

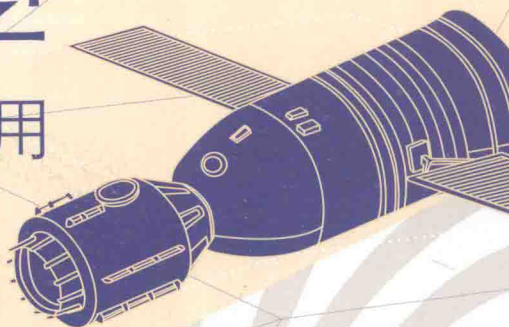
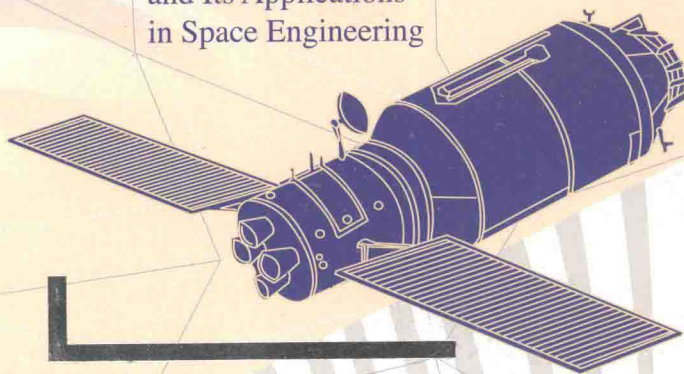


国家出版基金项目
NATIONAL PUBLISHING FUND PROJECT

结构动力学

及其在航天工程中的应用

Structural Dynamics
and Its Applications
in Space Engineering



邱吉宝 张正平
向树红 李海波

编著

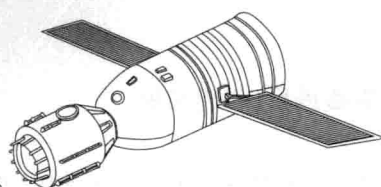
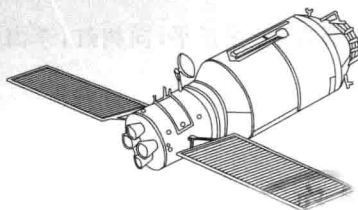


结构动力学

及其在航天工程中的应用

Structural Dynamics
and Its Applications
in Space Engineering

中国科学技术大学出版社



邱吉宝 张正平
向树红 李海波

编著

内 容 简 介

本书系统地介绍了结构动力学的基本原理、计算方法与试验技术,包括:复杂结构多自由度系统运动方程的建立方法,多自由度系统特别是自由度数很大系统的振动分析方法,复杂结构动力学问题的工程解决方法,确定的线性结构系统在随机激励作用下随机响应的分析方法;同时,结合作者的研究成果和实践经验,以航天飞行器为研究对象,介绍结构动力学在航天工程中的应用,包括:运载火箭结构动力学建模技术,航天飞行器动态响应(载荷)分析技术,全箭模态试验、振动试验、多维振动试验技术以及结构动态试验仿真技术,以增进解决工程问题的能力。

本书可供航空、航天、海洋、交通、机械、建筑、化工、能源等领域的工程设计人员、研究人员、本科生、研究生、大学教师参考。

图书在版编目(CIP)数据

结构动力学及其在航天工程中的应用/邱吉宝,张正平,向树红,李海波编著. —合肥:中国科学技术大学出版社,2015. 1

国家出版基金项目

ISBN 978-7-312-03625-5

I. 结… II. ①邱… ②张… ③向… ④李… III. 结构动力学—应用—航天工程
IV. ①O342 ②V4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 263597 号

出版 中国科学技术大学出版社
安徽省合肥市金寨路 96 号,230026
<http://press.ustc.edu.cn>
印刷 安徽联众印刷有限公司
发行 中国科学技术大学出版社
经销 全国新华书店
开本 787 mm×1092 mm 1/16
印张 52.25
字数 1137 千
版次 2015 年 1 月第 1 版
印次 2015 年 1 月第 1 次印刷
定价 180.00 元

序 1

航天器结构设计技术除静态分析和试验外,还要进行结构动力学分析计算与动态试验,进一步需要结构的静、动态优化设计.随着运载火箭性能的提高,它承受的动态载荷和动力学环境越来越复杂.而结构本身越轻巧,其柔度就越大;结构尺寸越来越大时,地面的全结构模态试验也越困难.这些需求与问题表明,对航天结构动力学作深入研究是必要的.

邱吉宝同志从事航天工程领域的结构动态分析研究 40 多年了,有丰富的理论知识和实践经验,不但发表了许多有创见的学术论文,充实了计算结构动力学领域的理论宝库,而且为我国的航天事业发展作出了重要贡献.本书是他与合作者将这些宝贵的知识积累和实践经验加以总结提高而形成的学术著作,相信将对学术和工程应用的发展起到积极作用.

本书比较细致地论述了结构动力学的基本原理和方法,尤其是复杂结构动力学的计算力学方法.在动态子结构理论的模态综合分析方法方面,从发展历史到近期进展,叙述得都比较细致,对相关领域的研究工作和工程应用有很大的参考价值.

针对运载火箭与神舟飞船之间存在严重的器箭耦合振动问题,必须进行全箭级复杂的器箭耦合载荷分析.本书应用动态子结构法以尽可能大的程度从运载火箭模型解耦航天器载荷分析.中国航天器组织总结出简便载荷(即内力)二次分析方法:依据全箭级器箭耦合载荷分析给出的器箭界面加速度条件,只需在航天器组织内进行航天器载荷简化分析,分析结果严格证明了载荷二次分析所得的航天器内部加速度(载荷)解析解与全箭级器箭耦合载荷分析给出的航天器内部加速度(载荷)解析解完全相同.由此从理论上证明了载荷二次分析方法可以代替全箭级的器箭耦合载荷分析方法,说明了航天器的载荷二次分析所获得的结果是可靠的,从而大大节省了费用并缩短了周期.书中还将林家浩的虚拟激励法应用于线性离散阻尼系统与线性连续阻尼系统的随机响应分析,推广了随机振动在火箭动力学中的应用,进一步提高了在随机环境下的载荷(内力)分析水平.书中指出:对于全尺寸航天器而言,如果让振动试验器台界面的加速度等于在天上全箭振

动时的器箭界面的加速条件,就能使所求的在振动台振动试验中的全尺寸航天器振动解析解精确等同于在天上全箭振动中的航天器振动响应,为采用全尺寸航天器振动台振动试验方法来精确再现在天上全箭振动时的航天器动力学环境提供了完整的理论依据和实践指导.

本书在论述各种原理和方法的同时,还给出了大量的例题,便于读者消化吸收.

相信本书的出版将会得到从事工程动力分析、优化和控制等前沿性研究和设计工作的专家与工程技术人员的欢迎.

中国科学院院士



2014年8月

序 2

结构动力学是现代高科技发展的一个重要领域,已成为航天器结构设计,特别是复杂航天器设计中的一个重要工具。《结构动力学及其在航天工程中的应用》一书的出版,反映了我国在航天器结构动力学理论研究与工程应用方面的进步,这对我国航天事业的发展无疑是很有意义和值得称道的。

本书第一作者邱吉宝一直奋战在航天第一线,在结构动力学研究及应用实践方面有较深的理论造诣和丰富的工程实践经验,曾完成部级重大预研项目“航天飞行器结构动力学研究与试验”和国家自然科学基金重点项目“复杂结构动力学”等研究项目;完成发射“澳星”的长征二号 E 运载火箭全箭模态分析和发射神舟飞船的长征二号 F 全箭模态分析等工程项目;取得“运载火箭结构动力学”等多项重要科研成果,获得多项奖励。作者将自己长期从事上述航天飞行器结构动力学理论分析与试验研究方面的工作经验和成果进行系统的总结,使结构动力学内容更加丰富与完整,更便于理解与应用,这是很有意义和价值的。

本书比作者原出版著作《计算结构动力学》增加了如下新的内容:

(1) 在多自由度运动方程的建立方法方面,在离散系统的分析力学法与连续系统离散化的能量法的基础上,介绍作者深入研究的各种加权残值法等空间域、时域离散化方法,特别是广义伽辽金法的理论与方法。

(2) 在多自由度系统振动分析方法方面,在经典模态法、状态空间法的基础上,介绍普遍适用的一般模态法,给出实参数二阶解耦方程,把复模态与实模态响应计算统一起来,使计算过程既简便,又便于直观了解。

(3) 在传统的第一模态展开定理基础上,介绍了第二、第三模态展开定理以及实用的动力学求解方法,引入了约束界面的模态有效质量,提高了计算收敛速度。

(4) 介绍对大自由度系统的基于精确子结构方法及其各阶近似所形成的半解析模态综合法以及结合传统的假设模态综合法形成的动态子结构方法系统理论。

(5) 介绍确定的线性结构系统在随机激励作用下随机响应的分析方法、线性离散系

统的随机响应分析方法,包括:一般的直接方法、黏性阻尼模态叠加法、黏性阻尼随机响应的虚拟激励法.介绍线性连续系统的随机响应分析方法,包括:一般的直接方法、黏性阻尼模态叠加法、黏性阻尼随机响应的虚拟激励法.

(6) 在动态子结构法应用于航天工程方面,介绍针对实际工作中发现运载火箭与神舟飞船之间存在严重的耦合振动模态,用约束子结构模态综合法给出耦合系统的模态振型,用复现内力方程导出卫星与火箭的内力分布,进行全箭级器箭耦合载荷分析,给出器箭界面的加速度解析解、运载器和航天器的内部加速度(载荷)解析解.

(7) 介绍在约束界面模态综合方程中消去星与箭的模态坐标,将整个结构减缩为仅含很少界面自由度的界面动力学方程,形成简化的器箭耦合分析的新方法.介绍采用航天器基础的激励方法与超单元法、依据全箭级器箭耦合载荷分析给出的器箭界面加速度条件、采用航天器级的二次载荷简化分析方法,严格证明了二次载荷分析所得的航天器内部加速度(载荷)解析解结果与全箭级器箭耦合载荷分析给出的航天器内部加速度(载荷)解析解结果相同.由此,从理论上说明航天器的二次载荷简化分析获得的结果是可靠的,并且说明分析方法大大缩短了分析周期.

(8) 介绍已成为当前发展趋势的运载火箭及航天飞行器结构动态试验仿真技术,同时介绍应用动态试验仿真技术研究在地面振动试验中的航天器响应与在天上全箭振动中的航天器响应是否一致的问题,即振动试验的天地一致性问题.指出对于全尺寸航天器而言,如果让振动试验器台界面的加速度等于在天上全箭振动中的器箭界面的加速度,就能自动消去航天器器台界面频响函数,就能使所求的在振动台振动试验中的全尺寸航天器振动解析解精确等同于在天上全箭振动中的航天器振动响应,为采用全尺寸航天器振动台振动试验方法来精确再现在天上全箭振动中的航天器动力学环境提供了完整的理论依据和实践指导.

上述新增内容大大充实了结构动力学,使本书具有鲜明的特色.

我相信,这一部著作的出版,将会推动我国航天飞行器与各种大型复杂结构的结构动力学的进一步研究、发展与工程应用,促进各种复杂结构设计达到更高水平.

中国工程院院士

董文虎

2014年8月

序 3

随着科学技术的发展,人们对各种复杂结构的产品质量要求越来越高.为了使其达到性能高、结构轻、安全可靠、效费比高,结构设计已从静态设计转为静、动态设计,因而结构动力学分析是产品设计中不可缺少的一环.火箭的结构设计不能再停留在静态设计水平上,必须采用以结构动力学分析与试验为基础的动态优化设计技术.结构动力学是现代高科技发展的一个十分重要的领域,已成为航天器结构设计,特别是复杂航天器设计中的一个重要工具.《结构动力学及其在航天工程中的应用》一书的出版,反映了我国在航天器结构动力学理论研究与工程应用方面的进步,这对我国航天事业的发展无疑是很有意义和值得称道的.

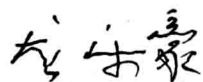
本书第一作者邱吉宝一直奋战在航天第一线,在结构动力学研究方面解决了自由度很大系统的动态子结构方法,系统介绍了基于精确子结构法及其各阶近似所形成的半解析模态综合法以及传统的假设模态综合法一起形成的动态子结构方法系统理论;在完成载人运载火箭/神舟飞船耦合系统模态分析的同时,发现运载火箭与神舟飞船之间存在严重的星箭耦合振动模态,进行了星箭耦合结构动力学研究;将星箭耦合系统分为卫星子结构和火箭子结构,用已形成的动态子结构方法进行分析,完善了采用约束子结构模态综合法与超单元法进行的全箭级星箭耦合载荷分析,完善了采用航天器基础激励方法与超单元法依据全箭级星箭耦合载荷分析给出的器箭界面加速度条件,进行航天器级的载荷二次分析;在工程实践经验方面,完成过部级重大预研项目“航天飞行器结构动力学研究与试验”和国家自然科学基金重点项目“复杂结构动力学”,完成发射“澳星”的长征二号E运载火箭全箭模态分析和发射神舟飞船的长征二号F运载火箭全箭模态分析等工程项目,获得“运载火箭结构动力学”等多项重要科研成果.

结构动力学已经比较丰富与成熟,该书在继承已有内容的基础上,将作者自己长期从事上述航天飞行器结构动力学理论分析与试验研究方面的工作经验和成果进行系统的总结,使结构动力学内容更加丰富与完整,更便于理解与应用.上述这些内容大大充实

了结构动力学,使本书具有鲜明的特色.

我相信,这一部著作的出版,将会得到从事航空、航天与各种大型复杂结构设计和研究的专家与工程技术人员的欢迎,促进复杂结构动力学进一步的研究、发展,促使各种复杂结构设计达到更高水平.

中国工程院院士



2014年8月

前 言

各种大型结构,如航天飞行器、海洋平台、舰艇、桥梁、高层建筑、大型重大装备结构等等,不断向着复杂、高速与高性能方向发展.为保证其良好的性能、精度、安全性与可靠性,结构动力学问题已成为必须解决的极为重要的问题.同时,由于大型高速计算机和先进测试技术的发展,解决复杂结构动力学问题已成为可能.从事这方面工作的工程设计技术人员和相关专业的教师与学生都希望提高自己在振动理论及其工程应用方面的技术水平,为此,作者将自己长期从事航天飞行器结构动力学理论分析与试验工程实践方面的研究成果和工作经验进行系统的总结,写成本书.

全书以工程应用为目的,以应用理论为主要内容,从理论、方法、试验到工程应用,取材较为精练时新,理论与应用相结合.论述既达到足够的理论深度,又尽可能减少数学理论的高深术语,在追求振动理论完整性的同时,注重采取便于工程技术人员理解的叙述;并以实例说明所介绍的理论、方法与试验在航天工程中的应用,以增进解决问题的能力.同时,本书在理论深度上与一般的“振动理论”教材有所区别,是一本为解决复杂结构动力学问题的“高等振动理论”讲义.取名为“结构动力学及其在航天工程中的应用”,是因为本书中的很多实例均与航天工程相结合,但是本书不局限于航天工程,还可供航空、海洋、交通、机械、建筑、化工、能源等领域的工程设计人员参考,又可供有关专业的研究生、大学教师和研究参考.

本书提供解决复杂工程结构动力学问题的解决方法,这就是首先要建立复杂结构的很大自由度系统的数学模型,然后应用结构动力学大型程序在计算机上完成复杂结构的动力学分析,并且进行模态试验和各种振动试验加以验证.本书主要介绍复杂结构连续系统与多自由度系统的运动方程的建立方法与振动分析方法,特别是很大自由度系统的振动分析方法,并以航天飞行器为研究对象,介绍结构动力学分析计算、试验测试以及它们相结合的结构动态试验仿真技术.

第1章概述“复杂结构动力学”的基本概念.

第2章介绍单自由度系统的振动.

第3章介绍连续系统的振动,包括杆、梁、板与三维问题.

第4章系统地论述多自由度运动方程的建立方法与多自由度系统的运动方程组求解方法.对于离散系统,介绍直接用结构动力学基本定理的直接法和用哈密顿原理与拉格朗日方程的分析力学方法;对于连续系统,介绍能量泛函变分原理及其离散化的假设模态里茨法与有限元法,介绍加权残值法等空间域离散化方法,特别详细介绍广义伽辽金法的理论与方法.通过各种方法的介绍,不管是连续系统还是离散系统,不管是采用哪一种方法建立的离散化方程,都归结为一组多自由度运动微分方程组,将各种复杂结构动力学问题归结为一组多自由度系统的运动方程组.

第5章介绍无阻尼系统模态分析的基本概念、无阻尼系统振动响应分析方法和用于比例阻尼系统振动响应分析的经典模态法;对于非比例阻尼系统,介绍状态空间法;为了克服状态空间法的局限性,介绍物理空间法,引入模态对位移的概念之后,将复系数单自由度一阶微分解耦方程化为实参数二阶微分解耦方程,这样把复杂的复模态响应计算过程化为类似于实模态响应计算过程,把复模态响应计算与实模态响应计算统一起来,形成一般模态求解的方法.

第6章将经典的模态展开定理的振动分析方法用于解决工程结构动力学问题,给出各种解析解方法、半解析解方法(模态位移法、模态加速度法、凝聚法等)和近似解方法;介绍约束界面模态展开定理和混合模态展开定理以及基于这些定理的实用方法;介绍基础激励问题的解法,特别是约束界面模态有效质量,提高基础激励问题的计算收敛速度.

第7章论述解决很大自由度系统的动态子结构方法.动态子结构法不仅能够大幅度降低动力学方程的阶数,而且能够保证结构动力学分析的精度.首先介绍属于假设模态综合法的各种经典子结构方法,基于经典的模态展开定理、约束界面模态展开定理和混合模态展开定理,详细介绍三种精确子结构方法以及它们的近似所形成的解析、半解析模态综合法,并说明各种经典模态综合法实质上都是精确子结构方法的某种近似与变化形式.然后介绍基于精确子结构方法及其所形成的模态综合法以及传统的假设模态综合法一起所形成的动态子结构方法的系统理论.

第8章论述随机振动,阐述确定的线性结构系统在随机激励作用下随机响应的分析方法,包括响应的有关信息,如矩函数、谱密度函数等.首先简要介绍随机振动所需要的有关概率论及随机过程的知识.然后介绍单自由度线性系统在随机激励下的响应分析方法,并讨论一些响应特点.进一步介绍线性离散系统的随机响应分析方法,包括一般的直接方法、经典黏性阻尼模态叠加法、非经典黏性阻尼模态对位移叠加法.然后介绍线性连续系统的随机响应分析方法,包括一般的直接方法、经典黏性阻尼模态叠加法、非经典黏性阻尼模态对位移叠加法.最后介绍结构平稳随机响应的虚拟激励法,包括单点激励的

虚拟激励法、经典与非经典黏性阻尼离散系统随机响应的虚拟激励法、经典与非经典黏性阻尼连续系统随机响应的虚拟激励法。

第9章在对国外主要运载火箭结构动力学建模、试验验证技术进行回顾的基础上,系统地综述国内运载火箭动力学建模技术研究现状,特别介绍基于梁模型的火箭纵横扭一体化建模技术和运载火箭全箭动特性三维建模技术。

第10章以载荷分析为主要内容,概述动态子结构法在航天工程中的应用。首先采用约束子结构模态综合法与超单元法进行全箭级器箭耦合载荷分析,给出器箭界面的加速度解析解、运载火箭和航天器的内部加速度(载荷)解析解;然后采用航天器基础激励方法与超单元法,依据全箭级器箭耦合载荷分析给出的器箭界面加速度条件,进行航天器级的载荷二次分析,给出航天器的内部加速度(载荷)解析解,严格证明载荷二次分析所得航天器的内部加速度(载荷)解析解结果与全箭级器箭耦合载荷分析给出的加速度(载荷)解析解结果相同。由此说明航天器级载荷二次分析获得结果的可靠性,也就是说,用航天器级载荷二次分析循环替代全箭级器箭耦合载荷分析循环的流程是合理的。同时,以航天器杆模型基础激励纵向振动仿真实例数值解进一步加以说明。

第11章论述动态试验技术,介绍全箭模态试验、振动试验、多维振动试验技术。

第12章说明航天飞行器结构动态试验仿真技术研究已成为当前航天飞行器结构动力学研究发展的趋势,介绍模态试验仿真技术以及CZ-2E运载火箭模态试验仿真技术与CZ-2F运载火箭模态试验仿真技术两个实例;介绍振动台振动试验系统仿真技术和一个卫星振动台振动试验仿真实例,还应用动态试验仿真技术研究在地面振动试验中的全尺寸航天器响应与在天上全箭振动中的航天器响应是否一致的问题,即振动试验的天地一致性问题。指出对于全尺寸航天器而言,如果让振动试验器台界面的加速度等于在天上全箭振动中的器箭界面的加速度条件,就能自动消去航天器界面安装边界条件的影响,由此就能使所求的全尺寸航天器在振动台振动试验中的解析解精确等同于在天上全箭振动中的航天器振动响应,为采用全尺寸航天器振动台多维振动试验方法来精确再现在天上全箭振动中的航天器多维振动力学环境提供了完整的理论依据和实践指导。

本书大量引用许多作者,特别是林家浩教授、张亚辉教授、朱礼文研究员、潘忠文研究员、王建民研究员、韩丽博士、张忠博士、秦朝红博士、任方高工等人有关的专著、教材和论文,作者在此特向他们表示衷心感谢。

我的老师胡海昌院士在学术上始终如一地关心、帮助和指导作者在工程中数值分析方法和计算结构动力学方面的研究;我的老师钟万勰院士帮助和指导作者在力学计算方法理论方面的研究,并为本书写了序言。黄文虎院士一直关心指导作者的研究工作,并为本书写了序言及申报国家出版基金项目写了专家推荐意见书。龙乐豪院士一直关心指导

作者在航天工程方面的研究工作,并为本书写了序言及申报国家出版基金项目写了专家推荐意见书.在本书撰写过程中,北京大学王大钧教授、大连理工大学林家浩教授、中国科学技术大学朱滨教授、中国科学院力学研究所王克仁研究员都给予了大力帮助,仔细地审阅了书稿,提出许多指导性意见和具体修改建议.在此一并致以最衷心的感谢.

限于作者水平,错误与不妥之处在所难免,敬请读者批评指教.

邱吉宝

2014年10月

于北京强度环境研究所

目次

序 1	(1)
序 2	(3)
序 3	(5)
前言	(7)
第 1 章 复杂结构动力学概述	(1)
1.1 结构动力学研究的基本内容	(1)
1.2 动态载荷	(4)
1.3 数学模型	(4)
1.4 结构动力学试验	(7)
1.5 航天器动态设计方法	(8)
1.5.1 航天器力学环境	(9)
1.5.2 器箭耦合载荷分析	(10)
1.5.3 器箭载荷分析循环	(13)
1.5.4 器箭载荷分析循环实例	(15)
1.6 航天器结构振动与控制系统的耦合	(17)
第 2 章 单自由度系统振动	(19)
2.1 自由振动	(19)
2.1.1 无阻尼系统的自由振动	(20)
2.1.2 黏性阻尼系统的自由振动	(21)
2.1.3 结构阻尼系统的自由振动	(26)
2.2 简谐激励的响应分析	(27)
2.2.1 无阻尼系统响应	(27)
2.2.2 黏性阻尼系统对简谐激励的响应	(28)
2.2.3 黏性阻尼系统复频响应	(29)
2.2.4 结构阻尼系统复频响应	(32)
2.3 周期激励的响应	(33)

2.4	任意激励的响应时域分析	(35)
2.4.1	单位脉冲响应	(35)
2.4.2	杜阿梅尔(Duhamel)积分	(36)
2.4.3	传递函数	(37)
2.5	任意激励的响应频域分析	(38)
2.5.1	任意激励力的傅里叶积分表示法	(38)
2.5.2	频响函数	(39)
第3章	连续系统的振动	(41)
3.1	连续系统与离散系统的关系	(41)
3.2	杆的纵向振动	(44)
3.2.1	振动方程	(44)
3.2.2	固有频率和主振型	(45)
3.2.3	主振型的正交性	(49)
3.2.4	强迫振动	(51)
3.3	梁的横向振动	(56)
3.3.1	横向振动微分方程	(56)
3.3.2	固有频率和主振型	(57)
3.3.3	主振型的正交性	(61)
3.3.4	梁横向振动的强迫响应	(63)
3.3.5	固有频率的变分式	(68)
3.3.6	复杂边界的梁的固有振动	(72)
3.3.7	轴向力的影响	(75)
3.3.8	转动惯量与剪切变形的影响	(78)
3.3.9	梁的双横向耦合振动	(82)
3.3.10	考虑剪切变形和转动惯性矩影响	(84)
3.4	板的横向振动	(86)
3.4.1	板的振动方程	(86)
3.4.2	矩形板的自由振动	(87)
3.4.3	固有频率的变分式	(90)
3.4.4	薄板主振型的正交性	(92)
3.4.5	薄板的强迫振动	(94)
3.4.6	圆板的振动	(97)
3.5	弹性动力学	(102)

3.5.1	三维弹性体动力学方程	(102)
3.5.2	自由振动	(104)
3.5.3	固有频率变分式	(104)
3.5.4	主振型的正交性	(106)
3.5.5	响应分析	(108)
第4章	多自由度系统运动方程	(111)
4.1	直接法	(113)
4.1.1	达朗贝尔原理的应用	(113)
4.1.2	影响系数法	(115)
4.2	离散系统的拉格朗日方程与哈密顿原理	(120)
4.2.1	一般情况的拉格朗日方程	(120)
4.2.2	微幅振动情况	(124)
4.2.3	哈密顿原理	(127)
4.2.4	能量原理	(130)
4.3	连续系统能量泛函变分原理及其近似方法	(133)
4.3.1	以位移表示的弹性动力学方程	(133)
4.3.2	瞬时虚位移原理	(133)
4.3.3	瞬时最小势能原理	(134)
4.3.4	哈密顿原理	(137)
4.3.5	连续系统的拉格朗日方程	(139)
4.3.6	特征值变分式的一般性质	(141)
4.3.7	固有频率的近似解法	(147)
4.3.8	假设模态法	(162)
4.4	有限元法	(168)
4.4.1	平面杆件系统有限元法求解动力学问题的基本思想	(168)
4.4.2	平面刚架	(176)
4.5	方差泛函变分原理与假设模态加权残值法	(179)
4.5.1	方差泛函零极小值原理	(180)
4.5.2	最小二乘法	(184)
4.5.3	广义伽辽金原理	(190)
4.5.4	加权残值法	(200)
4.6	差分法	(205)
4.7	迁移矩阵法	(206)

第 5 章 多自由度系统的振动	(213)
5.1 无阻尼系统的固有频率	(214)
5.2 标准特征值与广义特征值问题	(216)
5.2.1 标准特征值问题	(216)
5.2.2 实对称矩阵的标准特征值问题	(220)
5.2.3 广义特征值问题	(223)
5.3 主模态(主振型)的正交性	(224)
5.3.1 主模态(主振型)	(224)
5.3.2 主模态的正交性	(227)
5.3.3 模态矩阵与谱矩阵	(229)
5.3.4 固有频率相等时的主模态	(233)
5.3.5 固有频率为零的主模态	(237)
5.3.6 纯静态位移	(245)
5.4 无阻尼系统模态坐标解耦方程	(246)
5.4.1 惯性耦合与弹性耦合	(246)
5.4.2 坐标变换	(248)
5.4.3 模态坐标变换	(249)
5.4.4 一般情况的模态坐标变换	(252)
5.5 无阻尼系统对初始条件的响应	(252)
5.6 无阻尼系统对简谐激振的稳态响应	(256)
5.7 无阻尼系统对任意激振的响应	(261)
5.7.1 时域分析与系统的单位脉冲响应函数	(261)
5.7.2 频域分析	(263)
5.7.3 模态分析的一般步骤	(266)
5.8 经典黏性阻尼系统振动	(266)
5.8.1 经典模态方法	(266)
5.8.2 系统的自由衰减振动	(268)
5.8.3 系统对简谐激振的响应	(270)
5.8.4 系统对任意激振的响应	(278)
5.8.5 频域分析	(282)
5.9 一般黏性阻尼系统振动——状态空间法	(283)
5.9.1 复特征值、复特征向量及复模态矩阵	(284)
5.9.2 复特征向量对于矩阵 A 和 B 的正交性	(286)