②若 S 为封闭集, 则一定有 $0 \in S$;

③封闭集一定是无限集;

④若 S 为封闭集, 则满足 $S \subseteq T \subseteq \mathbf{R}$ 的任意集合 T 也是封闭集.

其中的真命题是_____. (写出所有真命题的序号)

●答案 ①②

●解析 对于任意整数 a_1, b_1, a_2, b_2 , 有 $a_1 + b_1\sqrt{3} + a_2 + b_2\sqrt{3} = (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2)\sqrt{3} \in S$, $a_1 + b_1\sqrt{3} - (a_2 + b_2\sqrt{3}) = (a_1 - a_2) + (b_1 - b_2)\sqrt{3} \in S$, $(a_2 + b_1\sqrt{3})(a_2 + b_2\sqrt{3}) = (a_1 a_2 + 3b_1 b_2) + (a_1 b_2 + a_2 b_1)\sqrt{3} \in S$, 所以①是真命题;

若 S 为封闭集, 则当 $x \in S$ 时, $x - x = 0 \in S$. 所以②是真命题;

若 $S = \{0\}$, S 为封闭集, 但不是无限集. 所以③是假命题.

若 $S = \{0\}$, $T = \{0, 1, 2, 3\}$ 时, 显然 $2 \times 3 = 6 \notin T$. 所以④是假命题.

【三年模拟】

见题组训练起始页码185

§ 1.2 命题及其关系、简单的逻辑联结词

【考纲解读】

考点	内容	高考示例	常考题型
1. 命题及其关系	了解命题的概念, 会分析原命题及其逆命题、否命题与逆否命题这四种命题的相互关系	①2011 陕西, 1 ②2011 山东, 5 ③2009 重庆, 2	选择题 填空题
2. 逻辑联结词	了解逻辑联结词“或”、“且”、“非”的含义	①2011 北京, 4 ②2008 广东, 6	选择题

分析解读

从近几年高考试题看, 本节内容是以数学概念、几何定理、函数或不等式的性质为载体, 考查四种命题及其关系、命题的真假判断. 题型以客观题为主, 预计2013年仍会延续这一命题方向, 在知识的交汇点命题, 重在考查学生的逻辑推理能力.

【五年高考】

答案
P264

考点一 命题及其关系

1. (2011 陕西, 1, 5分) 设 a, b 是向量, 命题“若 $a = -b$, 则 $|a| = |b|$ ”的逆命题是 ()
 A. 若 $a \neq -b$, 则 $|a| \neq |b|$ B. 若 $a = -b$, 则 $|a| \neq |b|$
 C. 若 $|a| \neq |b|$, 则 $a \neq -b$ D. 若 $|a| = |b|$, 则 $a = -b$
2. (2011 山东, 5, 5分) 已知 $a, b, c \in \mathbf{R}$, 命题“若 $a+b+c=3$, 则 $a^2+b^2+c^2 \geq 3$ ”的否命题是 ()
 A. 若 $a+b+c \neq 3$, 则 $a^2+b^2+c^2 < 3$
 B. 若 $a+b+c=3$, 则 $a^2+b^2+c^2 < 3$
 C. 若 $a+b+c \neq 3$, 则 $a^2+b^2+c^2 \geq 3$
 D. 若 $a^2+b^2+c^2 \geq 3$, 则 $a+b+c=3$
3. (2009 江西, 1, 5分) 下列命题是真命题的为 ()

A. 若 $\frac{1}{x} = \frac{1}{y}$, 则 $x = y$

B. 若 $x^2 = 1$, 则 $x = 1$

C. 若 $x = y$, 则 $\sqrt{x} = \sqrt{y}$

D. 若 $x < y$, 则 $x^2 < y^2$

4. (2008 广东, 8, 5分) 命题“若函数 $f(x) = \log_a x (a > 0, a \neq 1)$ 在其定义域内是减函数, 则 $\log_a 2 < 0$ ”的逆否命题是 ()
 A. 若 $\log_a 2 < 0$, 则函数 $f(x) = \log_a x (a > 0, a \neq 1)$ 在其定义域内不是减函数
 B. 若 $\log_a 2 \geq 0$, 则函数 $f(x) = \log_a x (a > 0, a \neq 1)$ 在其定义域内不是减函数
 C. 若 $\log_a 2 < 0$, 则函数 $f(x) = \log_a x (a > 0, a \neq 1)$ 在其定义域内是减函数
 D. 若 $\log_a 2 \geq 0$, 则函数 $f(x) = \log_a x (a > 0, a \neq 1)$ 在其定义域内是减函数



蝴蝶效应(二) 这一天, Lorenz 想更进一步了解某段纪录的后续变化, 他把某时刻的气象数据重新输入电脑, 让电脑计算出更多的后续结果. 当时, 电脑处理数据资料的速度不快, 在结果出来之前, 足够他喝杯咖啡并和友人闲聊一阵. 回来后, 结果出来了, 不过令他目瞪口呆, 结果和原资讯相比较, 初期数据还差不多, 越到后期, 数据差异就越大, 就像是不同的两笔资讯. 而问题并不出在电脑, 问题是他输入的数据差了 0.000 127, 而这细微的差异却造成天壤之别. 所以长期地准确预测天气是不可能的.

5. (2007 陕西, 11, 5 分) 给出如下三个命题:

① 设 $a, b \in \mathbf{R}$, 且 $ab \neq 0$, 若 $\frac{b}{a} > 1$, 则 $\frac{a}{b} < 1$;

② 四个非零实数 a, b, c, d 依次成等比数列的充要条件是 $ad = bc$;

③ 若 $f(x) = \log_2 x$, 则 $f(|x|)$ 是偶函数.

其中正确命题的序号是 ()

A. ①② B. ②③ C. ①③ D. ①②③

6. (2009 江西, 16, 4 分) 设直线系 $M: x \cos \theta + (y - 2) \sin \theta = 1 (0 \leq \theta \leq 2\pi)$, 对于下列四个命题:

A. 存在一个圆与所有直线相交
B. 存在一个圆与所有直线不相交

C. 存在一个圆与所有直线相切

D. M 中的直线所能围成的正三角形面积都相等

其中真命题的代号是 (写出所有真命题的代号).

考点二 逻辑联结词

1. (2011 北京, 4, 5 分) 若 p 是真命题, q 是假命题, 则 ()

A. $p \wedge q$ 是真命题 B. $p \vee q$ 是假命题

C. $\neg p$ 是真命题 D. $\neg q$ 是真命题

2. (2008 广东, 6) 已知命题 p : 所有有理数都是实数, 命题 q : 正数的对数都是负数, 则下列命题中为真命题的是 ()

A. $(\neg p) \vee q$

B. $p \wedge q$

C. $(\neg p) \vee (\neg q)$

D. $(\neg p) \wedge (\neg q)$

【知识方法】

知识清单

考点一 命题及其关系

1. 命题的概念

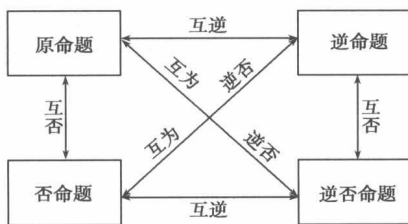
在数学中用语言、符号或式子表达的, 可以①_____的陈述句叫做命题. 其中②_____的语句叫真命题, ③_____的语句叫假命题.

2. 四种命题及其关系

(1) 四种命题

命题	表述形式
原命题	若 p , 则 q
逆命题	④_____
否命题	⑤_____
逆否命题	⑥_____

(2) 四种命题间的关系



(3) 四种命题的真假关系

两个命题互为逆否命题, 它们有⑦_____的真假性;

两个命题互为逆命题或互否命题, 它们的真假性没有关系.

3. 特别注意: 命题的否命题是既否定命题的条件, 又否定命题的结论; 而命题的否定是只否定命题的⑧_____.

考点二 逻辑联结词

4. 命题中的“⑨_____”“⑩_____”“⑪_____”叫做逻辑联结词.

5. 不含逻辑联结词的命题叫做简单命题; 由简单命题和逻辑

联结词构成的命题叫做复合命题. 复合命题一般有三种类型:

⑫_____, ⑬_____, ⑭_____.

6. 表示命题真假的表叫做真值表.

(1) 非 p 形式复合命题真值表

p	非 p
真	⑮_____
假	⑯_____

(2) p 且 q 形式复合命题真值表

p	q	p 且 q
真	真	真
真	假	假
假	真	假
假	假	假

(3) p 或 q 形式复合命题真值表

p	q	p 或 q
真	真	⑰_____
真	假	⑱_____
假	真	⑲_____
假	假	⑳_____

答案 ①判断真假 ②判断为真 ③判断为假 ④若 q , 则 p ⑤若 $\neg p$, 则 $\neg q$ ⑥若 $\neg q$, 则 $\neg p$ ⑦相同 ⑧结论 ⑨或 ⑩且 ⑪非 ⑫ p 或 q ⑬ p 且 q ⑭非 p ⑮假 ⑯真 ⑰真 ⑱真 ⑲真 ⑳假



突破方法

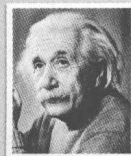
方法1 判断命题真假的常用方法

(1) 判断命题的真假, 可先写出命题, 分清条件与结论, 直接判断;

(2) 如果不易判断, 可根据互为逆否命题的两个命题是等价命题来判断;

(3) 判断含有逻辑联结词“或”“且”“非”的命题的真假: ①弄清构成它的命题 p, q 的真假; ②弄清结构形式; ③根据真值表判断构成的新命题的真假.

爱因斯坦与相对论 爱因斯坦曾经使用更通俗的语言给人们解释过他的狭义相对论. 有一次, 一群学生围着爱因斯坦, 请他给相对论作解释, 爱因斯坦考虑了一下, 风趣地说: “我打个比方, 比如你坐在火炉上烤和坐在公园柳荫下与女郎谈情说爱, 那么, 同样的时间你觉得哪个更长?” 学生回答: “当然觉得坐在火炉上的时间长.” 爱因斯坦听罢哈哈大笑, 说: “这就是相对论的内容.” 这个故事形象地说明了时间和空间的相对性. (图为爱因斯坦)



例1 判断命题“若 $a \geq 0$, 则 $x^2 + x - a = 0$ 有实根”的逆否命题的真假.

●解析 解法一: 写出逆否命题进行判断.

原命题: 若 $a \geq 0$, 则 $x^2 + x - a = 0$ 有实根.

逆否命题: 若 $x^2 + x - a = 0$ 无实根, 则 $a < 0$.

判断如下:

$$\therefore x^2 + x - a = 0 \text{ 无实根,}$$

$$\therefore \Delta = 1 + 4a < 0, \therefore a < -\frac{1}{4} < 0,$$

$\therefore$ “若 $x^2 + x - a = 0$ 无实根, 则 $a < 0$ ”为真命题.

解法二: 利用原命题与逆否命题同真同假(即等价关系)判断.

$$\therefore a \geq 0, \therefore 4a \geq 0, \therefore 4a + 1 > 0,$$

$$\therefore \text{方程 } x^2 + x - a = 0 \text{ 的判别式 } \Delta = 4a + 1 > 0,$$

$$\therefore \text{方程 } x^2 + x - a = 0 \text{ 有实根.}$$

故原命题“若 $a \geq 0$, 则 $x^2 + x - a = 0$ 有实根”为真.

又原命题与其逆否命题等价,

$\therefore$ “若 $a \geq 0$, 则 $x^2 + x - a = 0$ 有实根”的逆否命题为真.

解法三: 利用充要条件与集合关系判断.

命题 $p: a \geq 0, q: x^2 + x - a = 0$ 有实根,

$$\therefore p: A = \{a \in \mathbf{R} | a \geq 0\},$$

$$q: B = \{a \in \mathbf{R} | \text{方程 } x^2 + x - a = 0 \text{ 有实根}\}$$

$$= \left\{a \in \mathbf{R} \mid a \geq -\frac{1}{4}\right\}, \text{ 即 } A \subseteq B, \therefore \text{“若 } p, \text{ 则 } q\text{”为真,}$$

$\therefore$ “若 p , 则 q ”的逆否命题“若 $\neg q$, 则 $\neg p$ ”为真,

$\therefore$ “若 $a \geq 0$, 则 $x^2 + x - a = 0$ 有实根”的逆否命题为真.

解法四: 设 $p: a \geq 0, q: x^2 + x - a = 0$ 有实根,

则 $\neg p: a < 0, \neg q: x^2 + x - a = 0$ 无实根,

$$\therefore \neg p: A = \{a \in \mathbf{R} | a < 0\},$$

$$\neg q: B = \{a \in \mathbf{R} | \text{方程 } x^2 + x - a = 0 \text{ 无实根}\}$$

$$= \left\{a \in \mathbf{R} \mid a < -\frac{1}{4}\right\}.$$

$\therefore B \subseteq A, \therefore$ “若 $\neg q$, 则 $\neg p$ ”为真, 即“若方程 $x^2 + x - a = 0$ 无实根, 则 $a < 0$ ”为真.

方法2 逻辑联结词“或”“且”“非”的含义理解

(1) 逻辑联结词“或”与日常语言中的“或者”有所不同, 日常语言中的“或者”有两种用法: 其一是“不可兼”的“或”, 其二是“可兼”的“或”. 而在数学中我们只研究“可兼”的“或”, 即逻辑联结词“或”含有“同时兼有”的意思.

(2) 集合中的“交”“并”“补”与逻辑联结词中的“且”“或”“非”相当.

①“或”与“并”相当, 集合中的并集是用“或”来定义的:
 $A \cup B = \{x | x \in A \text{ 或 } x \in B\}.$

②“且”与“交”相当, 集合中的交集是用“且”来定义的:
 $A \cap B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}.$

③“非”与“补”相当, 都含有“否定”的意思: $\complement_U A = \{x | x \in U \text{ 且 } x \notin A\}.$

④“ p 或 q ”的否定为“非 p 且非 q ”; “ p 且 q ”的否定为“非 p 或非 q ”. 如: “ $x=1$ 或 $x=2$ ”的否定为“ $x \neq 1$ 且 $x \neq 2$ ”.

例2 已知 p : 方程 $x^2 + mx + 1 = 0$ 有两个不等的负实根; q : 方程 $4x^2 + 4(m-2)x + 1 = 0$ 无实根, 若 p 或 q 为真, p 且 q 为假, 求 m 的取值范围.

●解析 $p: \begin{cases} \Delta = m^2 - 4 > 0, \\ m > 0, \end{cases}$ 解得 $m > 2$.

$$q: \Delta = 16(m-2)^2 - 16 = 16(m^2 - 4m + 3) < 0.$$

$$\text{解得 } 1 < m < 3.$$

$\therefore p$ 或 q 为真, p 且 q 为假.

$\therefore p$ 为真, q 为假或 p 为假, q 为真.

$$\text{即 } \begin{cases} m > 2, \\ m \leq 1 \text{ 或 } m \geq 3 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} m \leq 2, \\ 1 < m < 3. \end{cases}$$

$$\text{解得 } m \geq 3 \text{ 或 } 1 < m \leq 2.$$

综上 m 的取值范围是 $m \geq 3$ 或 $1 < m \leq 2$.

【三年模拟】

见题组训练起始页码186



一百个核桃 有100个核桃, 要分给25个人, 要求谁也不许分到偶数个. 你能做到吗?

答案: 这个题是不可解的. 假如100这个数可以分成25个奇数的话, 那么就仿佛说奇数个奇数的和等于100, 即等于偶数了, 而这当然是不可能的. 事实上, 我们这里共有12对奇数, 另外还有一个奇数. 每一对奇数的和是偶数, 12个偶数相加, 它的和也是偶数, 再加上一个奇数, 就又成了奇数. 因此, 100个核桃分给25个人, 每个人都不许分到偶数个是不可能的.

§ 1.3 充分条件与必要条件

【考纲解读】

考点	内容	高考示例	常考题型
充分条件与必要条件	理解必要条件、充分条件与充要条件的意义	①2011 全国,5 ②2011 浙江,6 ③2010 浙江,6	选择题

分析解读

本节是高考必考内容,判断充分条件、必要条件、充要条件,并且与其他知识相综合是高考常考知识点,在复习中要加以重视.充分条件与必要条件是对命题进行研究的重要工具,而命题是数学的重要构成形式,因此这部分是高考必考内容,高考中往往以本节知识为工具考查数学其他方面的知识.

预计 2013 年高考仍将以充要条件作为主要考点,重点考查学生对基础知识的掌握及应用能力.

【五年高考】

答案
P265

考点 充分条件与必要条件

1. (2011 全国,5,5 分) 下面四个条件中,使 $a > b$ 成立的充分而不必要的条件是 ()
A. $a > b + 1$ B. $a > b - 1$ C. $a^2 > b^2$ D. $a^3 > b^3$
2. (2011 天津,4,5 分) 设集合 $A = \{x \in \mathbf{R} \mid x - 2 > 0\}$, $B = \{x \in \mathbf{R} \mid x < 0\}$, $C = \{x \in \mathbf{R} \mid x(x - 2) > 0\}$, 则“ $x \in A \cup B$ ”是“ $x \in C$ ”的 ()
A. 充分而不必要条件
B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件
D. 既不充分也不必要条件
3. (2011 湖南,3,5 分) “ $x > 1$ ”是“ $|x| > 1$ ”的 ()
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充分必要条件
D. 既不充分又不必要条件
4. (2010 浙江,6,5 分) 设 $0 < x < \frac{\pi}{2}$, 则“ $x \sin^2 x < 1$ ”是“ $x \sin x < 1$ ”的 ()
A. 充分而不必要条件
B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件
D. 既不充分也不必要条件
5. (2010 福建,8) 若向量 $a = (x, 3)$ ($x \in \mathbf{R}$), 则“ $x = 4$ ”是“ $|a| = 5$ ”的 ()
A. 充分而不必要条件
B. 必要而不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分又不必要条件
6. (2010 上海,16) “ $x = 2k\pi + \frac{\pi}{4}$ ($k \in \mathbf{Z}$)”是“ $\tan x = 1$ ”成立的 ()
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
7. (2009 四川,7,5 分) 已知 a, b, c, d 为实数, 且 $c > d$. 则“ $a > b$ ”是“ $a - c > b - d$ ”的 ()
A. 充分而不必要条件
B. 必要而不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
8. (2009 陕西,7,5 分) “ $m > n > 0$ ”是“方程 $mx^2 + ny^2 = 1$ 表示焦点在 y 轴上的椭圆”的 ()
A. 充分而不必要条件
B. 必要而不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
9. (2008 湖北,3,5 分) 若集合 $P = \{1, 2, 3, 4\}$, $Q = \{x \mid 0 < x < 5, x \in \mathbf{R}\}$, 则
A. “ $x \in P$ ”是“ $x \in Q$ ”的充分条件但不是必要条件
B. “ $x \in P$ ”是“ $x \in Q$ ”的必要条件但不是充分条件
C. “ $x \in P$ ”是“ $x \in Q$ ”的充要条件
D. “ $x \in P$ ”既不是“ $x \in Q$ ”的充分条件也不是“ $x \in Q$ ”的必要条件
10. (2008 陕西,6,5 分) “ $a = 1$ ”是“对任意的正数 $x, 2x + \frac{a}{x} \geq 1$ ”的 ()
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
11. (2007 湖北,10,5 分) 已知 p 是 r 的充分条件而不是必要条件, q 是 r 的充分条件, s 是 r 的必要条件, q 是 s 的必要条件, 现有下列命题:
① s 是 q 的充要条件;
② p 是 q 的充分条件而不是必要条件;
③ r 是 q 的必要条件而不是充分条件;
④ $\neg p$ 是 $\neg s$ 的必要条件而不是充分条件;
⑤ r 是 s 的充分条件而不是必要条件.
则正确命题的序号是 ()
A. ①④⑤ B. ①②④ C. ②③⑤ D. ②④⑤

你了解梅森素数吗(一) 对素数的研究可谓由来已久. 公元前, 数学家欧几里得(Euclid)便通过研究证明有无限多的素数, 消除了人们对素数的疑惑. 由于素数无限, 所以也就不存在最大素数的问题, 但人们仍然不愿放弃寻找更大素数、更新素数的努力. 法国数学家梅森(Mersenne)发明了用自己名字命名的“梅森素数”. 2 的 n 次方减 1 为素数时, 称为“梅森素数”. 第 1 个梅森素数是 $2^2 - 1 = 3$, 第 2 个梅森素数是 $2^3 - 1 = 7$.



【知识方法】

知识清单

考点 充分条件与必要条件

1. “若 p 则 q ”是真命题,即 $p \Rightarrow q$;“若 p 则 q ”为假命题,即 $p \not\Rightarrow q$.

2. 充要条件

- (1) 若 $p \Rightarrow q$, 则 p 是 q 的充分条件;
- (2) 若 $q \Rightarrow p$, 则 p 是 q 的①_____条件;
- (3) 若 $p \Rightarrow q$ 且 $q \not\Rightarrow p$, 则 p 是 q 的充分不必要条件;
- (4) 如果 $q \Rightarrow p$ 且 $p \not\Rightarrow q$, 则 p 是 q 的②_____条件;
- (5) 如果 $q \Leftrightarrow p$, 则 p 是 q 的充要条件;
- (6) 如果 $p \not\Rightarrow q$ 且 $q \not\Rightarrow p$, 则 p 是 q 的既不充分也不必要条件.

3. 若 P, Q 是两个集合

- (1) 若集合 $P \subseteq Q$, 则 $x \in P$ 是 $x \in Q$ 的③_____条件;
- (2) 若集合 $Q \subseteq P$, 则 $x \in P$ 是 $x \in Q$ 的必要条件;
- (3) 若集合 $P \subsetneq Q$, 则 $x \in P$ 是 $x \in Q$ 的充分不必要条件;
- (4) 若集合 $P \supsetneq Q$, 则 $x \in P$ 是 $x \in Q$ 的④_____条件;
- (5) 若集合 $Q = P$, 则 $x \in P$ 是 $x \in Q$ 的充要条件;
- (6) 若集合 $P \not\subseteq Q$ 且 $Q \not\subseteq P$, 则 $x \in P$ 是 $x \in Q$ 的⑤_____条件.

条件.

4. 证明 p 是 q 的充要条件, 分两步:

(1) 充分性, 把 p 当作已知条件, 结合命题的前提条件, 推出 q .

(2) 必要性, 把 q 当作已知条件, 结合命题的前提条件, 推理论证得出 p .

所以, p 是 q 的充要条件.

●答案 ①必要 ②必要不充分 ③充分 ④必要不充分
⑤既不充分也不必要



突破方法

方法1 判断命题充分性、必要性、充要性的方法

(1) 定义法: 即根据“若 p , 则 q ”、“若 q , 则 p ”命题的真假来判断.

(2) 集合法.

(3) 等价命题转化法: 利用 $p \Rightarrow q$ 与 $\neg q \Rightarrow \neg p$; $q \Rightarrow p$ 与 $\neg p \Rightarrow \neg q$; $p \Leftrightarrow q$ 与 $\neg q \Leftrightarrow \neg p$ 的等价关系判断.

对于条件或结论是不等(或否定)关系的命题, 一般运用等价命题转化法.

例1 已知 $p: |3x-4| > 2$, $q: \frac{1}{x^2-x-2} > 0$, 则 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的

什么条件?

●解析 解法一: $\because |3x-4| > 2, \therefore 3x-4 > 2$ 或 $3x-4 < -2$, 则 $x > 2$ 或 $x < \frac{2}{3}$,

$\therefore \neg p: x \leq 2$ 且 $x \geq \frac{2}{3}$, 即 $\neg p: \frac{2}{3} \leq x \leq 2$.

$\because \frac{1}{x^2-x-2} > 0, \therefore x^2-x-2 > 0$,

即 $x > 2$ 或 $x < -1$,

$\therefore \neg q: x \leq 2$ 且 $x \geq -1$, 即 $\neg q: -1 \leq x \leq 2$.

$\therefore \neg p \Rightarrow \neg q$, 而 $\neg q \not\Rightarrow \neg p$, $\therefore \neg p$ 是 $\neg q$ 的充分非必要条件.

解法二: 由 $p: |3x-4| > 2$, 得 $p: x < \frac{2}{3}$ 或 $x > 2$.

由 $q: \frac{1}{x^2-x-2} > 0$, 得 $q: x < -1$ 或 $x > 2$. $\therefore q \Rightarrow p$, 但 $p \not\Rightarrow q$,

即 p 是 q 的必要非充分条件, $\therefore \neg p$ 是 $\neg q$ 的充分非必要条件.

方法2 反例的作用

确定条件为不充分或不必要时, 常举反例来说明.

例2 (2007 湖北, 6) 若数列 $\{a_n\}$ 满足 $\frac{a_{n+1}^2}{a_n^2} = p$ (p 为正常数, $n \in \mathbf{N}^*$), 则称 $\{a_n\}$ 为“等方比数列”. 甲: 数列 $\{a_n\}$ 是等方比数列; 乙: 数列 $\{a_n\}$ 是等比数列. 则 ()

- A. 甲是乙的充分条件但不是必要条件
- B. 甲是乙的必要条件但不是充分条件
- C. 甲是乙的充要条件
- D. 甲既不是乙的充分条件也不是乙的必要条件

●答案 B

●解析 取 $a_n = \begin{cases} -1, & n=1 \\ 1, & n \geq 2 \end{cases}$, 则数列 $\{a_n\}$ 是等方比数列, 但不是等比数列, $\therefore$ 充分性不成立; 若数列 $\{a_n\}$ 是等比数列, 设公比为 q , 则 $\frac{a_{n+1}^2}{a_n^2} = q^2$, $\therefore$ 数列 $\{a_n^2\}$ 是等方比数列, $\therefore$ 必要性成立, 故选 B.

【三年模拟】

见题组训练起始页码187



你了解梅森素数吗(二) 1963年, 美国伊利诺伊大学发现了第23个梅森素数. 为了纪念这一发现还印制了有“ $2^{11213}-1$ 是素数”字样的纪念邮票. 1997年发现了第36个梅森素数. 1998年、1999年又先后发现了第37个和第38个梅森素数, 长达4 053 946位数的第39个梅森素数也于2001年被数学家们发现. 到2011年12月, 人们已经发现了47个梅森素数.

5年高考
3年模拟
WUJIAN GAOKAO SANNIAN MOXI

第二章 函数

§ 2.1 函数及其表示

【考纲解读】

考点	内容	高考示例	常考题型
1. 函数、映射的概念	了解函数、映射的概念,会求一些简单的函数定义域和值域	①2011 广东,4 ②2011 湖南,16 ③2010 重庆,4	选择题 填空题
2. 函数的表示法	理解函数的三种表示法:解析法、图象法和列表法	①2011 安徽,10 ②2010 陕西,10	选择题 填空题
3. 分段函数	了解简单的分段函数,并能简单应用	①2011 福建,8 ②2011 天津,8 ③2010 湖北,3	选择题 填空题 解答题

分析解读

在高考中,主要考查函数的定义域、分段函数的解析式和求函数值,属容易题.其中求解析式和定义域具有综合性,有时渗透在解答题中.近几年对函数概念的理解的考查也在加强,以填空题的形式考查基本技能.预计在2013年高考中,命题仍集中在理解函数的概念上,会求一些简单函数的定义域,而且经常与其他知识结合起来考查,如解不等式、利用解析式求值等.

【五年高考】

答案
P266

考点一 函数的概念及三要素

1. (2011 广东,4,5 分) 函数 $f(x) = \frac{1}{1-x} + \lg(1+x)$ 的定义域是 ()

A. $(-\infty, -1)$ B. $(1, +\infty)$
C. $(-1, 1) \cup (1, +\infty)$ D. $(-\infty, +\infty)$

2. (2011 江西,3,5 分) 若 $f(x) = \frac{1}{\log_+(2x+1)}$, 则 $f(x)$ 的定义域为 ()

A. $(-\frac{1}{2}, 0)$ B. $(-\frac{1}{2}, +\infty)$
C. $(-\frac{1}{2}, 0) \cup (0, +\infty)$ D. $(-\frac{1}{2}, 2)$

3. (2010 重庆,4) 函数 $y = \sqrt{16-4^x}$ 的值域是 ()
A. $[0, +\infty)$ B. $[0, 4]$
C. $[0, 4)$ D. $(0, 4)$

4. (2009 福建,2) 下列函数中,与函数 $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$ 有相同定义域的是 ()

$$A. f(x) = \ln x$$

$$B. f(x) = \frac{1}{x}$$

$$C. f(x) = |x|$$

$$D. f(x) = e^x$$

5. (2008 江西,3) 若函数 $y = f(x)$ 的定义域是 $[0, 2]$, 则函数 $g(x) = \frac{f(2x)}{x-1}$ 的定义域是 ()

A. $[0, 1]$ B. $[0, 1)$
C. $[0, 1) \cup (1, 4]$ D. $(0, 1)$

6. (2011 安徽,13,5 分) 函数 $y = \frac{1}{\sqrt{6-x-x^2}}$ 的定义域是_____.

7. (2011 湖南,16,5 分) 给定 $k \in \mathbb{N}^*$, 设函数 $f: \mathbb{N}^* \rightarrow \mathbb{N}^*$ 满足: 对于任意大于 k 的正整数 n , $f(n) = n - k$.

(1) 设 $k=1$, 则其中一个函数 f 在 $n=1$ 处的函数值为_____;

(2) 设 $k=4$, 且当 $n \leq 4$ 时, $2 \leq f(n) \leq 3$, 则不同的函数 f 的个数为_____.

考点二 函数的表示法

1. (2011 安徽,10,5 分) 函数 $f(x) = ax^n(1-x)^2$ 在区间 $[0, 1]$ 上的图象如图所示, 则 n 可能是 ()

智力背景

你了解数论吗 数论是一门研究整数性质的学科,具有高度的抽象性.德国数学家高斯1801年发表的《算术探讨》开创了现代数论的新纪元.数论在数学中的地位是独特的.高斯曾经说过“数学是科学的皇后,数论是数学中的皇冠.”因此,数学家都喜欢把数论中一些悬而未决的疑难问题叫做“皇冠上的明珠”,以鼓励人们去“摘取”.下面简要列出几颗“明珠”:费马大定理、孪生素数问题、哥德巴赫猜想、圆内整点问题、完全数问题……(图为高斯)

